

N° d'ordre : /2002/EN

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEURE
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BATNA

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR
DÉPARTEMENT DE MÉCANIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

PRESENTE POUR OBTENIR LE DIPLÔME

D'INGENIEUR D'ETAT

Spécialité : MÉCANIQUE

Option : Energétique

PAR

MAATAR YOUNECE

**ETABLISSEMENT D'UN PROGRAMME
DE SIMULATION
DES PHENOMENES TRANSITOIRES DANS LES CONDUITES**

Soutenu le ... Juin 2002

Encadré par:

Dr: L. MESSAOUD

Remerciements

**Avant tout, je remercie le grand Dieu
D'avoir guidé mes pas sur le bon chemin
et c'est avec un grand plaisir que je
remercie mon encadreur
Dr.Messaoudi Laïd
pour son aide et ses conseils précieux
tout au long de la réalisation de ce
mémoire.**

**Egalement je remercie aussi qui m'ont
Aidé de loin ou de prés pour la réalisation
De ce mémoire.**

Y.Maatar

GRANDEURS PHYSIQUES UTILISEES

Symbole	Designation de la grandeur physique	Unites MKS
A	Nombre adimensionnel caractérisant la conduite de refoulement	---
<i>a</i>	Célérité (vitesse) d'onde	m/s
B	Nombre adimensionnel caractérisant le réservoir anti-bélier	---
b	Coefficient adimensionnel caractérisant la vanne	---
D	Diamètre de la conduite	m
e	Epaisseur de la conduite	m
E	Module d'élasticité de Young	N/m ²
H	Charge dans la conduite	m
g	Accélération de la présenteur	m/s ²
Kc	Coefficient de nature de la conduite	---
L	Longueur de la conduite	m
m	Masse du fluide	Kg
P	Pression dans la conduite	N/m ²
Q	Débit volumique	m ³ /s
Rug	Régosité	m
s	Surface de la conduite	m ²
t	Temps	s
Ta	Temps d'analyse	s
Tm	Temps moyen de fermeture de la vanne	
U	Vitesse du fluide dans la canalisation	m/s
V	Volume d'air dans le réservoir de protection	m ³
x	Abscisse curviligne le long de la conduite	m
Z	Hauteur d'un point de la conduite par rapport au référentiel	m
	Masse volumique du fluide	Kg/m ³
	Module d'élasticité	N/m ²
	Coefficient de Poisson	---
1, 2	Allongement relatif longitudinal et radial	---
1, 2	Contraintes normales	N/m ²
	Coefficient de perte de charge linéaire	---

Introduction

Les coups de bélier sont les phénomènes qui accompagnent la manœuvre d'une vanne dans une canalisation, Il vous est sûrement arrivé de fermer brusquement un robinet, et d'entendre un coup ou onde de choc dans la tuyauterie. Et bien, sans vous en rendre compte, vous veniez de provoquer un coup de bélier. Le principe est simple. Par l'ouverture du robinet, l'eau prend de la vitesse, au moment de refermer celui-ci, l'eau est freinée dans sa course. C'est l'énergie cinétique de l'eau qui est absorbée par le conduit, provoquant une onde de choc. C'est ce qui explique le « Boom » que l'on entend dans la tuyauterie.

Depuis longtemps les coups de bélier sont l'un des problèmes à résoudre par les savants, les calculs des réseaux fait à l'époque entraînent des fois d'énormes dommages matériel, alors les études montrent l'apparition d'un nouveau phénomène nommé plus tard par coup de bélier et défini comme étant des variations de pression et de débit résultant d'une variation brusque dans les conditions initiales d'un écoulement permanent, ces variations entraînent des augmentations considérables de pression dans les différents points de la conduite.

De nombreux chercheurs ont essayé d'étudier les coups de bélier et d'exprimer le problème par des équations mathématiques aux dérivées partielles, Menabria (1858), Castigliano (1874) et Nicolai E Joukovsky (1898), en 1903 l'ingénieur Lorenzo Allievi a proposé des méthodes pour résoudre le problème par des équations principales simples.

Pour satisfaire au besoin technique, la résolution des coups de bélier s'améliore, il existe maintenant trois méthodes utilisées pour obtenir l'allure des pressions et des débits :

- La méthode analytique.
- La méthode graphique.
- La méthode numérique.

Le but de notre travail est la résolution des coups de bélier par la méthode numérique en utilisant la *méthode des caractéristiques* bien connue pour ce genre de problèmes. Le programme de simulation que nous allons développer va nous permettre d'une part, de mieux comprendre les phénomènes instationnaires et d'autre part avec sa souplesse, une meilleur représentation des résultats en traçant les différentes courbes de variation de débit et de pression pour différentes configurations (fermeture de vanne lente et brusque, hauteur de réservoir constante et variable, conduite composée et protection par un ballon d'air).

Pour résoudre les équations régissant l'écoulement transitoire on utilise la méthode des caractéristiques qui consiste à transformer les équations aux dérivées partielles en des formules mathématiques simples, capables d'être résolues par des méthodes numériques.

Cette étude contient quatre chapitres:

❖ Chapitre 1 :

Nous avons essayé, dans ce chapitre, de donner certaines notions fondamentales sur la propagation des ondes élastiques dans un écoulement transitoire, la réflexion de ces dernières et la manière de changement de signe et de direction. Ensuite, nous abordons la propagation des ondes longitudinales dans une conduite cylindrique ainsi que la vitesse à laquelle elles se propagent.

❖ Chapitre 2 :

Dans ce chapitre, nous établissons les équations régissant l'écoulement transitoire à savoir : les équations de continuité et de conservation de quantité de mouvement, qui sont connues par les deux équations de Saint Venant. Et les équations d'Allievi, qui sont les équations de Saint Venant dont on néglige certains termes devant d'autres afin de simplifier la résolution analytique de ces dernières.

En fin de ce chapitre, nous abordons les différentes méthodes de résolution des équations précédentes dont les plus importantes sont : la méthode analytique, graphique et numérique. La méthode des caractéristiques qui nous a intéressé le plus dans cette étude est une méthode numérique.

❖ Chapitre 3 :

Ce chapitre contient la mise en œuvre du programme informatique de simulation en se basant sur l'étude théorique décrite dans les chapitres précédents. Chaque cas d'étude est présenté avec son schéma, ses variables et son organigramme.

❖ Chapitre 4 :

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats du programme de simulation avec leurs interprétations

En fin, nous terminons par une conclusion et des perspectives.

Chapitre 1

Généralités sur les ondes élastiques



1.1- Propagation des ondes élastiques planes longitudinales

Lorsque les variations de pression dans un milieu matériel sont faibles devant la pression absolue, le fluide peut être considéré comme incompressible; cependant, si les variations de pression sont très rapides (propagation des ondes élastiques par exemple) la compressibilité doit être prise en compte même si elle est très faible.

Quand un milieu matériel est affecté localement par des variations de pression, la perturbation qui en résulte se propage dans toutes les directions.

1.2- Compressibilité dans un milieu matérielle

La compressibilité dans un milieu matériel est définie comme la variation relative de la masse volumique à la variation de pression qui le produit :

$$\frac{d\rho}{dP} = \frac{\varepsilon}{\rho} \quad (1.1)$$

ρ : Masse volumique du fluide.

P : pression du fluide.

: module d'élasticité du fluide.

$$\varepsilon = \frac{E}{3(1-2.\nu)} \quad (1.2)$$

E : module d'élasticité de young.

: coefficient de poisson.

1.3- Réflexion des ondes élastiques

Les ondes élastiques se propagent sans modification dans un milieu isotrope infini, mais elles sont susceptible de réflexion et réfraction quand elles rencontrent une surface séparant deux milieux différents.

