

Corrigé TD 03 série chronologique

Exercice 01

Construire une série chronologique X, composée de 16 points et définie par :

$$x_t = 2 \cdot t + 100$$

2 - Calculer les moyennes mobiles centrées de longueur 3 et de longueur 4 sur la série X

$$M_3\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0, 1, 2, \dots, n-p$$

$$M_3(t+2) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0, 1, 2, \dots, 13$$

$$M_4\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0, 1, 2, \dots, n-p$$

$$M_4(t+2.5) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0, 1, 2, \dots, 12$$

$$M_4'(t + (\frac{p+1}{2})) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_{4,t+k}$$

$$M_4'(t + (1.5)) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_{4,t+k}$$

| t | x | $M_3(x)$ | $M_4'(x)$ |
|----|-----|----------|-----------|
| 1 | 102 | | |
| 2 | 104 | 104 | |
| 3 | 106 | 106 | 106 |
| 4 | 108 | 108 | 108 |
| 5 | 110 | 110 | 110 |
| 6 | 112 | 112 | 112 |
| 7 | 114 | 114 | 114 |
| 8 | 116 | 116 | 116 |
| 9 | 118 | 118 | 118 |
| 10 | 120 | 120 | 120 |
| 11 | 122 | 122 | 122 |
| 12 | 124 | 124 | 124 |
| 13 | 126 | 126 | 126 |
| 14 | 128 | 128 | 128 |
| 15 | 130 | 130 | |
| 16 | 132 | | |

3-Comme la tendance est un polynôme de degré 1, les moyennes mobiles laissent passer la composante tendancielle sans la modifier

4 - Construire une nouvelle série chronologique Y composée également de 16 points et définie par :

$$y_t = 3 \cdot t + 200$$

Calculer les moyennes mobiles centrées de longueur 3 et longueur 4 sur la série Y, qui seront notées respectivement $M_3(Y)$ et $M_4(Y)$.

$$M_3\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, n-p$$

$$M_3(t+2) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, 13$$

$$M_4\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, n-p$$

$$M_4(t+2.5) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, 12$$

$$M_4'(t + \frac{p+1}{2}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_{4,t+k}$$

$$M_4'(t + 1.5) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_{4,t+k}$$

| t | y | $M_3(y)$ | $M_4'(y)$ |
|----|-----|----------|-----------|
| 1 | 203 | | |
| 2 | 206 | 206 | |
| 3 | 209 | 209 | 209 |
| 4 | 212 | 212 | 212 |
| 5 | 215 | 215 | 215 |
| 6 | 218 | 218 | 218 |
| 7 | 221 | 221 | 221 |
| 8 | 224 | 224 | 224 |
| 9 | 227 | 227 | 227 |
| 10 | 230 | 230 | 230 |
| 11 | 233 | 233 | 233 |
| 12 | 236 | 236 | 236 |
| 13 | 239 | 239 | 239 |
| 14 | 242 | 242 | 242 |
| 15 | 245 | 245 | |
| 16 | 248 | | |

6-

$$Z_t = X_t + Y_t$$

Calculer les moyennes mobiles de longueur 3 et longueur 4 sur Z

| t | Z | $M_3(z)$ | $M_4'(z)$ |
|----|-----|----------|-----------|
| 1 | 305 | | |
| 2 | 310 | 310 | |
| 3 | 315 | 315 | 315 |
| 4 | 320 | 320 | 320 |
| 5 | 325 | 325 | 325 |
| 6 | 330 | 330 | 330 |
| 7 | 335 | 335 | 335 |
| 8 | 340 | 340 | 340 |
| 9 | 345 | 345 | 345 |
| 10 | 350 | 350 | 350 |
| 11 | 355 | 355 | 355 |
| 12 | 360 | 360 | 360 |
| 13 | 365 | 365 | 365 |
| 14 | 370 | 370 | 370 |
| 15 | 375 | 375 | |
| 16 | 380 | | |

7- Calculer les sommes $M_3(X) + M_3(Y)$ et $M_4(X) + M_4(Y)$.

