

Exercice n° 1 : 4 points

Un très gros lot de composants est arrivé chez un distributeur. Le distributeur a sélectionné au hasard n composants. On note par X le nombre de composants défectueux parmi ces n composants.

On suppose que $n = 10$ et le pourcentage des composants défectueux dans ce lot est de 1 %.

Cocher la ou les réponses justes.

QCM 1 :

- A X est une variable aléatoire ♥
- B X suit une loi normale
- C X suit une loi de Poisson
- D X suit une loi binomiale ♥
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 2 :

- A $P(X = 0) = 0.9043\dots$ ♥
- B $P(X = 0) = 0.9143\dots$
- C $P(X \leq 12) = 0$
- D $P(X < 1) = 0.9043\dots$ ♥
- E aucune réponse n'est juste.

QCM 3 : Si $P(X = 0) = 0.59049$ et le pourcentage des composants défectueux est de 10 %, alors :

- A $n = 8$
- B $n < 7$ ♥
- C $n = 5$ ♥
- D $n = 6$
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 4 : Si $n = 10$ et $P(X = 0) = (0.64)^5$, alors :

- A $p = 0.2$ ♥
- B $p < 0.22$ ♥
- C $p = 0.64$
- D $p = 0.22$
- E Aucune réponse n'est juste.

Exercice n° 2 : 4 points

Soit X une variable aléatoire normale de moyenne $\mu = 20$ et de variance $\sigma^2 = 9$: $X \sim \mathcal{N}(20 ; 3^2)$.

QCM 5 :

- A $P(X \leq 26) = 0.9872$
- B $P(X > 20) = 0.5$ ♥
- C $P(X \leq 23.96) = 0.9166$
- D $P(21.26 < X \leq 23.6) = 0.2221$
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 6 :

- A $P(|X| \geq 5) = P(-5 \leq X \leq 5)$
- B $P(X - 10 \geq 10) = 0$
- C $P(2X \geq X + 17) = 0.8413$ ♥
- D $P(X \geq 15) = P(X \leq 15)$
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 7 :

- A $P(14 < X \leq 26) = 0.9545$ ♥
- B $P(X < 14) = 0.0228$ ♥
- C $P(-10 \leq X \leq 10) = 2 P(X \leq 10)$
- D $P(X \leq 20) = 0.5$ ♥
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 8 : On note par x_α le quantile d'ordre α , de la variable aléatoire X , défini par la relation $P(X \leq x_\alpha) = \alpha$

- A $x_{0.2} < x_{0.3}$ ♥
- B $x_{0.5} = 20$ ♥
- C $x_{0.27} < x_{0.25}$
- D $x_{0.25} < 18$ ♥
- E Aucune réponse n'est juste.

Exercice n° 3 : 7 points

Les spécialistes d'un certain médicament indiquent que chaque comprimé doit contenir 2.5 g de substance active. 2 établissements médicaux «A» et «B» ont testé chacun cette hypothèse à un seuil de signifiante $\alpha = 0.01$.

L'établissement « A » a choisi au hasard 100 comprimés de ce médicament et a trouvé après analyse les résultats suivants : cet échantillon de 100 comprimés contient en moyenne $m_A = 2.6$ g de substance active avec un écart type de $S_A = 0.4$ g.

L'établissement « B » a travaillé sur un échantillon de 20 comprimés choisis au hasard et a obtenu pour cet échantillon une moyenne de $m_B = 2.45$ g de substance active et un écart type de $S_B = 0.35$ g.

QCM 9 : Il s'agit d'un test

- A De conformité ♥
- B D'homogénéité
- C De comparaison de 2 proportions
- D De comparaison d'une moyenne expérimentale à une moyenne théorique ♥
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 10 : Pour le test de l'établissement « A »

- A Le seuil critique est 2.576 ♥
- B La statistique de test observé est $T_o = 2.5$ ♥
- C Le seuil critique est 3.291
- D Le seuil critique est 2.326
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 11 : Pour le test de l'établissement « A »

- A La statistique de test observée est calculée par la formule $T_o = \sqrt{n} \frac{\sigma}{m - \mu}$
- B La statistique de test observée est calculée par la formule $T_o = \sqrt{n} \frac{m - \mu}{s}$ ♥
- C La zone d'acceptation de l'hypothèse nulle est $T_o \leq 2.576$
- D La zone d'acceptation de l'hypothèse nulle est $|T_o| \leq 2.576$ ♥
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 12 : Pour l'établissement « A »

- A Ce test confirme l'indication des spécialistes ♥
- B Le seuil critique se calcule selon la loi de Student
- C L'hypothèse nulle ne peut être rejetée ♥
- D Le seuil critique est calculé dans la table de la loi de Fisher
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 13 : Pour l'établissement « B »