- Si les variations de pression sont lentes, la propagation d'une onde élastique se distribue immédiatement et uniformément dans tout le milieu fluide, par contre s'ils sont rapides leur distribution n'est pas uniforme.
- Les ondes élastiques se propagent sans modification dans un milieu isotrope infini.
- Quand l'onde rencontre une surface rigide, elle se réfléchit sans changement de signe, une onde de compression donne une onde de compression et de même pour une onde de dépression.
- Quand l'onde rencontre une surface à pression constante (surface libre par exemple) elle se réfléchit avec changement de signe.

1.4- Propagation d'une onde plane dans un milieu fluide indéfini

Une onde élastique se déplace avec une vitesse appelée célérité de l'onde.

Soit une tranche élémentaire d'un fluide Fig.(1.1) où se propage une onde élastique plane avec une célérité U .

W_1 , ρ_1 , P_1 sont respectivement la vitesse relative, la masse volumique, la pression des particules fluides en amont de la tranche.

W_2 , ρ_2 , P_2 sont respectivement la vitesse relative, la masse volumique, la pression des particules fluides en aval de la tranche.

Pour considérer le système stationnaire on prend un repère mobile lié à l'onde.

L'équation de continuité nous donne :

$$\rho_1 \cdot s_1 (W_1 - U) = \rho_2 \cdot s_2 (W_2 - U) \quad (1.3)$$

$s_1 = s_2$ donc

$$\rho_1 (W_1 - U) = \rho_2 (W_2 - U) = q \quad (1.4)$$

le théorème de quantité de mouvement nous donne :

$$q[(W_2 - U) - (W_1 - U)] = P_1 - P_2 \quad (1.5)$$

en combinant (1.4) et (1.5) :

$$u_1 = W_1 - U = \pm \sqrt{\frac{\rho_2 \cdot P_1 - P_2}{\rho_1 \cdot \rho_1 - \rho_2}} \quad (1.6)$$

$$u_2 = W_2 - U = \pm \sqrt{\frac{\rho_1 \cdot P_1 - P_2}{\rho_2 \cdot \rho_1 - \rho_2}} \quad (1.7)$$

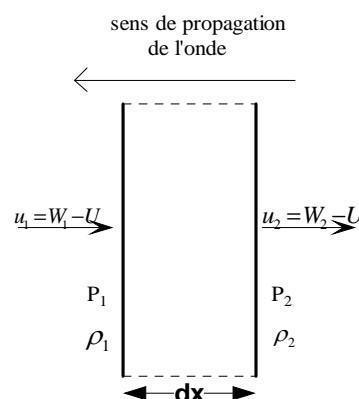


Fig. (1.1)- Tranche de fluide.

En générale la célérité de propagation de l'onde est très grande en comparaison avec la vitesse de déplacement des particules fluides, on peut considéré donc $U \gg W$, en plus la variation de masse volumique est très faible $\rho_1 \approx \rho_2$, donc (1.6) et (1.7) nous donnent :

$$|U| = a_0 = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \quad (1.8)$$

a_0 : Célérité d'une onde élastique dans un milieu matériel infini.

en combinant (1.1) et (1.8), on aura :

$$a_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} \quad (1.9)$$

1.5- Propagation d'une onde plane dans une conduite cylindrique

Les ondes élastiques longitudinales peuvent aussi se propager dans un fluide contenu dans une conduite. Faisant abstraction des perturbations provoquées par le frottement, on peut admettre que les propagations dans une conduite cylindrique s'effectuent encore par ondes planes perpendiculaires à l'axe de la conduite, mais avec une célérité a différente de celle dans un milieu indéfini (a_0).

La variation de la célérité d'onde peut être expliquée par l'équation de continuité puisque le volume de fluide contenu dans une tranche va être changé avec le changement de section de la conduite qui est sous pression.

Soit une conduite de longueur l , d'épaisseur e et de rayon $D/2$ Fig.(1.2).

Soit σ_1, σ_2 les contraintes longitudinales et radiales ζ_1, ζ_2 les déformation correspondantes Fig.(1.3).

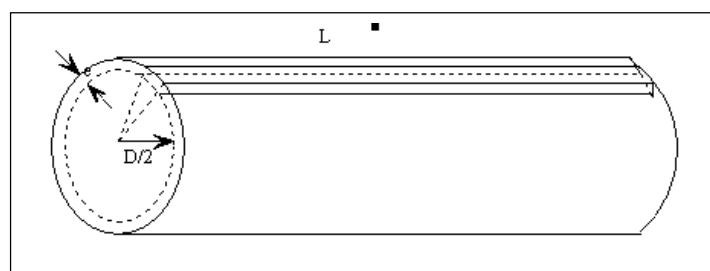


Fig.(1.2)- Schéma de la conduite.

en appliquant la loi de Hook

$$\zeta_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu \cdot \sigma_2) \quad (1.10)$$

$$\zeta_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu \cdot \sigma_1) \quad (1.11)$$

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [P \cdot \cos(\alpha) \cdot ds] - 2 \cdot \sigma_2 \cdot l \cdot e = 0 \quad (1.12)$$

Où $ds = l \cdot r \cdot d\alpha$

après intégration, on obtient (1.13) :

$$\sigma_2 = \frac{P}{2} \cdot \frac{D}{e} \quad (1.13)$$

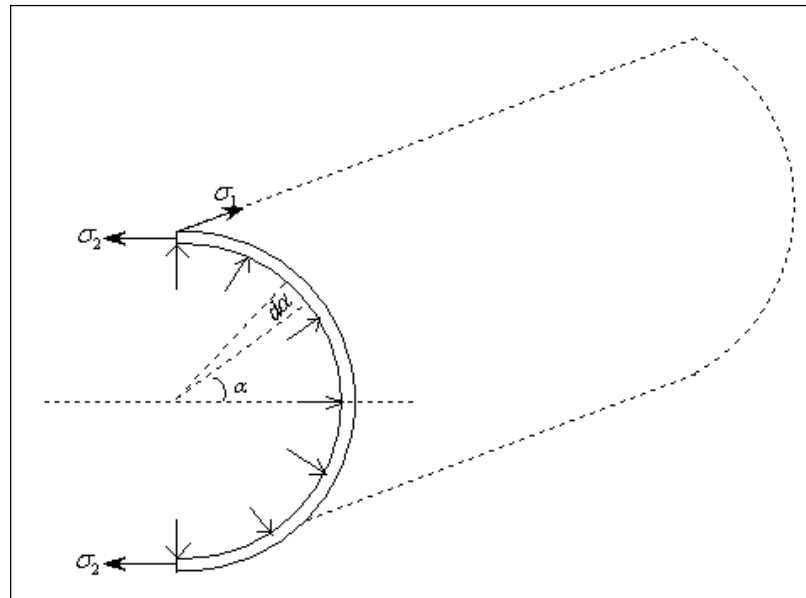


Fig. (1.3)- Répartition de pression dans une conduite.

