

SUJET

Exercice 1 (3 pts) : Au cours d'une expérience sur le comportement des animaux, des rats doivent choisir 4 portes d'apparence identique, dont l'une est dite « bonne » et les trois autres sont dites « mauvaises ». Chaque fois qu'il choisit une mauvaise porte, le rat reçoit une décharge électrique désagréable et est ramené à son point de départ, et cela jusqu'à ce qu'il choisisse la bonne porte.

On considère que le rat a une mémoire parfaite, à chaque nouvel essai, il évite les mauvaises portes choisies précédemment et il choisit d'une façon équiprobable entre celles qu'il n'a pas encore essayées. Le nombre d'essais effectués par le rat est une variable aléatoire X .

OCM 1 :

A- la loi de probabilité de X est : ♥

X=1	X=2	X=3	X=4
0.25	0.25	0.25	0.25

B- la loi de probabilité de X est :

X=1	X=2	X=3	X=4
0.25	0.33	0.33	0.09

C- la loi de probabilité de X est :

X=1	X=2	X=3	X=4
0.25	0.375	0.25	0.125

D- On peut appliquer la loi binomiale pour déterminer les probabilités de x_i

E- On peut appliquer la loi de poisson pour déterminer les probabilités de x_i

Exercice 2 (1.5 pt) : La fonction de répartition d'une V. A X est :

$$\begin{aligned} &0 && \text{pour : } x < 0 \\ &cx^3 && \text{pour : } 0 \leq x < 3 \\ &1 && \text{pour : } x \geq 3 \end{aligned}$$

OCM 2 :

A- La constante c est égale à $1/27$ ♥

B- La constante c est égale à $2/27$

C- La fonction de densité est égale à $2x^2/9$ pour $0 \leq x < 3$

D- La fonction de densité est égale à $2x^2/27$ pour $0 \leq x < 3$

E- $P(X < 2) = 8/27$ ♥

Exercice 3 (1.25 pt) :

Soit une V. A $X \sim B(n, 0.4)$. On donne $P(X=0) = 0.006$ et $P(X=1) = 0.04$

OCM 3 :

A- $n = 20$

B- $n = 10$ ♥

C- $E(x) = 4$ ♥

D- $E(x) = 8$

E- $P(x=10) = 0.006$

Exercice 4 (1.25 pt) : L'activité moyenne d'une source radioactive est égale à 9 impulsions par minute. On donne $P(X = 0) = 0.0001$

QCM 4 :

- A- La variance de $X =$ nombre d'impulsions par mn est égale à 9 ♥
- B- La variance de $X =$ nombre d'impulsions par mn est égale à 9^2
- C- $P(X = 22) = 0.0001$ ♥
- D- La variable X ne peut pas avoir une moyenne égale à la variance
- E- La variable X qui suit la loi de Poisson dépend d'un seul paramètre qui est sa moyenne ♥

Exercice 5 (1.5 pt) : Le temps nécessaire pour terminer une épreuve donnée est une variable normale de moyenne 90 mn et d'écart-type 15 mn. On cherche la durée x_m de l'épreuve en minutes si l'on souhaite qu'un candidat sur 15 ne puisse pas la terminer.

QCM 5 :

- A- 67.5 minutes
- B- 112.5 minutes ♥
- C- C'est égale à $m + \sigma$ c'est-à-dire 105 minutes
- D- C'est égale à $m - \sigma$ c'est-à-dire 65 minutes
- E- C'est égale à $m \pm \sigma$ c'est-à-dire 65-105minutes

Exercice 6 : L'irradiation par les rayons X des vers à soie induit certaines anomalies. La probabilité d'une anomalie particulière est de $p = 1/10$.

La probabilité de trouver au moins un embryon présentant cette anomalie sur 10 vers à soie disséqués est :

QCM 6 (1 pt) :

- A- $(1/10)^2$
- B- $1 - (1/10)^2$
- C- $1 - (1/10)^9$
- D- 0.6513 ♥
- E- 0.6531

QCM 7 (0.75 pt) : Combien de vers à soie faut-il disséquer pour trouver au moins une anomalie avec une probabilité supérieure à 50 %.

- A- Les données sont incomplètes pour calculer ce nombre.
- B- Nombre supérieur à 9
- C- Nombre exactement égal à 9
- D- Nombre supérieur à 7
- E- Nombre supérieur ou égal à 7 ♥

Exercice 7 : Un laboratoire estime que la durée moyenne de guérison après administration d'un antibiotique A est de 19 jours (mais il faut tenir compte d'une variance de l'ordre de 25 jours²). Dans un service on a évalué cet antibiotique chez 9

sujets et on a trouvé que la durée moyenne de guérison est de 24 jours (la variance de cet échantillon est de 23 jours²).

On suppose que la loi suivie par la durée de guérison est normale.

QCM 8 (2.25 pts) : On teste la différence entre l'échantillon et la population avec un risque de 1%. On peut énoncer les hypothèses suivantes :

- A- H_0 : la durée moyenne de guérison est effectivement de 19 jours ♥
- B- H_0 : la durée moyenne de guérison est différente de 19 jours
- C- H_0 : le laboratoire a confirmé que la durée de guérison est de 19 jours
- D- H_1 : le laboratoire n'a pas confirmé que la durée de guérison est de 19 jours
- E- Le test d'hypothèse à appliquer est un test d'homogénéité de l'échantillon et de la population-mère.

