

**SERIE DE TD N° 1 DE BIOSTATISTIQUES**

(1<sup>ère</sup> ANNEE, 2019/2020)

**Exercice n° 01 :**

On a étudié la réaction produite par un certain vaccin chez 200 sujets et on a trouvé :

Pas de Réaction	Réaction légère	Réaction moyenne	Ulcération	Abcès
10	52	94	29	15

- 1) Quelle est la population d'étude ainsi que le caractère et sa nature ?
- 2) Représenter cette série par un graphe adéquat.

**Solution de l'exercice n° 1 :**

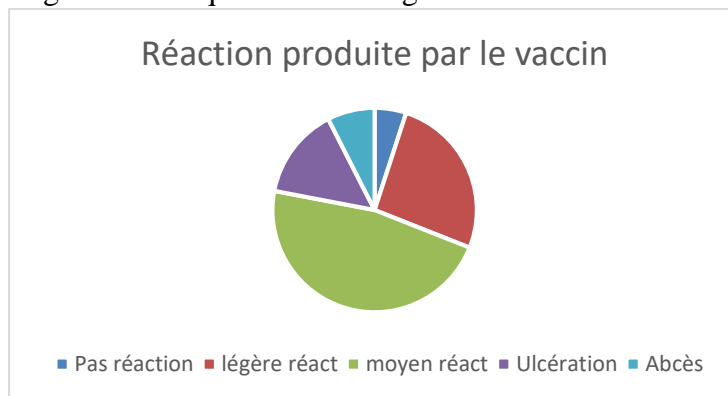
1. La population d'étude est « 200 sujets vaccinés ».

Le caractère étudié est « la réaction au vaccin » qui est une qualité ordinale.

On peut proposer comme graphe un diagramme circulaire ou semi circulaire ; Le diagramme en bandes conviendrait également.

Pas de Réaction	Réaction légère	Réaction moyenne	Ulcération	Abcès
10	52	94	29	15
5 %	26 %	47 %	14.5 %	7.5 %
18 °	93.6 °	169.2 °	52.2 °	27 °

2. Le diagramme adéquat sera un diagramme circulaire ou semi-circulaire.



**Exercice n° 02 :**

Dans un hôpital saoudien, le nombre de blessés, à cause de la bousculade survenue pendant le Hadj de 2017, est de 150 personnes. Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de fractures par blessé. Les résultats sont représentés dans le tableau suivant :

Nombre de fractures	0	1	2	3	4	5
Nombre de ....	12	21	45	40	20	12

- Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié, sa nature et son type ?
- Représenter la distribution par le graphe adéquat.
- Déterminer le mode (Mo), la médiane (Me) et l'écart interquartile I<sub>Q</sub>.
- Calculer la moyenne, la variance, l'écart type et le coefficient de variation.

**Solution de l'exercice n° 2 :**

Nombre de fractures	0	1	2	3	4	5	$\Sigma$
Nombre de ....	12	21	45	40	20	12	150
Eff. Cumulé ↑	12	33	78	118	138	150	

La population : 150 Hadj blessés  
Quantité discrète.

le caractère : nombre de fractures/blessé  
Le diagramme en bâtons conviendrait parfaitement.

$M_o = 2$                        $M_e = 2$                        $Q_1 = 2$                        $Q_3 = 3$                        $IQ = 1$   
 $\bar{x} = 2.473$                        $\sigma = 1.325$                        $\sigma^2 = 1.756$                        $CV = 0.5358$

Le graphique adéquat pour cet exercice est le diagramme en bâtons.