La détermination de σ_1 dépend de la manière de pose de la conduite suivant les trois cas :

1. La conduite est ancrée en plusieurs points : on prend $\sigma_1=0$, $\sigma_2=0$.
2. La conduite est ancrée à ses deux extrémités : on prend $\sigma_1=0 \Rightarrow \sigma_2 = \frac{1}{2} \cdot \sigma_1$.
3. La conduite est libre à une extrémité donc la force exercée à l'extrémité est :

$$\sigma_1 = \frac{P \cdot D}{4 \cdot e} \quad (1.14)$$

de (1.13), (1.14) on a :

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \cdot \sigma_2 \quad (1.15)$$

Des cas 1,2 et 3 on remarque que:

$$\sigma_1 = K \cdot \sigma_2 \quad (1.16)$$

la masse M d'un volume V du liquide s'exprime par l'équation :

$$M = \rho \cdot s \cdot \Delta l \quad (1.17)$$

L'écoulement est permanent donc la masse de fluide dans un volume bien déterminé reste inchangée :

$$dM = 0 \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} + \frac{ds}{s} + \frac{d\Delta l}{\Delta l} = 0 \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} d\Delta l &= \Delta l_{t+\Delta t} - \Delta l_t \\ &= \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dl \cdot dt \end{aligned}$$

donc

$$\frac{d\Delta l}{\Delta l} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt \quad (1.19)$$

d'autre part on a :

$$\begin{aligned} s &= \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \Rightarrow ds = \frac{\pi}{2} \cdot D \cdot dD \\ &\Rightarrow \frac{ds}{s} = 2 \cdot \frac{dD}{D} \end{aligned} \quad (1.20)$$

De (1.11), (1.20) on a :

$$\begin{aligned} \frac{ds}{s} &= 2 \cdot d\zeta_2 \\ &= \frac{2}{E} (d\sigma_2 - \nu \cdot d\sigma_1) \\ &= \frac{2}{E} \left(1 - \nu \cdot \frac{d\sigma_1}{d\sigma_2}\right) d\sigma_2 \end{aligned} \quad (1.21)$$

posant $k = \frac{d\sigma_1}{d\sigma_2}$ et $c = 1 - k$, (1.21) donne :

$$\frac{ds}{s} = \frac{2 \cdot c}{E} \cdot d\sigma_2 \quad (1.22)$$

en injectant (1.13) dans (1.22) on aura :

$$\frac{ds}{s} = \frac{2 \cdot c}{E} d\left(\frac{P \cdot D}{2 \cdot e}\right)$$

$$\frac{ds}{s} = \frac{D \cdot c}{E \cdot e} \cdot dP \quad (1.23)$$

on remplaçant (1.19) et (1.23) dans (1.18) on aura :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{D \cdot c}{E \cdot e} \cdot dP + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt = 0 \quad (1.24)$$

tenant en compte (1.1) :

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D \cdot c}{E \cdot e}\right) \cdot \frac{dP}{dt} = 0 \quad (1.25)$$

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{a^2} \cdot \frac{dP}{dt} = 0 \quad (1.26)$$

$$a = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{D \cdot c \cdot \varepsilon}{E \cdot e}}} \quad (1.27)$$

a : représente la célérité d'une onde plane dans une conduite.

- la célérité des ondes planes dans une conduite est inférieure à la célérité $a_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}}$ dans un milieu indéfini.
- Le rapport $\frac{a}{a_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{D \cdot c \cdot \varepsilon}{E \cdot e}}}$ se rapproche de l'unité dans les cas suivants:
 - a. La conduite est infiniment rigide (E est très grand).
 - b. Une conduite épaisse (e est très grand).
 - c. Le fluide est très compressible (ε est très petit).
- Si la conduite est ancrée en plusieurs points (cas des conduites de transport des fluides), on prend $c = 1$ donc :

$$a = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{D \cdot \varepsilon}{E \cdot e}}} \quad (1.28)$$

- Pour les conduites contenant de l'eau on a :
 $= 2.10^9 \text{ N/m}^2$, $= 1000 \text{ Kg/m}^3$ et par suite :

$$a = \frac{9900}{\sqrt{50 + \frac{Kc \cdot D}{e}}} \quad (1.29)$$

Kc c'est un coefficient qui dépend de la nature de la conduite.

Le tableau ci-dessous nous donne certaines valeurs de Kc :

Matériau	Valeur de Kc
Fer	0.5
Acier	0.5
Fonte grise	1
Fonte ductile	0.59
Béton	5
Plomb	5
Bois	10
Amiante ciment	4
Polyéthylène haute densité	83
Polyéthylène basse densité	500

Chapitre 2

Equations caractérisant un écoulement transitoire



2.1- Première équation de Saint-Venant

On applique la loi de conservation de la masse sur une tranche fluide de volume V Fig.(2.1). Cette tranche a une hauteur piézométrique H, une pression P et une hauteur Z par rapport au référentiel.

$$\rho \cdot s \cdot u - [\rho \cdot s \cdot u + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot s \cdot u) \cdot dx] = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot s \cdot dx) \quad (2.1)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \cdot (\rho \cdot s \cdot u) \cdot dx = \rho \cdot \frac{\partial s}{\partial t} \cdot dx + s \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dx \quad (2.2)$$

$$-\rho \cdot s \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx - s \cdot u \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot dx - \rho \cdot u \cdot \frac{\partial s}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial s}{\partial t} \cdot dx + s \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dx \quad (2.3)$$

divisons l'équation (2.3) par le terme ($\rho \cdot s \cdot dx$), on aura :

$$-\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{u}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{u}{s} \cdot \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{1}{s} \cdot \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.4)$$

l'écoulement est considéré unidimensionnel donc:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\partial s}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial s}{\partial x} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (2.6)$$

en injectant (2.5) et (2.6) dans (2.4) on aura :

$$\frac{1}{s} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.7)$$

on dérive l'équation (1.1) par rapport au temps :

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{dP}{dt} \quad (2.8)$$

d'autre part la masse de volume V de liquide est :

$$\begin{aligned} M = \rho \cdot V &\Rightarrow \frac{dM}{M} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} = 0 \\ &\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\rho} = -\frac{dV}{V} \end{aligned} \quad (2.9)$$

en portant les équations (1.23), (2.8) et (2.9) dans l'équation (2.7) on aura:

$$\frac{D}{E \cdot e} \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.10)$$

$$\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e}\right) \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{a^2} \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.12)$$

a : étant la célérité de l'onde établie par l'équation (1.28).

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dP}{dt} + a^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.13)$$

d'autre part on a:

$$P = \rho \cdot g \cdot (H - Z) \quad (2.14)$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial P}{\partial x}$$

$$\frac{dP}{dt} = u \cdot \rho \cdot g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right) + \rho \cdot g \left(\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial Z}{\partial t}\right) \quad (2.15)$$

Z étant indépendant du temps $\frac{\partial Z}{\partial t} = 0$ et par suite :

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = -\sin \theta \quad (2.16)$$

la relation (2.15) nous donne alors:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dP}{dt} = u \cdot g \left(\frac{\partial H}{\partial x} + \sin \theta\right) + g \cdot \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.17)$$

en combinant (2.17) et (2.13) on aura enfin:

$$\frac{a^2}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + u \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + u \cdot \sin \theta = 0 \quad (2.18)$$

2.2- Deuxième équation de Saint-Venant

On applique le 2^{ème} loi de Newton de conservation de quantité de mouvement sur la tranche fluide considérée au paragraphe précédent Fig.(2.2).

$$\frac{d}{dt}(m \cdot \vec{u}) = \sum F_{ext} \quad (2.19)$$

L'écoulement est considéré unidimensionnel suivant l'axe x :

$$F_p + F_{pes} + F_f = u \cdot \frac{dm}{dt} + m \cdot \frac{du}{dt} \quad (2.20)$$

F_p : forces de pression.

F_{pes} : forces de pesanteur.

