

Corrigé TD 03 série chronologique

Exercice 01

Construire une série chronologique X, composée de 16 points et définie par :

$$x_t = 2 \cdot t + 100$$

2 - Calculer les moyennes mobiles centrées de longueur 3 et de longueur 4 sur la série X

$$M_3\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0, 1, 2, \dots, n-p$$

$$M_3(t+2) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0, 1, 2, \dots, 13$$

$$M_4\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0, 1, 2, \dots, n-p$$

$$M_4(t+2.5) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0, 1, 2, \dots, 12$$

$$M_4'(t + (\frac{p+1}{2})) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_{4,t+k}$$

$$M_4'(t + (1.5)) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_{4,t+k}$$

t	x	$M_3(x)$	$M_4'(x)$
1	102		
2	104	104	
3	106	106	106
4	108	108	108
5	110	110	110
6	112	112	112
7	114	114	114
8	116	116	116
9	118	118	118
10	120	120	120
11	122	122	122
12	124	124	124
13	126	126	126
14	128	128	128
15	130	130	
16	132		

3-Comme la tendance est un polynôme de degré 1, les moyennes mobiles laissent passer la composante tendancielle sans la modifier

4 - Construire une nouvelle série chronologique Y composée également de 16 points et définie par :

$$y_t = 3 \cdot t + 200$$

Calculer les moyennes mobiles centrées de longueur 3 et longueur 4 sur la série Y, qui seront notées respectivement $M_3(Y)$ et $M_4(Y)$.

$$M_3\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, n-p$$

$$M_3(t+2) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, 13$$

$$M_4\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, n-p$$

$$M_4(t+2.5) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, 12$$

$$M_4'(t + \frac{p+1}{2}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_{4,t+k}$$

$$M_4'(t + 1.5) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_{4,t+k}$$

t	y	$M_3(y)$	$M_4'(y)$
1	203		
2	206	206	
3	209	209	209
4	212	212	212
5	215	215	215
6	218	218	218
7	221	221	221
8	224	224	224
9	227	227	227
10	230	230	230
11	233	233	233
12	236	236	236
13	239	239	239
14	242	242	242
15	245	245	
16	248		

6-

$$Z_t = X_t + Y_t$$

Calculer les moyennes mobiles de longueur 3 et longueur 4 sur Z

t	Z	$M_3(z)$	$M_4'(z)$
1	305		
2	310	310	
3	315	315	315
4	320	320	320
5	325	325	325
6	330	330	330
7	335	335	335
8	340	340	340
9	345	345	345
10	350	350	350
11	355	355	355
12	360	360	360
13	365	365	365
14	370	370	370
15	375	375	
16	380		

7- Calculer les sommes $M_3(X) + M_3(Y)$ et $M_4(X) + M_4(Y)$.

t	$M_3(z)$	$M_4'(z)$	$M_3(x)+M_3(y)$	$M_4'(x)+ M_4'(y)$
1				
2	310		310	
3	315	315	315	315
4	320	320	320	320
5	325	325	325	325
6	330	330	330	330
7	335	335	335	335
8	340	340	340	340
9	345	345	345	345
10	350	350	350	350
11	355	355	355	355
12	360	360	360	360
13	365	365	365	365
14	370	370	370	370
15	375		375	
16				

$$Z_t = X_t + Y_t, \quad M_3(z) = M_3(x) + M_3(y)$$

$$Z_t = X_t + Y_t, \quad M_4'(z) = M_4'(x) + M_4'(y)$$

Exercice 02

1- Construire une série chronologique X, composée de 16 points et définie par :

$$x_t = 2 \cdot t^2 - 5 \cdot t + 50$$

Calculer les moyennes mobiles centrées de longueur 3 et de longueur 4 sur la série X

$$M_3\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, n-p$$

$$M_3(t+2) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, 13$$

$$M_4\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, n-p$$

$$M_4(t+2.5) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{t+k} \quad t = 0,1,2, \dots, 12$$

$$M_4'(t + \frac{p+1}{2}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_4_{t+k}$$