**Exercice n° 3**

Un établissement de transfusion sanguine a dressé le bilan de sa collecte de sang pendant un an :

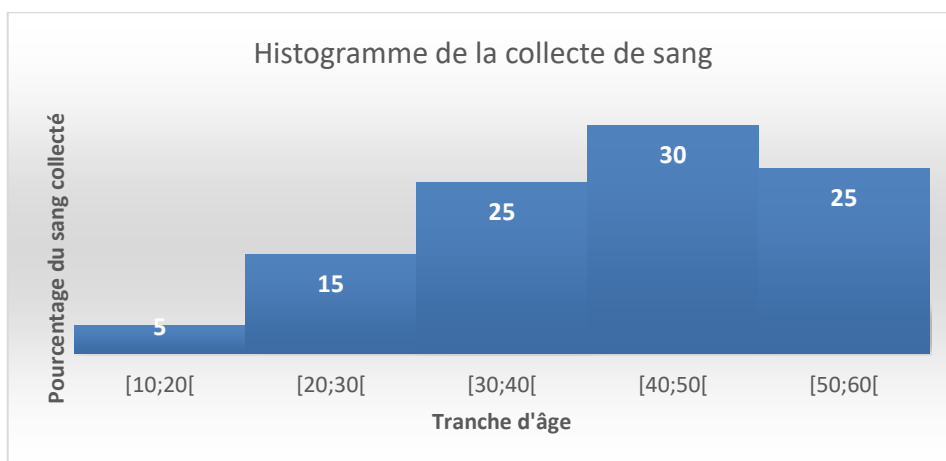
Âge du donneur	Moins de 20 ans	Entre 20 & 29 ans	Entre 30 & 39 ans	Entre 40 & 49 ans	Plus de 50 ans
Pourcentage %	5	15	25	30	25

- 1) Déterminer la population, le caractère, les modalités de cette série.
- 2) Le caractère est-il qualitatif, quantitatif discret ou quantitatif continu ?
- 3) Quelle est la classe modale de cette série ?
- 4) Représenter l'histogramme de cette série.

**Solution.**

- 1) La population est un ensemble de donneurs de sang. Le caractère est l'âge du donneur, les modalités sont les cinq tranches d'âge.
- 2) Le caractère est quantitatif continu.
- 3) La classe modale est la tranche d'âge entre 40 et 49 ans.
- 4) Représentation de l'histogramme de cette série

On a considéré les classes sur l'axe horizontal de l'histogramme :



**Exercice n° 4**

Un commerçant a calculé la moyenne des dépenses de ses 215 clients, il a trouvé que cette moyenne est de 4500 DA. Mais il s'est rendu compte qu'il a oublié deux clients et que ceux-ci ont dépensé ensemble 3 000 DA. Calculer la moyenne des dépenses de la totalité des clients.

**Solution.**

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{i=215} x_i}{215} = 4\,500 \text{ DA}$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=215} x_i + 3\,000}{215 + 2} = \frac{\sum_{i=1}^{i=215} x_i}{217} + \frac{3\,000}{217} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{i=215} x_i}{217} \cdot \frac{215}{215} + \frac{3\,000}{217} = \frac{\sum_{i=1}^{i=215} x_i}{215} \cdot \frac{215}{217} + \frac{3\,000}{217} = 4\,500 \cdot \frac{215}{217} + \frac{3\,000}{217} = 4472.35 \text{ DA}$$

**Exercice n° 5.**

**I-** Une série de mesures a donné les valeurs suivantes :

23 24 28 22 26 24 27 25 28 21 21 23 25 20 31 29 25 24 33 23 25 30 26 34 20  
33 31 21 35 27 29 38 29 29 30 27 20 22 31 31 24 21 26 28 18 23 25 21 26 32

- 1) Sous quelle forme est représentée cette série statistique ?
- 2) Déterminer la distribution des résultats suivant les diverses valeurs, en la présentant sous forme de tableau.
- 3) Dessiner le diagramme adéquat pour cette distribution.
- 4) Calculer la moyenne et l'écart-type de la distribution, sachant que  $\sum x^2 = 35520$ .
- 5) Quelle est la médiane et le mode de la distribution ?
- 6) Calculer le premier quartile  $Q_1$ , le troisième quartile  $Q_3$  et l'intervalle interquartile  $I_Q$ .
- 7) Dessiner le box plot pour cette série.
- 8) Calculer le quinzième centile  $x_{0.15}$ .
- 9) Calculer le quantile  $x_{0.22}$  d'ordre 0,22.