F_f : forces de frottement.

d'après la loi de conservation de la masse on a : $\frac{dm}{dt} = 0$

$$P \cdot s - [P \cdot s + \frac{\partial}{\partial x}(p \cdot s) \cdot dx] + \rho \cdot g \cdot s \cdot dx \cdot \sin \theta - \tau \cdot \pi \cdot D \cdot dx = m \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(P \cdot s) \cdot dx = s \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + P \cdot \frac{\partial s}{\partial x} \cdot dx$$

La variation de la section par rapport à x est négligée devant celle de la pression.

en tenant compte de cette dernière équation (2.21) donne:

$$-s \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx - \rho \cdot g \cdot s \cdot \sin(\theta) \cdot dx - \tau \cdot \pi \cdot D \cdot dx = m \cdot \frac{du}{dt} \quad (2.22)$$

Soit P la perte de pression par frottement, cette perte est donnée par la formule suivante:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \lambda \cdot \frac{dx}{D} \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g}$$

$$F_f = \tau \cdot \pi \cdot D \cdot dx \quad (2.23)$$

$$F_f = \Delta P \cdot s = (\rho \cdot g \cdot \lambda \cdot \frac{dx}{D} \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g}) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad (2.24)$$

des relations (2.23) et (2.24) on a :

$$\tau \cdot \pi \cdot D = \rho \cdot g \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad (2.25)$$

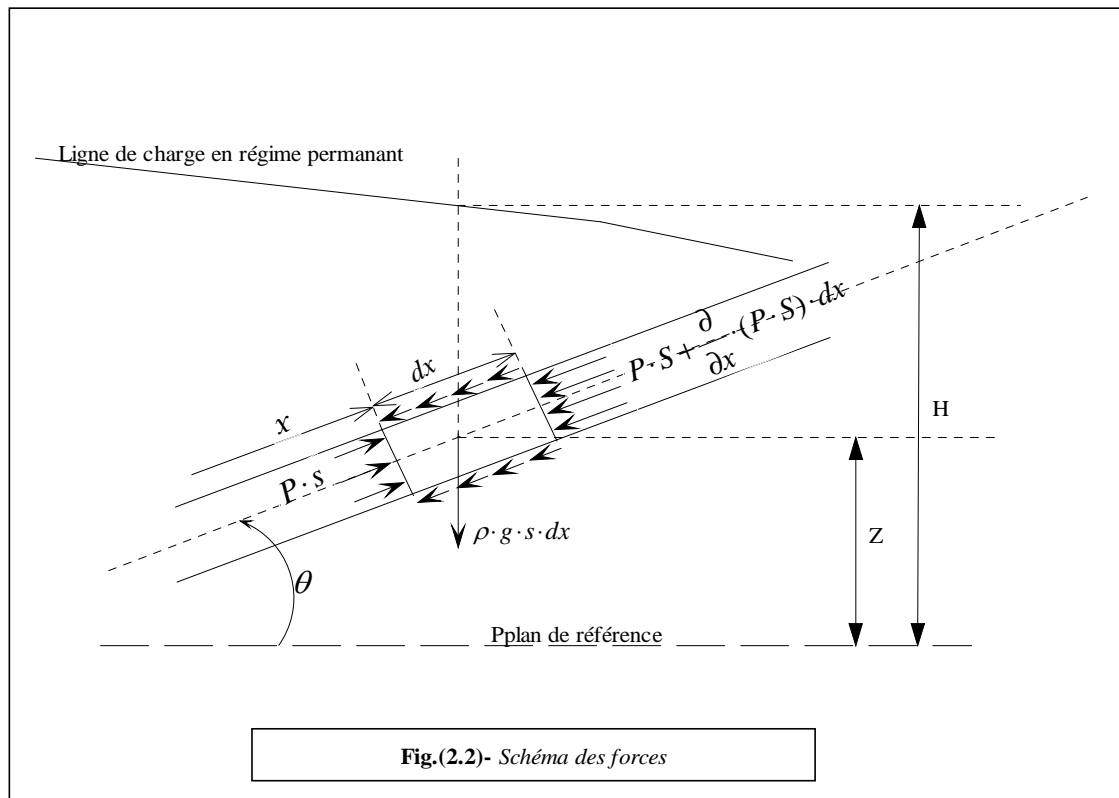
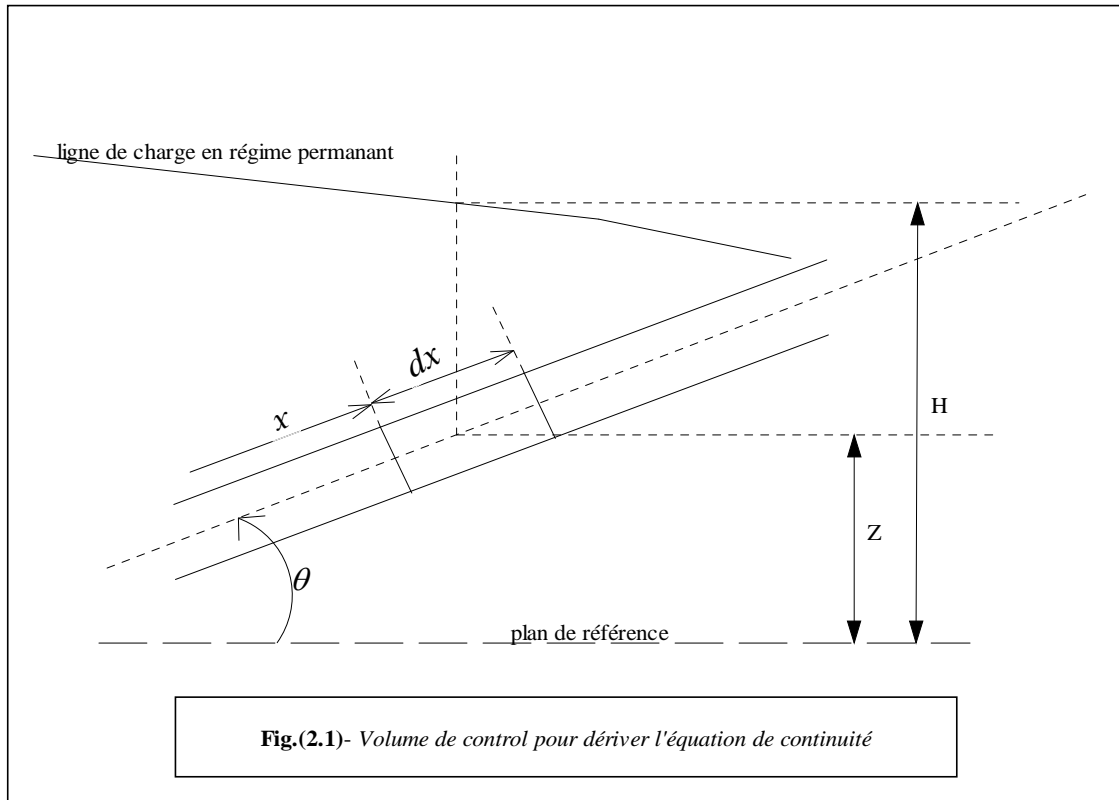
en dérivant (2.14) par rapport à x et en tenant compte de (2.16):

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin \theta \right) \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.26)$$

on rapportant les équations (2.25) et (2.26) dans (2.22), on aura:

$$-s \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx - \rho \cdot g \cdot s \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) \cdot dx - \frac{\lambda \cdot u^2}{2 \cdot D} \cdot dx = \rho \cdot s \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) \cdot dx$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda}{2 \cdot D} \cdot u \cdot |u| = 0 \quad (2.27)$$



2.3- Equations d'Allievi

La résolution des équations de Saint-Venant est difficile pour cela Allievi a négligé certains termes devant d'autres ($u \ll a$) ainsi que les pertes de charges dues aux frottements :

- Dans la 1^{ère} équation de Saint-Venant (2.18), le terme $u \cdot \frac{\partial H}{\partial x}$ a été négligé devant les autres.
- Le terme $u \frac{\partial u}{\partial x}$ est négligé dans la 2^{ème} équation (2.27).