| t | $M_3(z)$ | $M_4'(z)$ | $M_3(x)+M_3(y)$ | $M_4'(x)+ M_4'(y)$ |
|----|----------|-----------|-----------------|--------------------|
| 1 | | | | |
| 2 | 310 | | 310 | |
| 3 | 315 | 315 | 315 | 315 |
| 4 | 320 | 320 | 320 | 320 |
| 5 | 325 | 325 | 325 | 325 |
| 6 | 330 | 330 | 330 | 330 |
| 7 | 335 | 335 | 335 | 335 |
| 8 | 340 | 340 | 340 | 340 |
| 9 | 345 | 345 | 345 | 345 |
| 10 | 350 | 350 | 350 | 350 |
| 11 | 355 | 355 | 355 | 355 |
| 12 | 360 | 360 | 360 | 360 |
| 13 | 365 | 365 | 365 | 365 |
| 14 | 370 | 370 | 370 | 370 |
| 15 | 375 | | 375 | |
| 16 | | | | |

$$Z_t = X_t + Y_t, \quad M_3(z) = M_3(x) + M_3(y)$$

$$Z_t = X_t + Y_t, \quad M_4'(z) = M_4'(x) + M_4'(y)$$

Exercice 02

1- Construire une série chronologique X, composée de 16 points et définie par :

$$x_t = 2 \cdot t^2 - 5 \cdot t + 50$$

Calculer les moyennes mobiles centrées de longueur 3 et de longueur 4 sur la série X

$$M_3\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, n-p$$

$$M_3(t+2) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, 13$$

$$M_4\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, n-p$$

$$M_4(t+2.5) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, 12$$

$$M_4'(t + \frac{p+1}{2}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_4_{t+k}$$

$$M_4'(t + 1.5) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_4_{t+k}$$

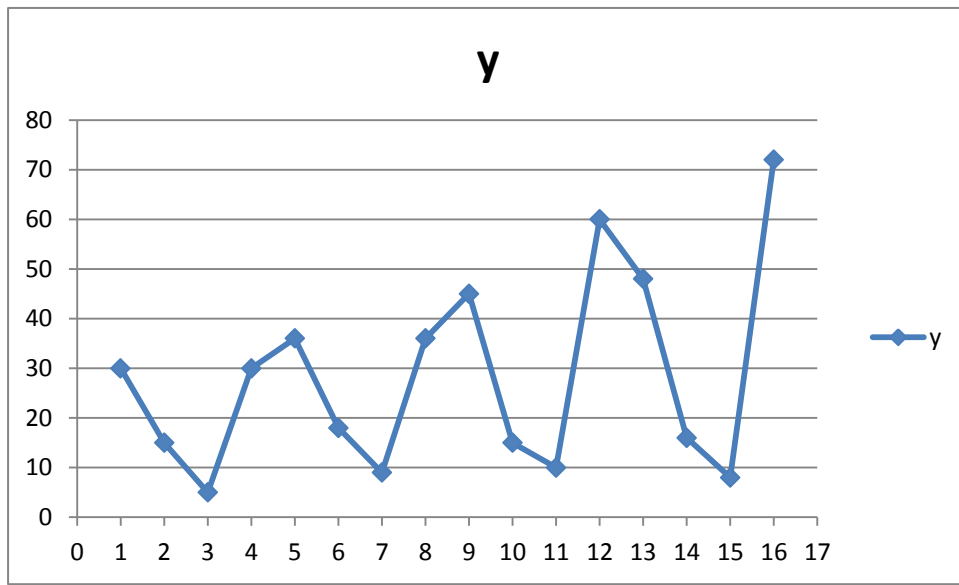
| t | x | $M_3(x)$ | $M_4'(x)$ |
|----|-----|-------------|-----------|
| 1 | 47 | | |
| 2 | 48 | 49,3333333 | |
| 3 | 53 | 54,3333333 | 56 |
| 4 | 62 | 63,3333333 | 65 |
| 5 | 75 | 76,3333333 | 78 |
| 6 | 92 | 93,3333333 | 95 |
| 7 | 113 | 114,3333333 | 116 |
| 8 | 138 | 139,3333333 | 141 |
| 9 | 167 | 168,3333333 | 170 |
| 10 | 200 | 201,3333333 | 203 |
| 11 | 237 | 238,3333333 | 240 |
| 12 | 278 | 279,3333333 | 281 |
| 13 | 323 | 324,3333333 | 326 |
| 14 | 372 | 373,3333333 | 375 |
| 15 | 425 | 426,3333333 | |
| 16 | 482 | | |

2- Comparer la série X et les moyennes mobiles M3(X) et M4(X).

