

Exercice 1 :

Une suspension de 10^6 bactéries est infectée par une population de phages (particules infectieuses). A la fin de l'expérience, on a constaté que 65×10^4 bactéries ont été infectées.

On observe une bactérie choisie au hasard. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de phages infectant cette bactérie. On admet que X suit la loi de Poisson de paramètre λ .

QCM 1 :

A : Le pourcentage de bactéries infectées est de 6,5%

B : $\lambda = 1,05$ Vraie

C : $\lambda = \frac{10^6}{65 * 10^4} = 1,538$

D : λ représente le nombre de bactéries infectées

E : l'écart-type de X est 1,025 Vraie

Exercice 2 :

Un laboratoire utilise un appareil de mesure optique destiné à mesurer la concentration des solutions de fluoresceïne. Les résultats des mesures sont modélisés par une variable aléatoire normale dont l'espérance est égale à la concentration réelle de la solution, et l'écart-type, garanti par le constructeur, est connu : $\sigma = 0.05$.

On effectue 9 mesures à partir d'une solution donnée. La moyenne de ce petit échantillon de 9 mesures est de 4.38 mg/l et son écart-type est de 0,049 mg/l. Avec un risque de 1%, on calcule l'intervalle de confiance de la moyenne.

QCM2 :

A : l'intervalle de confiance est [4,337 – 4,423] Vraie

B : l'intervalle de confiance est [4,377 – 4,383]

C : l'intervalle de confiance est [4,305 – 4,425]

D : l'intervalle de confiance est [4,338 – 4,422]

E : l'intervalle de confiance pour les petits échantillons est déterminé avec t_s et non t_α

Exercice 2 (Suite) : Pour le même échantillon, quel est le niveau de confiance de l'intervalle [4.36 ; 4.40] ?

QCM 3 :

A : 77% Vraie

B : 23%

C : 70%

D : 30%

E : Aucune des réponses précédentes n'est exacte

Exercice 2 (suite) :

Quelle devrait être la taille minimum de l'échantillon, pour connaître la concentration réelle de la solution, au niveau de confiance 0.99, avec une précision de ± 0.01 mg/l ?

QCM 4 :

A : $n \geq 180$

B : $n \geq 160$

C : $n \geq 200$

D : $n \geq 166$ Vraie

E : Aucune des réponses précédentes n'est exacte

Exercice 3 :

Soit une fonction de répartition $F(x)$ définie par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < -2 \\ \frac{a * x}{4} + b & , -2 \leq x \leq -1 \\ c * x + \frac{2}{3} & , -1 \leq x \leq 2 \\ 1 & , x > 2 \end{cases}$$

QCM 5 : Les constantes a, b et c sont respectivement

- A : 1 ; 2 et $-1/6$
- B : 1 ; 0 et 2
- C : 2 ; 1 et $1/6$ Vraie
- D : 2 ; 1 et $-1/6$
- E : Aucune des réponses précédentes n'est exacte

QCM 6 : (mêmes données)

- A : $P(-3/2 \leq x \leq 0) = 5/12$ Vraie
- B : $P(-3/2 \leq x \leq 1) = 5/12$
- C : La fonction de densité dans l'intervalle $-2 \leq x \leq -1$ est égale à $1/2$ Vraie
- D : La médiane de la variable est égale à -1 Vraie
- E : La médiane ne peut être déterminée pour absence de données suffisantes.

Exercice 4 :

Dans 1 population-mère composée de 10 sujets, on sait que 3 d'entre eux ont été vaccinés. On décide de décomposer cette population en échantillons de taille 9 (tirage sans remise). On veut étudier la proportion des sujets non vaccinés.