Après modification on obtient les deux équations suivantes:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{g}{a^2} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

Effectuons les opérations suivantes sur ces deux dernières équations :

- a) Dérivons la 1^{ère} équation de (2.27) par rapport à t et la 2^{ème} par rapport à x :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + \frac{g}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + g \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (2.28)$$

- b) Dérivons la 1^{ère} équation par rapport à x et la 2^{ème} par rapport à t :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{g}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial x} = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + g \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.29)$$

faisons maintenant le changement de variable ci-dessous dans les équations (2.28) et (2.29) :

$$\begin{cases} \zeta = t - \frac{x}{a} \\ \xi = t + \frac{x}{a} \end{cases} \quad (2.30)$$

prenant l'équation (2.28):

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial t} &= \frac{\partial H}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial \xi} = \frac{\partial H}{\partial \zeta} + \frac{\partial H}{\partial \xi} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial H}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial H}{\partial \xi} \right) \\ &= \left(\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta^2} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta \partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta \partial \xi} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta \partial \xi} + \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2}\end{aligned}\quad (2.31)$$

de la même façon on a :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta^2} - \frac{2}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta \partial \xi} + \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2}\quad (2.32)$$

reportons (2.31) et (2.32) dans (2.28), on trouve :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta \partial \xi} = 0\quad (2.33)$$

le changement de variable de l'équation (2.29) donne aussi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \zeta \partial \xi} = 0\quad (2.34)$$

intégrons l'équation (2.33) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial \zeta} &= \psi(\zeta) \\ \int_{H_0}^H \partial H &= \int [\psi(\zeta) \cdot d\zeta] + c\end{aligned}\quad (2.35)$$

H_0 : est la hauteur totale initiale (H_0 est constante le long de la conduite puisque la perte de pression par frottement est négligée).

c : fonction qui ne dépend que de .

$$H - H_0 = F(\zeta) + f(\xi)$$

$$H - H_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right) \quad (2.36)$$

en portant cette dernière équation dans la première équation de (2.27), on aura :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{g}{a^2} \left[a \cdot F'\left(t - \frac{x}{a}\right) + a \cdot f'\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] = 0$$

et après intégration:

$$u - u_0 = \frac{g}{a} \cdot \left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] \quad (2.37)$$

Les relations (2.36) et (2.37) sont les équations d'Allievi:

$$\begin{cases} H - H_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right) \\ u - u_0 = \frac{g}{a} \cdot \left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] \end{cases} \quad (2.38)$$

2.4- Coup de bélier

Soit une conduite de longueur l et de diamètre D où s'écoule un liquide sans frottement avec une vitesse initiale u_0 et une charge piézométrique H_0 Fig.(2.3). Lorsqu'on ferme brusquement la vanne, la vitesse du liquide près de la vanne passe de u_0 à zéro ce qui donne la naissance d'une onde de surpression. Le phénomène est décrit en fonction du temps

$$\text{a) } 0 < t < \frac{l}{a} :$$

La vitesse d'une couche mince de liquide est nulle au niveau de la vanne tandis que les autres couches sont encore en mouvement à cause de leur énergie cinétique. Cette énergie se transforme en travail de déformation de la conduite et de compression du liquide Fig.(2.4). Une surpression remonte la conduite avec une célérité d'onde a , lorsque le temps est égal à l/a l'onde de surpression arrive au réservoir, la pression le long de la conduite est égale à $(H_0 + H)$, avec un diamètre de la conduite $(D+dD)$ Fig.(2.5).

$$\text{b) } \frac{l}{a} < t < \frac{2 \cdot l}{a} :$$

Comme nous l'avons décrit dans le dernier paragraphe, la vitesse du liquide est nulle au moment $t = l/a$ mais on a une différence de pression entre le réservoir (H_0) et la section au niveau de ce dernier ($H_0 + H$), le liquide commence à s'écouler vers le réservoir et la pression

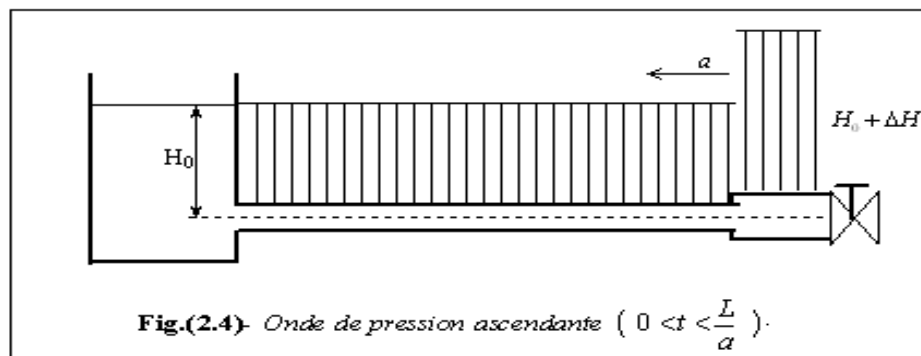
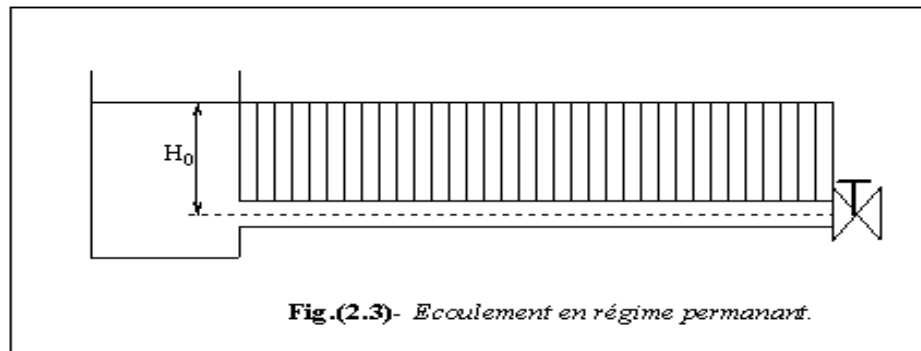
dans la section diminuée à H_0 , l'onde se propage vers la vanne en même temps, la conduite reprend sa forme et sa pression initiale Fig.(2.6). Au moment où $t = 2.l/a$, la pression le long de la conduite est P et tout le liquide dans cette dernière est en mouvement Fig.(2.7).

