

SERIE DE TD N° 3 en BIOSTATISTIQUE 2019/2020

Exercices sur l'analyse combinatoire

Exercice n° 01 :

Huit volontaires souhaitent participer à un essai clinique pour tester un nouveau médicament pour la dépression.

- 1) De combien de manières pouvons-nous sélectionner cinq de ces personnes ?
- 2) Les huit candidats étant composés de 5 hommes et 3 femmes.

De combien de manière ? Si on choisit :

- a) Trois hommes et deux femmes.
- b) Uniquement des hommes.
- c) Uniquement de femmes.
- d) Les cinq volontaires de même sexe.

Solution :

- 1) $C_8^5 = 56$
- 2) a) $C_5^3 * C_3^2 = 10 * 3 = 30$ b) $C_5^5 * C_3^0 = 1$ c) 0 d) $C_5^5 * C_3^0 = 1$

Exercice n° 02 :

La serrure d'un coffre-fort comporte 4 anneaux portant chacun les 26 lettres de l'alphabet.

- 1) De combien de façon peut-on tenter un essai pour ouvrir ce coffre, si on n'a aucune information sur les 4 lettres codes ?
- 2) De combien de façon si on sait que la lettre code du premier anneau est une voyelle? (les voyelles de l'alphabet sont a, o, e, i, u, y).
- 3) Combien de façons si la lettre code du 1^{er} anneau et celle du 2^{ème} sont identiques ?
- 4) Combien si les quatre lettres codes des quatre anneaux sont deux à deux différents ?

Solution :

- 1) Arrangement avec répétition : $R_{26}^4 = 26^4 = 456\ 976$
- 2) $6 * 26^3 = 105\ 456$
- 3) $26 * 1 * 26 * 26 = 17\ 576$
- 4) (Les 4 codes sont différents) ç-à-d sans répétition : $A_{26}^4 = 358\ 800$

Exercice n° 03 :

Les services de la protection civile ont déclaré avoir recensé 10 décès dans des accidents de la route dans le sud-est de l'Algérie (englobant les trois wilayas Biskra, El oued et Ouargla).

- 1) Quel est le nombre de cas possibles suivant le nombre d'accidents dans chacune des trois wilayas ?
- 2) Quel est ce nombre si on sait que parmi ces 10 accidents 4 ont eu lieu dans la wilaya de Biskra ? Énumérer tous les cas possibles !
- 3) Quel est ce nombre si on sait qu'au moins 4 accidents ont eu lieu dans la wilaya d'El oued ?

Solution :

1) C'est le nombre de combinaisons avec répétitions où $n = 3$ et $p = 10$.

Le nombre de situations possibles est de : $K_3^{10} = C_{12}^{10} = 66$.

2) $1 * K_2^6 = C_7^6 = 7$ BBBBEEEEEE BBBBEEEEEO BBBBEEEEEOO
BBBBEEEEOOO BBBBEEOOOO BBBBEOOOOO BBBBOOOOOO

3) Au moins 4 accidents ont eu lieu à El-Oued : $K_2^6 + K_2^5 + K_2^4 + K_2^3 + K_2^2 + K_2^1 + K_2^0 = C_7^6 + C_6^5 + C_5^4 + C_4^3 + C_3^2 + C_2^1 + C_1^0 = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ Cas \neq .

Exercice n° 04 :

12 jours séparent Ali à son examen de sixième, il a décidé d'en réserver 4 pour l'arabe, 5 pour le calcul et 3 pour le français.

- 1) De combien de façon peut-il répartir les 12 jours sur les trois matières.
- 2) De combien de façons s'il décide de consacrer les quatre premiers jours à l'arabe et les 3 derniers jours au français.
- 3) De combien de façon s'il décide de réserver les quatre premier jours à l'arabe.
- 4) De combien de façon s'il décide de consacrer les trois derniers jours aux trois matières, un jour pour chaque matière.

Solution :

1) Rép : $\frac{12!}{3! * 4! * 5!} = \frac{479\ 001\ 600}{17\ 280} = 27\ 720$ Cas \neq

2) 1 seule façon

3) $\frac{8!}{3! * 5!} = \frac{40\ 320}{720} = 56$ Cas \neq

4) $P_{3,1,1,1} * P_{9,2,3,4} = \frac{3!}{1! * 1! * 1!} * \frac{9!}{2! * 3! * 4!} = 6 * \frac{362\ 880}{288} = 7560$ Cas \neq

Exercice n° 05 :

On met dans une urne quatre boules portant chacune un numéro : 1, 2, 3 et 4. Les boules 1 et 2 sont de couleur noire et les boules 3 et 4 sont de couleur blanche. On tire au hasard de l'urne une première boule et on la remet dans l'urne, on tire une deuxième boule et on la remet également dans l'urne, on tire enfin une troisième boule.

- 1) Quel est le nombre de résultats possibles selon les numéros ? : Par exemple, un résultat possible est 322. Ce résultat signifie que la 1^{ère} boule porte le n° 3, la 2^{ème} boule porte le n° 2 et la 3^{ème} porte le n° 2.
- 2) Quel est le nombre de résultats possibles ? Si on considère les couleurs des boules : par exemple, BNB est un résultat possible, qui signifie que la première boule est blanche, la deuxième boule est noire et la troisième est blanche.
Enumérer tous ces résultats.
- 3) Quel est le nombre de résultats possibles ? Si on considère le nombre de boules noires tirées dans les 3 tirages : par exemple 2 est un résultat possible, qui signifie que parmi les 3 boules tirées, 2 sont de couleur noire (et donc la 3^{ème} est de couleur blanche).
Enumérer tous ces résultats.

Solution :

1) C'est le nombre d'arrangements avec répétition : $R_4^3 = 4^3 = 64$ cas possibles.

2) C'est le nombre d'arrangements avec répétition : $R_2^3 = 2^3 = 8$ éléments qui sont les suivants :

BBB BBN BNB BNN NBB NBN NNB NNN.

3) Les résultats possibles sont : 0 ; 1 ; 2 ; 3, leur nombre est égal à 4.