**II-** On regroupe en sept classes de même étendue (amplitude) les valeurs de la série de mesures de la partie I : [17.5 ; 20.5[ , [20.5 ; 23.5[ , ... , [32.5 ; 35.5[ et [35.5 ; 38.5[.

- 1) Etablir le tableau de la distribution en classes.
- 2) Dessiner l'histogramme correspondant.
- 3) Calculer la moyenne et la variance de la distribution en classes.
- 4) Calculer la médiane par la méthode d'interpolation linéaire.
- 5) Calculer le premier quartile  $Q_1$  et le troisième quartile  $Q_3$ , par interpolation linéaire.
- 6) Dessiner le box plot.
- 7) Calculer le quinzième centile  $x_{0.15}$ .
- 8) Calculer le quantile  $x_{0.22}$  d'ordre 0,22.

**Solution : Partie I**

1) Soit le tableau

Valeurs	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
effectifs	1	0	3	5	2	4	4	5	4	3
cumulés	1	1	4	9	11	15	19	24	28	31

28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
3	4	2	4	1	2	1	1	0	0	1
34	38	40	44	45	47	48	49	49	49	50

2) le diagramme adéquat est un diagramme en bâtons.

$$3) \text{ La moyenne est : } m = \frac{\sum_{i=1}^{21} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{21} n_i} = \frac{(18 \times 1) + \dots + (38 \times 1)}{1 + \dots + 1} = \frac{1314}{50} = 26,28$$

La variance étant :  $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - m^2 = \frac{35520}{50} - 26,28^2 = 19,7616 \cong 19,76$  d'où  $\sigma \cong 4,4454$ .

4) L'effectif total étant de  $N = 50$ , effectif qui est pair alors La médiane est :

$$M_e = \frac{25^{\text{ème}} \text{ obs.} + 26^{\text{ème}} \text{ obs.}}{2} = \frac{25 + 25}{2} = 25.$$

C'est une série bimodale : Le premier mode est 21, et le 2<sup>ème</sup> mode est 25 car c'est la valeur correspondant à l'effectif le plus élevé qui est 5.

$$5) \frac{50}{4} = 12,5, Q_1 = 13^{\text{ème}} \text{ obs.} = 23$$

$$\frac{50 \times 3}{4} = 37,5, Q_3 = 38^{\text{ème}} \text{ obs.} = 29 \quad I_Q = 29 - 23 = 6.$$

$$6) 0,15 \times 50 = 7,5, \text{ le quinzième centile est } x_{0,15} = 8^{\text{ème}} \text{ obs.} = 21.$$

$$7) 0,22 \times 50 = 11, \text{ le quantile } x_{0,22} = 11^{\text{ème}} \text{ obs.} = 22.$$

**Partie II) 1) Soit le tableau**

Valeurs	[17.5 ; 20.5[	[20.5 ; 23.5[	[23.5 ; 26.5[	[26.5 ; 29.5[	[29.5 ; 32.5[	[32.5 ; 35.5[	[35.5 ; 38.5[	Total
Effectifs	4	11	13	10	7	4	1	50
Eff cum	4	15	28	38	45	49	50	
Centre $x_i$	19	22	25	28	31	34	37	
$n_i \cdot x_i$	76	242	325	280	217	136	37	1 314

2) le diagramme adéquat c'est un histogramme.

$$3) \text{ La moyenne est : } m = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i x_i}{\sum_{i=1}^7 n_i} = \frac{4 \times 19 + \dots + 1 \times 37}{50} = \frac{1313}{50} = 26,26.$$

$$\text{La variance est : } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i x_i^2}{\sum_{i=1}^7 n_i} - m^2 = \frac{35\,453}{50} - 26,26^2 = 19,4724 \text{ et } \sigma = 4,413$$

4) la classe médiane est la classe contenant l'observation numéro 25,

$$\text{C'est la classe } [23.5 ; 26.5 [ , \text{ donc on a : } M_e = 23,5 + 3 \frac{25-15}{28-15} = 25,81.$$