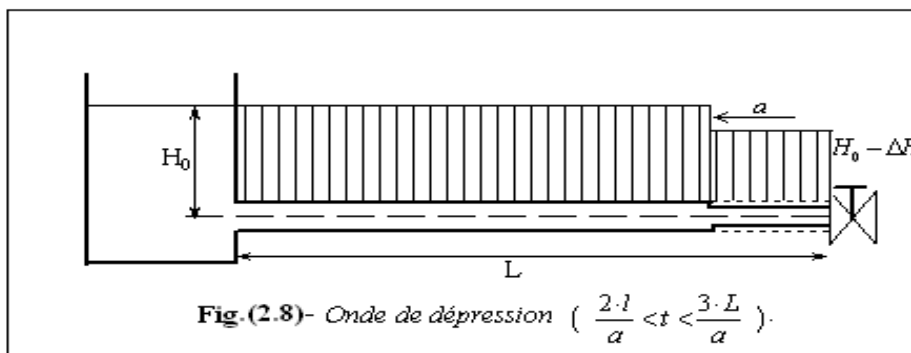
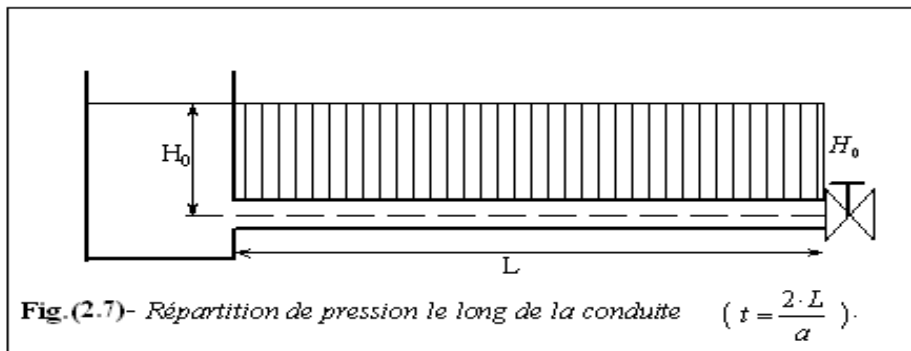
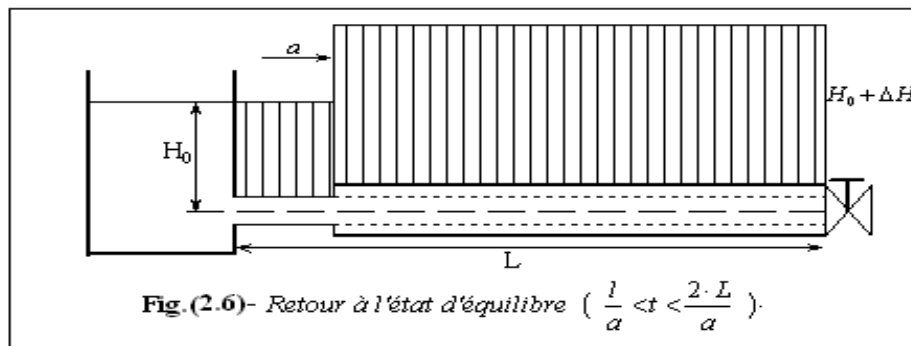
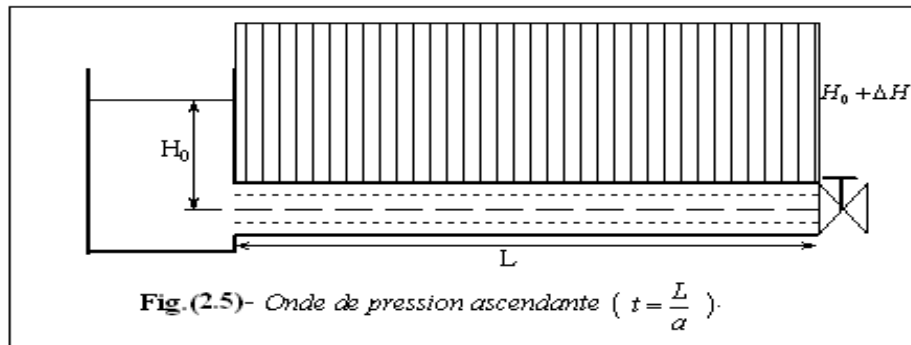
$$c) \frac{2 \cdot l}{a} < t < \frac{3 \cdot l}{a} :$$

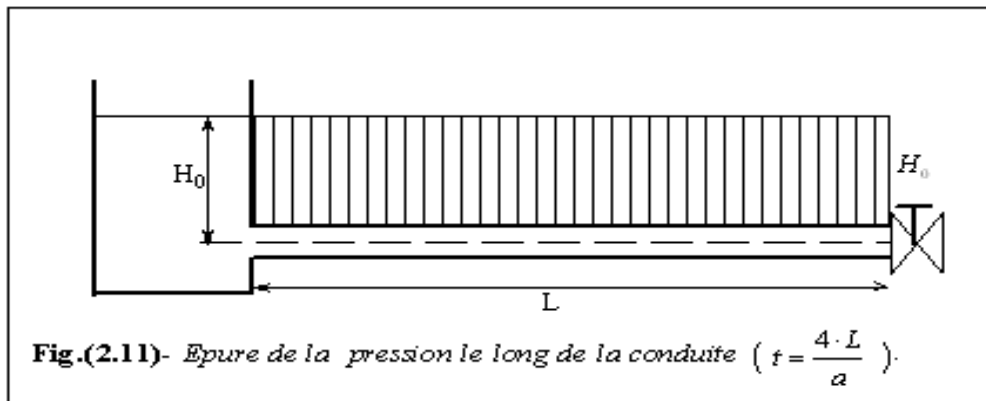
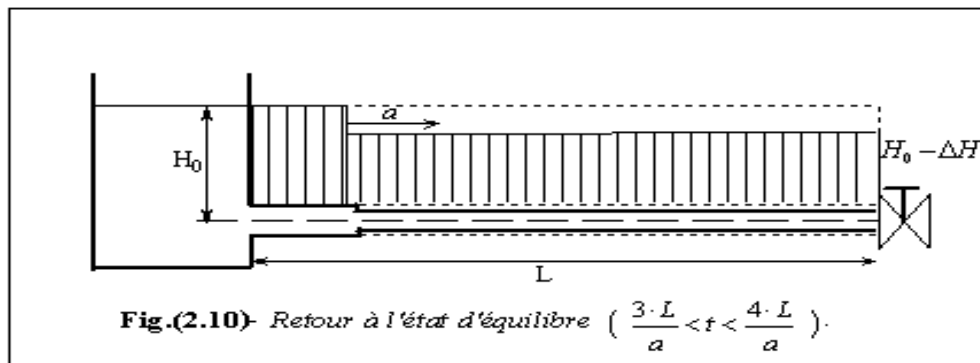
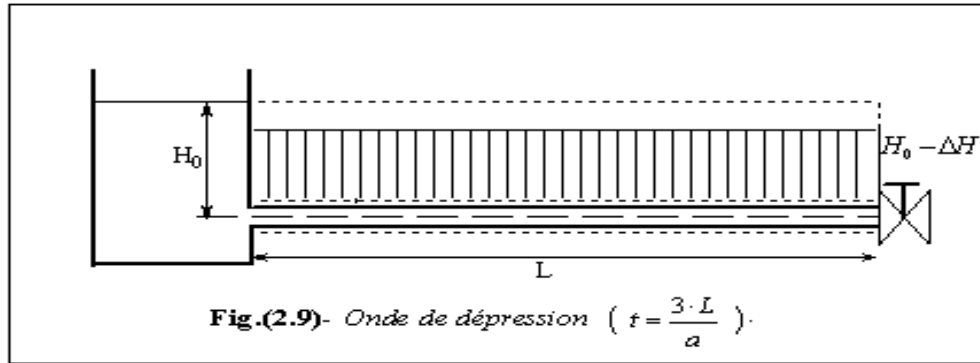
Le liquide qui est continue à s'écouler vers le réservoir, ce qui produit une onde de dépression qui se déplace de la vanne vers le réservoir et la pression diminue à $(H_0 - H)$ avec une diminution du diamètre de la conduite Fig.(2.8). A $t = 3.l/a$ l'onde atteint le réservoir, le liquide dans la conduite est totalement sous la pression $(H_0 - H)$, la conduite aussi est totalement déformée et la vitesse de tout le liquide est nulle Fig.(2.9).

$$d) \frac{3 \cdot l}{a} < t < \frac{4 \cdot l}{a} :$$

La différence de pression entre la conduite $(H_0 - H)$ et le réservoir (H) oblige le liquide à s'écouler dans la conduite. La conduite commence à reprendre son état initial Fig.(2.10). A $t = 4.l/a$, on reviens aux conditions initiales le long de la conduite Fig (2.11).