Comme la tendance est un polynôme de degré >1 , les moyennes mobiles surévaluent la tendance.

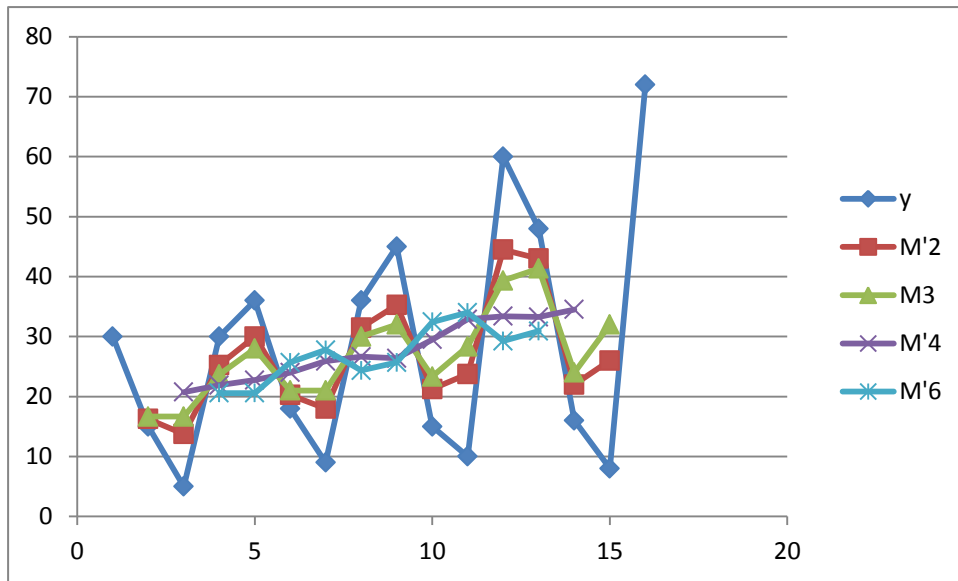
Exercice 03

1-



3-

| t | y | $M'_2(x)$ | $M_3(x)$ | $M'_4(x)$ | $M'_6(x)$ |
|----|----|-----------|----------|-----------|-----------|
| 1 | 30 | | | | |
| 2 | 15 | 16,25 | 16,67 | | |
| 3 | 5 | 13,75 | 16,67 | 20,75 | |
| 4 | 30 | 25,25 | 23,67 | 21,875 | 20,58 |
| 5 | 36 | 30 | 28 | 22,75 | 20,58 |
| 6 | 18 | 20,25 | 21 | 24 | 25,67 |
| 7 | 9 | 18 | 21 | 25,875 | 27,75 |
| 8 | 36 | 31,5 | 30 | 26,625 | 24,33 |
| 9 | 45 | 35,25 | 32 | 26,375 | 25,67 |
| 10 | 15 | 21,25 | 23,33 | 29,5 | 32,42 |
| 11 | 10 | 23,75 | 28,33 | 32,875 | 34 |
| 12 | 60 | 44,5 | 39,33 | 33,375 | 29,25 |
| 13 | 48 | 43 | 41,33 | 33,25 | 30,92 |
| 14 | 16 | 22 | 24 | 34,5 | |
| 15 | 8 | 26 | 32 | | |
| 16 | 72 | | | | |



on obtient les plus faibles fluctuations saisonnières en utilisant La moyennes mobiles centrées d'ordre 4. la moyenne mobile à employer est $M'_4(x)$.