5) La classe du premier quartile est celle contenant l'observation numéro 13,

$$\text{C'est la classe } [20.5 ; 23.5 [ \text{ d'où on a } Q_1 : Q_1 = 20,5 + 3 \frac{12,5-4}{15-4} = 22,82.$$

$$\text{De même, on a : } Q_3 = 26,5 + 3 \frac{37,5-28}{38-28} = 29,35.$$

6) la classe du quinzième centile  $x_{0,15}$  est celle contenant l'observation 8, c'est la classe [19.5 ; 22.5[ le quinzième centile  $x_{0,15}$  est donné par

$$x_{0,15} = 20,5 + 3 \frac{7,5-4}{15-4} = 21,45$$

7) la classe du quantile  $x_{0,22}$  d'ordre 0,22 est celle contenant l'observation 11, c'est la classe [22.5 ; 25.5[ le quantile  $x_{0,22}$  d'ordre 0.22 est donné par

$$x_{0,22} = 20,5 + 3 \frac{11-4}{15-4} = 22,41$$

### **Exercice n° 6**

Dans un centre de renseignements téléphoniques, une enquête est effectuée sur un échantillon de 320 clients, afin de diminuer le temps d'attente subi par la clientèle. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

Temps en secondes	[0 ; 5 [	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[
Nombre clients : $n_i$	32	56	74	78	36	30	14
Effectifs cumulés croissants	32	88	162	240	276	306	320
Centres de classe $x_i$	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5
Effectifs cumulés décroissants	320	288	232	158	80	44	14
$n_i * x_i$	80	420	925	1365	810	825	455

- 1) Quelle est la population étudiée?
- 2) Quel est le caractère étudié?
- 3) Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants du tableau précédent.
- 4) Déterminer la classe modale de cette série.
- 5) Quelle est l'étendue de cette série ?
- 6) Calculer le temps d'attente moyen et la valeur de la variance.
- 7) Construire l'histogramme de cette série.
- 8) Quel est le pourcentage de clients qui attendent au moins 20 secondes?
- 9) Quel est le pourcentage de clients qui attendent moins de 10 secondes ?

### Rappel

Les effectifs cumulés décroissants ( $n_{i\text{cum}}$  décroissants) sont définis comme suit :

$n_{1\text{cum}}$  décroissant =  $n_1 + n_2 + \dots + n_p$ , c'est-à-dire la somme de tous les effectifs partiels (simples).

$n_{2\text{cum}}$  décroissant =  $n_2 + \dots + n_p = n_{1\text{cum}}$  décroissant -  $n_1$

.....

$n_{p\text{cum}}$  décroissant =  $n_p$ .

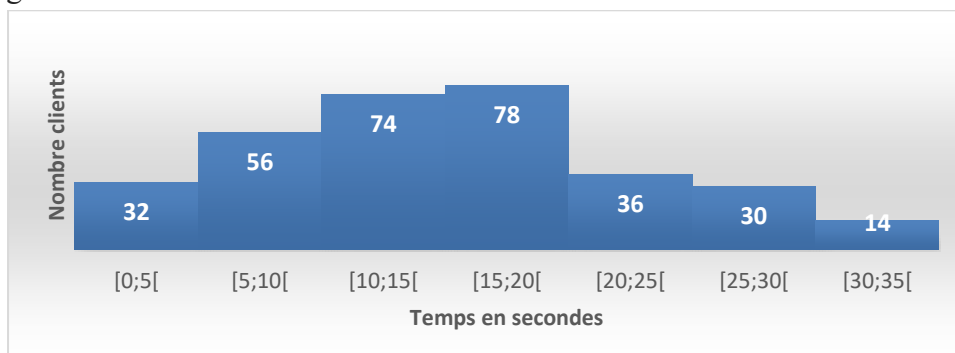
### Solution.