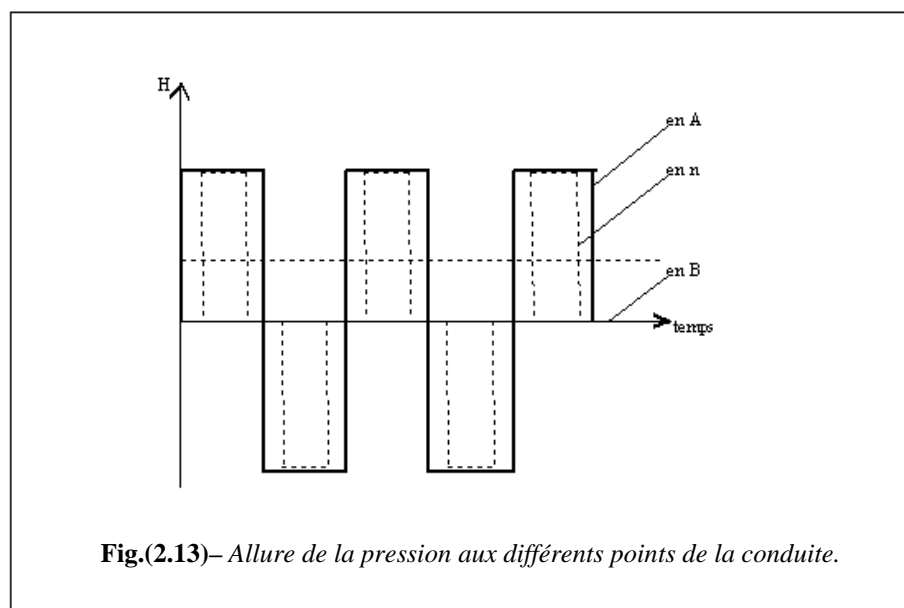
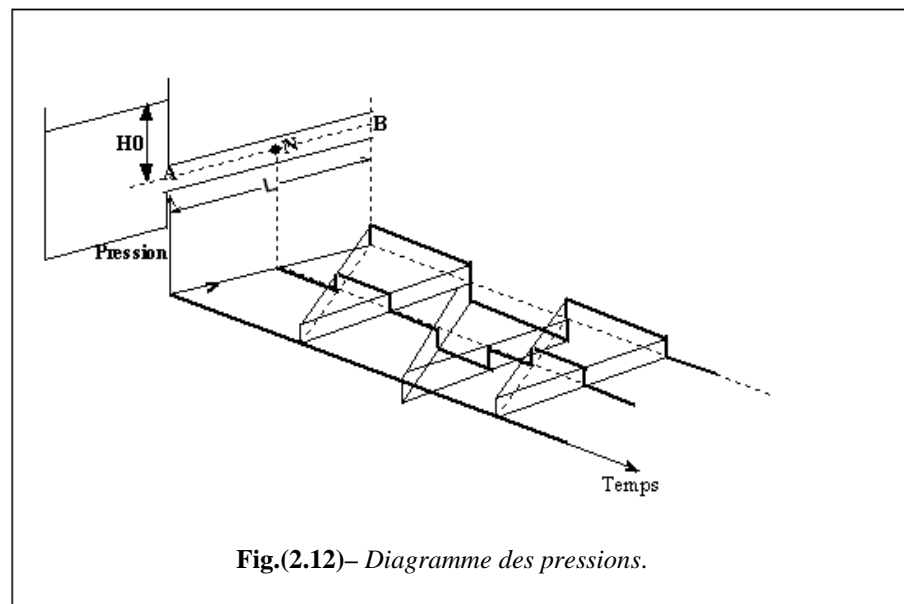


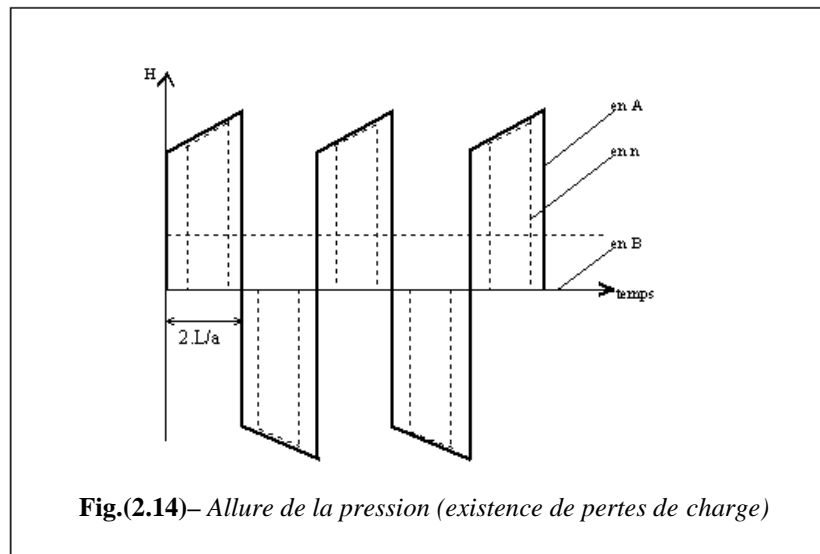
Le diagramme ci-dessous Fig.(2.12) nous donne la variation de pression dans les différents points de la conduite en fonction du temps.

Le phénomène est périodique d'une période égale à $4.l/a$ et se produira théoriquement à l'infini puisque on a négligé toute forme de perte de pression.

En réalité, l'amortissement du phénomène est causé d'une part, par le frottement et d'autre part, par la dissipation d'une partie de l'énergie du liquide dans le réservoir.

En prenant en considération les pertes de charge, la figure Fig.(2.14) nous donne dans ce cas la variation de pression dans les différents points de la conduite.





2.5- Résolution des équations

La résolution des équations aux dérivées partielles n'est pas toujours assez facile. Les chercheurs ont essayé de trouver des solutions assez précises que possible. Nous allons voir les principales méthodes :

2.5.1- Méthode analytique

Prenons les équations d'Allievi (2.38), ces équations montrent que le mouvement perturbateur se superpose tout simplement par addition au régime permanent initial où $H-H_0$ est l'augmentation de pression. Cette surpression est toujours la somme de deux fonctions F et f . F est relative à l'onde de surpression qui se propage avec la célérité a vers les x positifs, et f vers les x négatifs avec la même célérité.

Si dans la conduite l'onde F existe seule, nous avons dans ce cas:

$$\begin{cases} h - h_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) \\ u - u_0 = \frac{g}{a} F\left(t - \frac{x}{a}\right) \end{cases} \quad (2.39)$$

de telle sorte que, en éliminant $F\left(t - \frac{x}{a}\right)$, on trouve:

$$\Delta h = \frac{a}{g} \cdot \Delta u \quad (2.40)$$

si c'est l'onde f qui subsiste seule dans la conduite on, trouve:

$$\Delta h = -\frac{a}{g} \cdot \Delta u \quad (2.41)$$

de (2.40) et (2.41), on a :

$$|\Delta h| = \frac{a}{g} \cdot u_0 \quad (2.42)$$

2.5.2- Méthode graphique de Synder-Bergeron

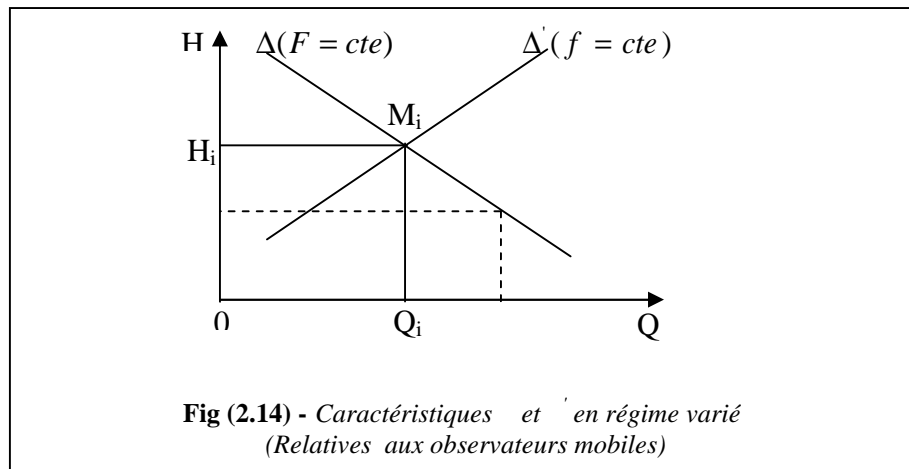
Les formules d'Allievi permettant de résoudre théoriquement le problème du coup de bélier, connaissant bien sûr les conditions aux limites. En générale on se heurte rapidement à de grandes difficultés de calcul, surtout si la conduite n'est pas de forme simple et présente des singularités (embranchements, variation de section, etc.....). D'autre part, la méthode analytique ne tient pas en compte les pertes de charges dans les installations.

