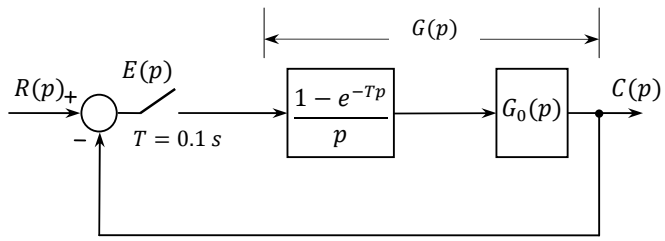
(Exercices 1, 3, 4) revoir le Cours/TD

Exercice 2, (4.0 pts)

Soit le procédé

$$G_0(p) = \frac{1.5}{p+23}$$

mis sous contrôle selon le système suivant:



1) Montrer que:

$$G(z) = \frac{0.0587}{z-0.1003}$$

$$\begin{aligned}
G(z) &= \mathfrak{z}\left\{\frac{1-e^{-Tp}}{p}G_0(p)\right\} \\
&= \frac{z-1}{z}\mathfrak{z}\left\{\frac{G_0(p)}{p}\right\} \\
&= \frac{z-1}{z}\mathfrak{z}\left\{\frac{1.5}{p(p+23)}\right\} \\
&= \cdots \\
&= \frac{z-1}{z}\mathfrak{z}\left\{\frac{0.0652}{p} + \frac{-0.0652}{p+23}\right\} \\
&= 0.0652\frac{z-1}{z}\left(\frac{z}{z-1} + \frac{-z}{z-e^{-23T}}\right) \\
&= 0.0652\left(1 - \frac{z-1}{z-0.1003}\right) \\
&= \cdots \\
&= \frac{0.0587}{z-0.1003}
\end{aligned}$$

2) Déterminer $F_o(z)$, fonction de transfert en boucle ouverte ; et $F_f(z)$, fonction de transfert en boucle fermée,

$$F_o(z) = G(z)\cdot 1 = \frac{0.0587}{z-0.1003}$$

$$F_f(z) = \frac{G(z)}{1+F_o(z)} = \cdots = \frac{0.0587}{z-0.04158}$$

3) Vérifier la stabilité du système en boucle fermée,

Par la règle générale, module du pôle de $\boldsymbol{F_f}$:

$|z_1| = 0.04158 < 1 \Longrightarrow \boldsymbol{F_f}$ **stable**

oubien

Par le critère de Jury

Polynôme caractéristique:

$Q(z) = z - 0.04158$

Les conditions:

$Q(1) = 0.9584 > 0$, *vérifiée*

$(-)^1 Q(-1) = 1.04158 > 0$, *vérifiée*

$(|a_0| = 0.04158) < (a_1 = 1 \geq 0)$, *vérifiée*

(*Toutes les conditions vérifiées*) $\Longrightarrow \boldsymbol{F_f}$ stable

4) Déterminer $c(k)$, expression de la réponse indicielle: $r(k)$ = un échelon-unitaire. calculer les 4 premiers échantillons $\{c(k)\}_{k=0-3}$

$$C(z) = F_f(z)R(z) = \frac{0.0587z}{(z-1)(z-0.04158)}$$

...

(Calcul de la TZI par l'une des méthodes connues)

…

$$c(k) = 0.0612(1-0.0416^k)u(k)$$

$c(0) = 0.000 \quad c(1) = 0.0587$

$c(2) = 0.0611 \quad c(3) = 0.0612$

5) Montrer l'expression de l'erreur

$$E(z) = \frac{1}{1+F_o(z)}R(z)$$

$$\begin{aligned}
E(z) &= R(z) - C(z)H(z) \\
&= R(z) - G(z)E(z)H(z) \quad (H(z) = 1)
\end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \quad E(z)\big(1+F_o(z)\big) = R(z)$$

$$E(z) = \frac{1}{1+F_o(z)}R(z)$$

6) En utilisant le théorème de la valeur finale, calculer l'erreur statique de position e_{ssp} (erreur $e(t\to\infty)$ pour une entrée échelon-unitaire) ; et l'erreur statique de vitesse e_{ssv} (erreur $e(t\to\infty)$ pour une entrée rampe-unitaire).

Le système stable, la réponse convergente, d'où

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{z\to 1}(z-1)E(z)$$

$$\begin{aligned}
e_{ssp} &= \lim_{z\to 1}(z-1)\frac{1}{1+F_o(z)}\left(\frac{z}{z-1}\right) \\
&= \frac{1}{1+\lim\limits_{z\to 1}F_o(z)} \qquad = 0.9388
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{ssv} &= \lim_{z\to 1}(z-1)\frac{1}{1+F_o(z)}\frac{Tz}{(z-1)^2} \\
&= \lim_{z\to 1}\frac{1}{\frac{z-1}{Tz} + \frac{1}{Tz}(z-1)F_o(z)} \\
&= \frac{1}{\lim\limits_{z\to 1}\frac{1}{Tz}(z-1)F_o(z)} \qquad = \infty
\end{aligned}$$