- 1) La population : les 320 clients qui attendent.
- 2) Le caractère : le temps (la durée) d'attente.
- 3) ... Voir tableau des données.
- 4) La classe modale : [15 ; 20[
- 5) L'étendue =  $35 - 0 = 35$ .
- 6) Le temps d'attente moyen = la moyenne  $m$ , pour calculer la moyenne on ajoute au tableau une ligne pour les produits des effectifs partiels par les centres de classes :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i x_i}{\sum_{i=1}^7 n_i} = \frac{32 \times 2,5 + \dots + 14 \times 32,5}{320} = \frac{4\ 880}{320} = 15,25$$

$$\text{La variance est : } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i x_i^2}{\sum_{i=1}^7 n_i} - m^2 = 62,75 \text{ et } \sigma = 7,92$$

- 7) L'histogramme est la suivant :



8) Ce pourcentage est égale à :  $\frac{36+30+14}{320} \times 100 = 25 \%$ .

9) Ce pourcentage est égale à :  $\frac{32+56}{320} \times 100 = 27,5 \%$ .

**Exercice n° 7**

Le tableau suivant donne le nombre de résidences principales selon le nombre de pièces en 2015 à ALGER.

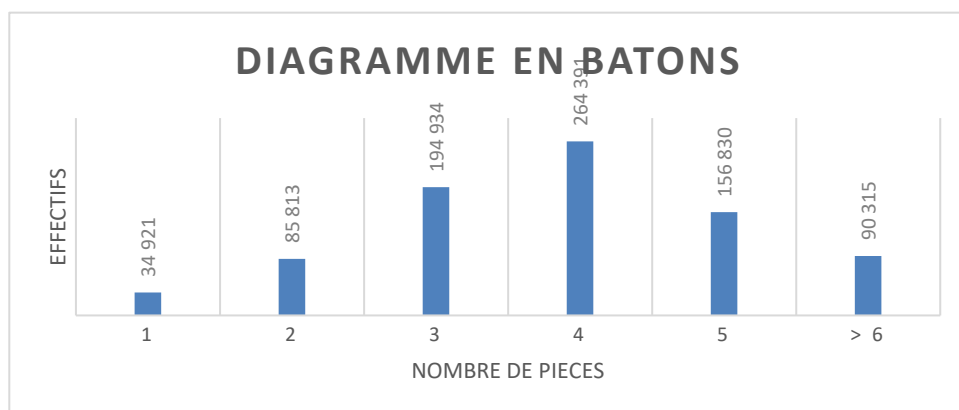
1 pièce	2 pièces	3 pièces	4 pièces	5 pièces	6 pièces et plus
34 921	85 813	194 934	264 391	156 830	90 315

- a) Représenter cette série statistique à l'aide d'un diagramme en bâtons.
- b) Calculer les effectifs cumulés croissants.
- c) Calculer les effectifs cumulés décroissants.
- d) Trouver le pourcentage des résidences d'au moins 3 pièces.
- e) Trouver le pourcentage des résidences d'au plus 4 pièces.
- f) Trouver le pourcentage des résidences de moins de 2 pièces.
- g) Trouver le pourcentage de résidences de plus de 4 pièces.

**Solution**

- a) Représentation graphique (voir la page suivante) :
- b) Voir Tableau ci-après
- c) Voir Tableau ci-après

Nb pièces	1 pièce	2 pièces	3 pièces	4 pièces	5 pièces	6 pièces et plus	Total
Effectifs	34 921	85 813	194 934	264 391	156 830	90 315	827204
Cum croi	34 921	120734	315668	580059	736889	827204	
Cum décr	827 204	792 283	706 470	511 536	247 145	90 315	



- d) C'est la somme des effectifs partiels :  $n_3 + n_4 + n_5 + n_6 = 194\,934 + 264\,391 + 156\,830 + 90\,315 = 706\,470 \Rightarrow$   
D'où le pourcentage =  $706\,470 / 827\,204 = 0.854045676 \cong 85.4 \%$ .
- e) C'est la somme des effectifs partiels :  $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 =$  effectif cumulé 4 pièces = 580 059  
D'où le pourcentage =  $0.7012285 \cong 70.1 \%$
- f) C'est l'effectif correspondant à une pièce : 34 921 d'où le pourcentage =  $0.0422157 \cong 4.2 \%$
- g) C'est l'effectif de 5 et 6 pièces :  $n_5 + n_6 = 247\,145$  d'où :  $0.298771524 \cong 29.88 \%$