QCM 9 (0.05 pt) :

- A- L'échantillon étant petit ($n = 9$) on applique un test de Student.
- B- L'échantillon étant très petit on ne peut appliquer un test d'hypothèse.
- C- $t_0 = -3$, $t_0 \in [-3.355, +3.355]$, on rejette H_0 ♥
- D- $t_0 = -2.95$, $t_0 \in [-3.355, +3.355]$, on accepte H_0
- E- $t_0 = -3$, $t_0 \notin [-2.5758, +2.5758]$, on accepte H_0

Exercice 8 : Un radiologue compte acquérir un matériel médical et exige que la moyenne des durées des mises au points de celui-ci ne doit pas dépasser 10 minutes par heure d'opération. Il se rend chez son fabricant et établit un test ayant porté sur 40 heures d'opération choisies au hasard. Cette période d'essai de 40 heures (soit $n = 40$) a nécessité en moyenne 7 h et 30 minutes de mises au point (soit $m_1 = 11.25$ mn). Le fabricant lui précise que l'écart-type de la durée des mises au point est connu et est égale à 3 minutes.

Le radiologue veut tester, à partir de cet échantillon, si ce matériel médical est conforme à ses exigences au risque de 1%

QCM 10 (1.75 pt) :

- A- Il doit effectuer un test de conformité ♥
- B- Il doit effectuer un test d'homogénéité
- C- Il doit effectuer un test unilatéral ♥
- D- Il doit effectuer un test bilatéral
- E- Les deux tests sont valables dans ce cas.

QCM 11 (1.75 pt) :

- A- H_0 : la durée moyenne des mises au point est de 10 minutes ♥
- B- H_0 : la durée moyenne des mises au point est supérieure à 10 minutes
- C- H_1 : la durée moyenne des mises au point est supérieure à 10 minutes ♥
- D- H_1 : la durée moyenne des mises au point est au moins de 10 minutes
- E- H_1 : la durée moyenne des mises au point est au plus de 10 minutes

QCM 12 (0.75 pt) :

- A- l'estimation de l'écart-type de la population est $S = 3.04$
- B- l'estimation de l'écart-type de la population n'est pas nécessaire dans ce cas. ♥
- C- $t_0 = -2.66$
- D- $t_0 = +2.66$ ♥
- E- $t_0 = +2.60$

QCM 13 (0.05 pt) :

- A- on accepte H_0 , car t_0 est inférieur à 2.5758
- B- on accepte H_0 , car t_0 est supérieur à 2.5758
- C- on accepte H_0 , car t_0 est supérieur à 2.3263 ♥
- D- on rejette H_0 , car t_0 n'est pas compris dans l'intervalle ± 2.5758
- E- on accepte H_1 , car t_0 n'est pas compris dans l'intervalle ± 2.3263

Exercice 9 : Le syndrome d'apnées du sommeil (SAS) survient essentiellement chez des sujets obèses qui présentent des somnolences le jour, conséquence de la mauvaise qualité du sommeil. Cette somnolence est mesurée par le score d'Epworth, considérée anormal dès qu'il est supérieur à 11. On évalue ce score chez 14 malades non obèses et 18 malades obèses, venus consulter pour SAS : 7 malades non obèses ont un score supérieur à 11 tandis que 7 des malades obèses ont un score inférieur ou égal à 11.

QCM 14 (1 pt) : on cherche à tester la différence entre les deux groupes en supposant que le score est normalement distribué.

- A- H_0 : la fréquence du SAS est identique chez les deux groupes de malades ♥
- B- H_0 : le score d'Epworth est le même chez les deux groupes de malades ♥
- C- H_0 : la fréquence du SAS est n'est pas identique chez les deux groupes
- D- H_1 : la fréquence du SAS est supérieure chez le groupe des obèses
- E- $t_0 = 0.64$ ♥

QCM 15 (1.25 pt) : Avec un risque de 10%

- A- On rejette H_0 car t_0 n'est pas compris dans l'intervalle ± 2.5758
- B- On rejette H_0 car t_0 n'est pas compris dans l'intervalle ± 1.6449
- C- On rejette H_1 car t_0 est compris dans l'intervalle ± 1.697 ♥
- D- Le risque de 10% ne peut être retenu pour cette hypothèse
- E- Aucune des réponses précédente n'est exacte.

Exercice 10 :

Sur un échantillon de taille $n = 5$ dont les valeurs de X sont les suivantes :
45 42 33 36 39

Donner l'estimation ponctuelle de M et σ_p^2

QCM 16 : (1 pt)

- A- $M = 39$ et $\sigma_p^2 = 22.5$ ♥
- B- $M = 39$ et $\sigma_p^2 = 18$
- C- $M = 195$ et $\sigma_p^2 = 22.5$
- D- $M = 48.7$ et $\sigma_p^2 = 18$
- E- On ne peut calculer M et σ_p^2 de la population car n est inférieur à 30.