- A Le seuil critique est 2.861 ♥
- B Le seuil critique est 2.576
- C La statistique de test observé est calculée par la formule $T_o = \sqrt{n} \frac{m - n}{\sigma}$
- D La statistique de test observé est calculée par la formule $T_o = \sqrt{n} \frac{m - n}{s}$
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 14 : Pour le test de l'établissement « B » la zone d'acceptation de l'hypothèse nulle est

- A $T_o \geq 2.861$
- B $-2.861 \leq T_o \leq 3.291$
- C $|T_o| \leq 2.861$ ♥
- D $|T_o| \geq 2.845$
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 15 : Pour l'établissement « B »

- A Ce test confirme l'indication des spécialistes ♥
- B Le seuil critique est calculé selon la loi de Gauss
- C L'hypothèse nulle ne peut être rejetée ♥
- D Le seuil critique est calculé selon la loi de Student ♥
- E Aucune réponse n'est juste.

Exercice n° 4 : 3 points

Un article décrit un test sur le terrain visant à détecter la présence d'arsenic dans des échantillons d'urine. L'essai a été proposé aux travailleurs forestiers en raison de l'utilisation croissante d'arséniques organiques dans ce secteur. L'expérience a comparé avec un seuil de signifiante de 5% les analyses réalisées par un stagiaire, un formateur expérimenté et dans un laboratoire distant. Quatre sujets ont été sélectionnés au hasard pour les tests. La variable de réponse est la teneur en arsenic (en ppm) dans l'urine du sujet. Les données sont les suivantes :

Test\Sujet	1	2	3	4
Stagiaire	0.04	0.05	0.04	0.15
Formateur	0.03	0.06	0.04	0.16
Laboratoire	0.03	0.04	0.03	0.15

On rappelle les formules suivantes de l'analyse de la variance (ANOVA) :

$$SCE_t = \sum_{i,j} (x_{ij} - \bar{x})^2 = \sum x_{ij}^2 - \frac{x_{..}^2}{N}$$

$$SCE_{fa} = \sum n_i (\bar{X}_i - \bar{x})^2 = \sum \frac{x_i^2}{n_i} - \frac{x_{..}^2}{N}$$

$$SCE_r = \sum x_{ij}^2 - \sum \frac{x_i^2}{n_i}$$

$$CME_{fa} = \frac{SCE_{fa}}{k-1}$$

$$CME_r = \frac{SCE_r}{N-k}$$

$$SCE_t = SCE_{fa} + SCE_r$$

QCM 16 : La calculatrice donne

- A $\bar{x} = 0.6833...$ ♥
- B $SCE_t = 0.0297...$ ♥
- C $\bar{x} = 0.6743...$
- D $SCE_t = 0.0387...$
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 17 :

Sachant que la calculatrice a donné $SCE_{fa} = 2.16666667 * 10^{-4}$. En déduire :

- A $SCE_r = 0.0295...$ ♥
- B $CME_r = 0.0032...$ ♥
- C $SCE_r = 0.0110...$
- D $CME_r = 0.0001...$
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 18 :

- A Le seuil critique pour ce test est 3.982
- B Il y a une différence significative entre les trois analyses
- C Le seuil critique pour ce test est 4.256 ou bien E ♥
- D La statistique de test observé est $T_o = 0.8306...$
- E Aucune réponse n'est juste. Ou bien C ♥

Exercice n° 5 : 2 points

Dans certains endroits, il existe une forte association entre les concentrations de deux polluants différents. Dans un article paru dans le journal (J. Air Pollution Control Fédération, 1984: 643.650), on trouve les données suivantes sur la concentration d'ozone x (ppm) et la concentration de carbone secondaire y (g/m^3) à Los Angeles.

x : 0.066 0.088 0.12 0.05 0.162 0.186 0.057 0.1 0.112 0.055 0.154 0.074 0.111 0.14 0.071 0.11
y : 4.6 11.6 9.5 6.3 13.8 15.4 2.5 11.8 8.0 7.0 20.6 16.6 9.2 17.9 2.8 13.0

QCM 19 :

- A $r = 0.8564...$
- B $r = 0.7155...$ ♥
- C $\sum xy = 20.254...$
- D $\sum xy = 20.0397$ ♥
- E Aucune réponse n'est juste.

QCM 20 :

- A Le seuil critique est égal à 2.125
- B Le seuil critique est égal à 2.145 ♥
- C Décision du test : Il n'y a pas d'indépendance entre les deux concentrations ♥
- D Décision du test : Il y a indépendance entre les deux concentrations
- E Aucune réponse n'est juste.

N.B :

Lorsqu'on ajoute trois points à un nombre, ça signifie qu'on n'a pas écrit tous les chiffres composant la partie décimale de ce nombre. Par exemple dans la réponse D du QCM 18, $T_o = 0.8306...$ signifie que les chiffres composant la partie décimale de T_o ne sont pas tous explicités.