$$M_4'(t + 1.5) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_4_{t+k}$$

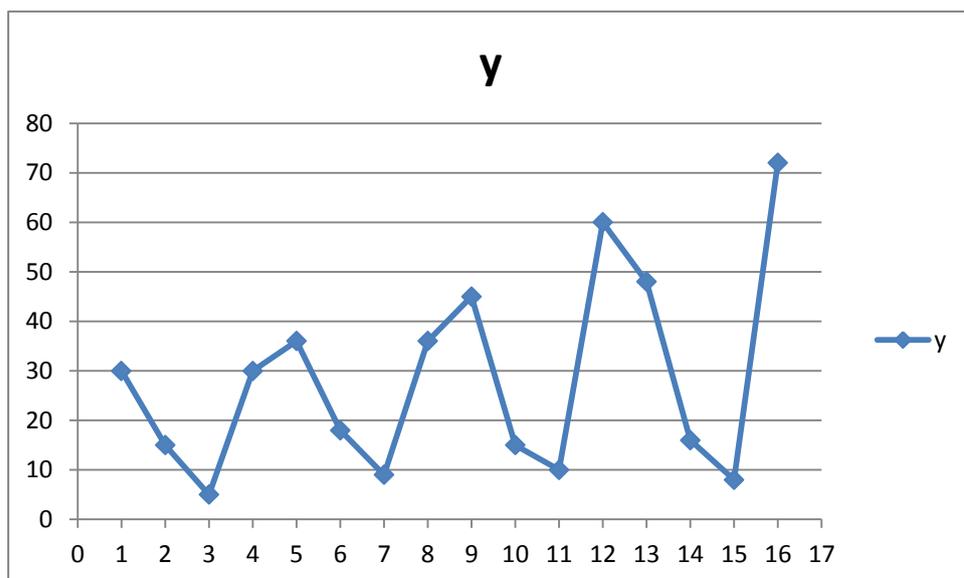
t	x	$M_3(x)$	$M_4'(x)$
1	47		
2	48	49,3333333	
3	53	54,3333333	56
4	62	63,3333333	65
5	75	76,3333333	78
6	92	93,3333333	95
7	113	114,3333333	116
8	138	139,3333333	141
9	167	168,3333333	170
10	200	201,3333333	203
11	237	238,3333333	240
12	278	279,3333333	281
13	323	324,3333333	326
14	372	373,3333333	375
15	425	426,3333333	
16	482		

2- Comparer la série X et les moyennes mobiles M3(X) et M4(X).

Comme la tendance est un polynôme de degré >1 , les moyennes mobiles surévaluent la tendance.

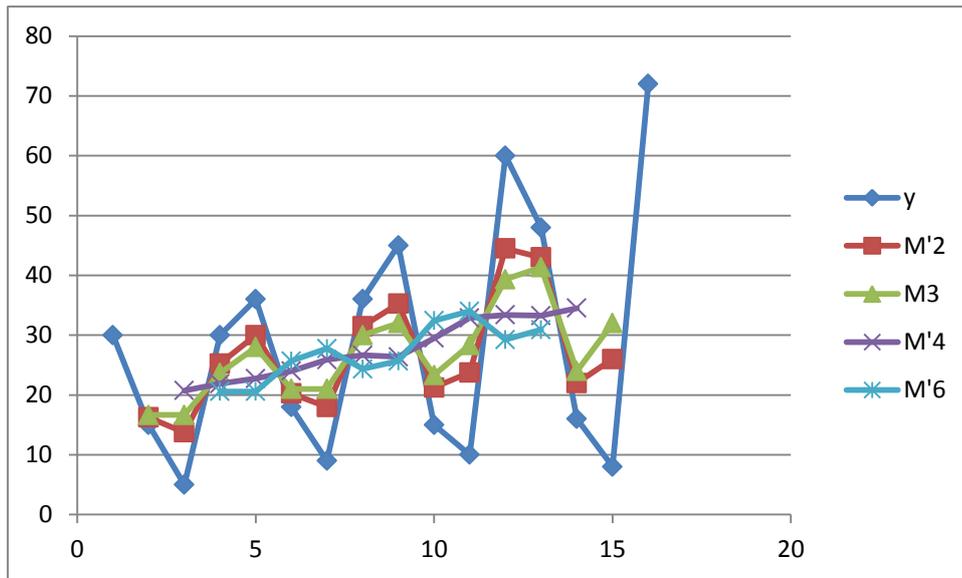
Exercice 03

1-



3-

t	y	$M'_2(x)$	$M_3(x)$	$M'_4(x)$	$M'_6(x)$
1	30				
2	15	16,25	16,67		
3	5	13,75	16,67	20,75	
4	30	25,25	23,67	21,875	20,58
5	36	30	28	22,75	20,58
6	18	20,25	21	24	25,67
7	9	18	21	25,875	27,75
8	36	31,5	30	26,625	24,33
9	45	35,25	32	26,375	25,67
10	15	21,25	23,33	29,5	32,42
11	10	23,75	28,33	32,875	34
12	60	44,5	39,33	33,375	29,25
13	48	43	41,33	33,25	30,92
14	16	22	24	34,5	
15	8	26	32		
16	72				



on obtient les plus faibles fluctuations saisonnières en utilisant La moyennes mobiles centrées d'ordre 4. la moyenne mobile à employer est $M'_4(x)$.