QCM 7 : La distribution d'échantillonnage des proportions est :

- A : $3/9, 3/9, 3/9, 3/9, 3/9, 3/9, 3/9, 2/9, 2/9, 2/9$ soit 10 échantillons
- B : $7/9, 7/9, 7/9, 6/9, 6/9, 6/9, 6/9, 6/9, 6/9$ soit 9 échantillons
- C : $7/9, 7/9, 7/9, 6/9, 6/9, 6/9, 6/9, 6/9, 6/9, 6/9$ soit 10 échantillons Vraie
- D : l'écart-type de cette distribution d'échantillonnage des proportions est 0,05 Vraie
- E : l'écart-type de cette distribution d'échantillonnage des proportions est 0,15

Exercice 5 :

Un laboratoire étudie l'influence d'un contraceptif X sur un groupe de 18 femmes de 25 ans. Chez la femme, au "jour 14 " du cycle menstruel, une augmentation de la concentration en LH (Luteinizing Hormone) induit l'ovulation. A ce stade précis, la concentration en LH est une V.A normale $N(14,5 ; \sqrt{5.0625})$. Pour l'échantillon de 18 femmes, on obtient une moyenne de 13,03 mIU/ml et une variance de 6,32 (mIU/ml)². La prise du contraceptif X a-t-elle une influence significative (risque=5%) sur la concentration en LH et sur l'ovulation ?

QCM 8 : Les hypothèses à tester sont les suivantes :

- A : H_0 : le contraceptif a une influence sur l'ovulation
- B : H_0 : le contraceptif augmente la concentration en LH
- C : H_0 : le contraceptif diminue la concentration en LH
- D : H_1 : le contraceptif n'a aucune influence sur les femmes
- E : Aucune des réponses précédentes n'est exacte. Vraie

QCM 9 :

- A : Le test à utiliser est 1 test bilatéral puisqu'on recherche la différence (diminution ou augmentation) du LH
- B : Le test à utiliser est un test unilatéral puisqu'on recherche l'augmentation de la concentration en LH
- C : le critère calculé t_0 est à comparer à t_α (Loi Normale) Vraie
- D : le critère calculé t_0 est égal à $-2,41$
- E : le critère calculé t_0 est égal $-2,77$ Vraie

QCM 10 :

- A : $t_0 = -2,77$, il n'appartient pas à l'intervalle $[-2.11 + 2.11]$, on rejette donc H_0
- B : $t_0 = -2,41$, il n'appartient pas à l'intervalle $[-2.11 + 2.11]$, on rejette donc H_0
- C : Rejet de H_0 , le contraceptif provoque une diminution significative en LH, l'ovulation ne peut avoir lieu. Vraie
- D : On a utilisé le test t_s (Loi Student) car il s'agit d'un petit échantillon ($n = 18$)

E : On a utilisé le test t_α (Loi Normale) même s'il s'agit d'un petit échantillon ($n = 18$)

Vraie

Exercice 6 :

Le tableau suivant donne la répartition du nombre de colonies observées dans 160 boîtes de Pétri après ensemencement d'un millilitre de solution bactérienne.

Nombre de colonies	0	1	2	3	4	5	6 et +
Nombres de boîtes	26	30	40	35	25	3	1

On sait que, si les expériences ont été correctement réalisées, le nombre de colonies observées par boîte suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$. On souhaiterait déterminer si les résultats expérimentalement obtenus sont conformes (ou compatibles) à ceux déduits de la loi de Poisson.

Indication : On utilise ici le test khi deux. Les effectifs théoriques seront calculés à une décimale près.

QCM 11 :

A : Le nombre de degré de liberté (d.d.l) du test est 6 Vraie

B : Le nombre de degré de liberté (d.d.l) du test est 7

C : Le nombre de degré de liberté (d.d.l) du test est calculé comme suit : $(7-1) * (2-1)$

D : Le test à réaliser est un test de comparaisons des proportions

E : Le test à réaliser est un test d'indépendance

QCM 12 : on a réalisé un test khi deux et on trouve :

A : $\chi^2 < 11,1$

B : $11,1 < \chi^2 < 12,6$

C : $\chi^2 > 12,6$ Vraie

D : Les résultats de l'expérience sont conformes à la loi de Poisson

E : Les résultats de l'expérience ne sont pas conformes à la loi de Poisson Vraie

Exercice 7 :

Parmi un groupe de 100 finissants en Médecine d'une Faculté, on tire un échantillon de taille $n_1 = 12$. La moyenne des points obtenus par ces 12 étudiants est de $m_1 = 2,7$ avec un écart-type corrigé $s_1 = 0,4$. Parmi le groupe de 50 finissants en chirurgie dentaire on tire un échantillon de taille $n_2 = 10$. La moyenne des points observés dans cet échantillon est $m_2 = 2,9$ avec un écart-type corrigé $s_2 = 0,3$. On suppose que dans les 2 groupes, la distribution des points suit la loi de Gauss-Laplace.

On veut tester l'hypothèse nulle selon laquelle la moyenne des points pour les deux groupes est la même, au risque de 5%.

QCM 13 : Supprimé

QCM 14 : Supprimé

Quelques questions de cours :

– **Test de wilcoxon :**

Avant et après administration d'un produit, on obtient chez 8 sujets les valeurs de la TA systolique (mm de Hg).

Sujets	1	2	3	4	5	6	7	8
Avant	17	11	14	12	13	14	16	11
Après	18	17	14	14	18	22	15	14

On applique le test R de Wilcoxon au risque de 5%.

QCM 15 :

A : $R = R^+$ Vraie

B : $R = R^-$

C : $R = 1,5$ Vraie

D : $R = 1$

E : Autre valeur

QCM 16 : La table des valeurs critiques de Wilcoxon donne :

- A : Valeur limite = 0
- B : Valeur limite = 4
- C : Valeur limite = 2 Vraie
- D : Valeur limite = 8 – 1
- E : Autre valeur

– **Utilisation des tables :**

QCM 17 : Utiliser les tables pour calculer les paramètres suivants :

- A : Dans un test unilatéral avec $\alpha = 0,10$ et d.d.l = 10, on trouve $t_s = 1,372$ Vraie
- B : Dans un test unilatéral avec $\alpha = 0,10$ et d.d.l = 10, on trouve $t_s = 1,812$
- C : Dans un test unilatéral avec $\alpha = 0,10$, on trouve $t_\alpha = 1.2816$
- D : Dans un test unilatéral avec $\alpha = 0,10$, on trouve $t_\alpha = 1,372$
- E : Les tables ne donnent que les t_s et t_α des tests bilatéraux et ne permettent pas de déterminer les valeurs t_s et t_α des tests unilatéraux.

– **Loi Binomiale :**

QCM 18 : Dans la loi Binomiale, les paramètres sont les suivants :

- A : L'espérance mathématique est obtenue par la formule $\sum x_i \cdot p_i$ Vraie
- B : L'espérance mathématique est obtenue par la formule pq
- C : La variance est obtenue par la formule $E(X^2) - [E(X)]^2$ Vraie
- D : La variance est obtenue par la formule $\sum x_i^2 p_i - [E(X)]^2$ Vraie
- E : La loi binomiale dépend de deux paramètres m et σ

– **Théorie de l'échantillonnage :**

QCM 19 : La théorie de l'échantillonnage permet :

- A : D'étudier les relations entre les paramètres de la population
- B : D'étudier les relations entre les paramètres des échantillons
- C : D'étudier les relations des paramètres de la population-mère et les paramètres de tous les échantillons Vrai
- D : D'étudier les relations des paramètres de la population-mère et les paramètres de tous les échantillons issus de populations finies.
- E : D'étudier aussi, la distribution d'échantillonnage des variances Vraie

QCM 20 : Dans la distribution d'échantillonnage des fréquences :

- A : L'estimation de la fréquence p de la population est biaisée
- B : L'estimation de la fréquence p de la population n'est pas biaisée Vraie
- C : L'estimation de la fréquence $E(f_n) = E\left(\frac{X}{n}\right) = p$ Vraie
- D : L'estimation de la variance de la fréquence n'est pas biaisée
- E : La variance de la fréquence $V(f_n) \rightarrow 0$ lorsque n tend vers l'infini Vraie