2.5.2.1- Principe de la méthode

Considérons un observateur qui se déplace dans le sens des x positifs. Parti de la section M_i , il arrive à l'instant t dans une section M où les quantités h et u sont données par :

$$h - h_i = -\frac{a}{g \cdot s} (Q - Q_i) \quad (2.43)$$

Donc la relation entre h et Q est une droite passant par le point figuratif M_i du régime au temps t_i , sa pente est $-\frac{a}{g \cdot s}$ Fig.(2.14).



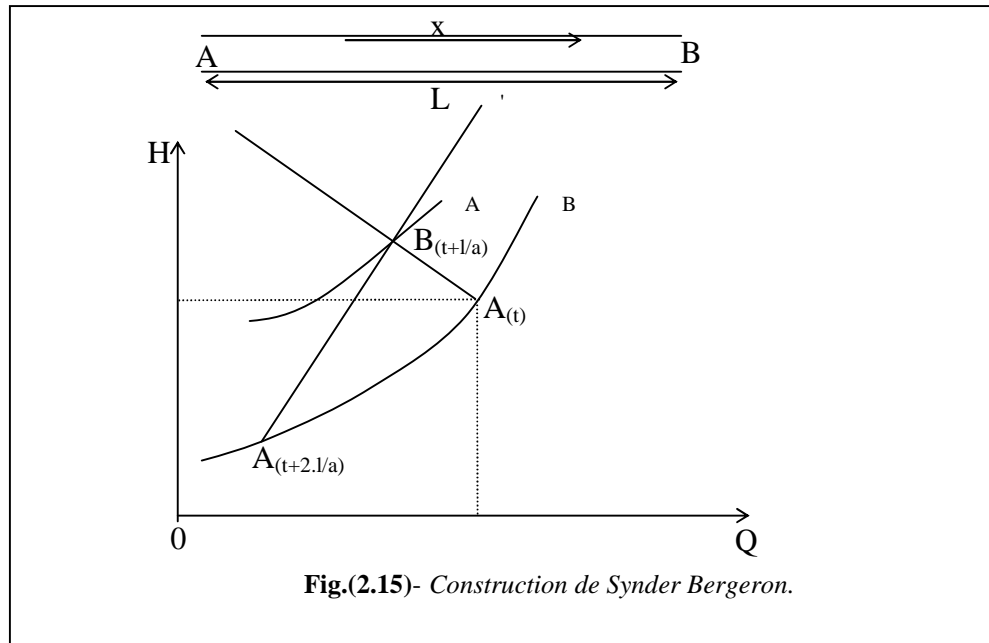
La droite Δ est la courbe caractéristique cherchée, mais elle n'est valable que pour un observateur mobile lié à l'onde F.

On peut considérer encore un observateur se déplaçant dans la conduite dans le sens négatif avec la célérité a , maintenant c'est l'onde f qui garde la valeur constante, on a dans ce cas :

$$h - h_i = \frac{a}{g \cdot s} (Q - Q_i) \quad (2.44)$$

La courbe caractéristique (h, Q) est une droite de pente $\frac{a}{g \cdot s}$, il reste donc à déterminer graphiquement les coordonnées (h, Q) .

Soit une conduite cylindrique AB de longueur L. les courbes caractéristiques de la hauteur h en fonction du débit Q sont données par A au point A et B au point B Fig.(2.15).



L'observateur parti à l'instant t de $A(t)$ avec la vitesse a et arrive en $B(t+L/a)$ à l'instant $(t + L/a)$, durant ce parcours, il traverse toutes les sections de la conduite où le régime rencontré à chaque section se trouve sur la droite de pente $-\frac{g}{a \cdot s}$; donc $B(t+L/a)$ se trouve nécessairement sur le point d'intersection de la droite et de la courbe caractéristique B .

la conduite précédente est alimentée par un réservoir à hauteur d'eau constante H_0 avec une fermeture lente de la vanne pendant le temps $4 \cdot \frac{l}{a}$. P_0, P_1, P_2 et P_3 représentent les courbes caractéristiques du point B correspondant aux possibilités de régime en B au temps 0, 1, 2, 3 Fig (2.16).

Imaginons un observateur partant de point A au temps 0 (point 0_A) et allant au B. Sa caractéristique est une droite (pente négative) passant par 0_A . L'observateur arrive en B à l'instant 1 ($t = l/a$), le point de fonctionnement est 1_B sur la parabole P_1 .

Si l'observateur retourne sur ses pas, sa caractéristique est une droite (pente positive passant par 1_B). Il arrive en A au temps 2, le point de fonctionnement est 2_A , sur la droite de côte H_0 . Et ainsi de suite, ce qui nous fournira les autres points.

La variation de la hauteur H au point B est donnée dans la figure (2.17).

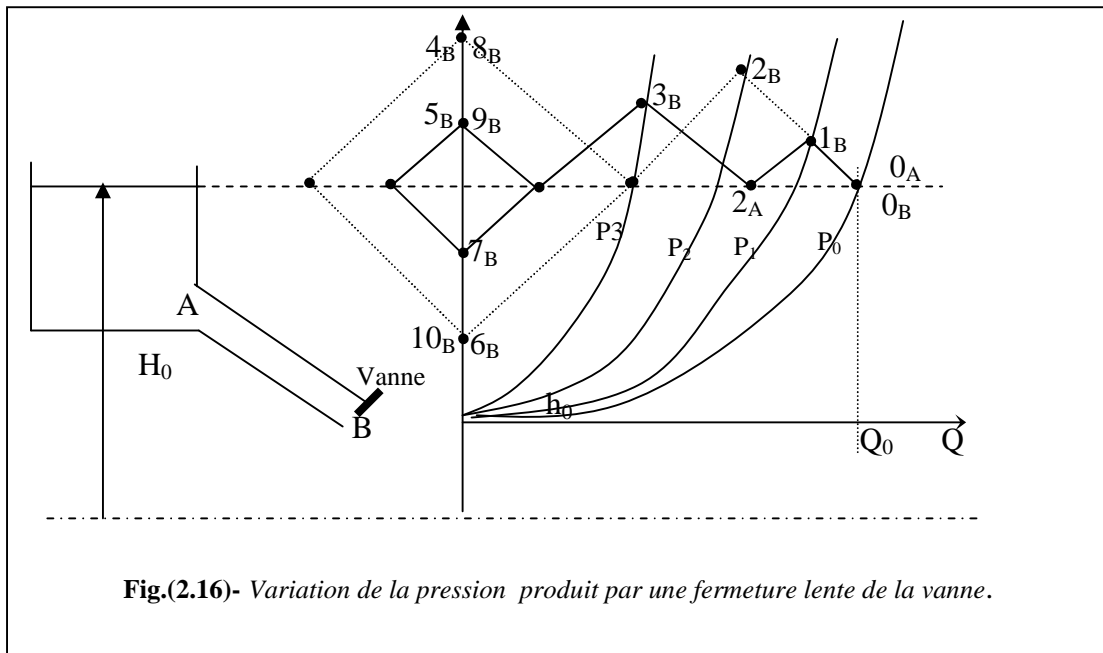


Fig.(2.16)- Variation de la pression produit par une fermeture lente de la vanne.

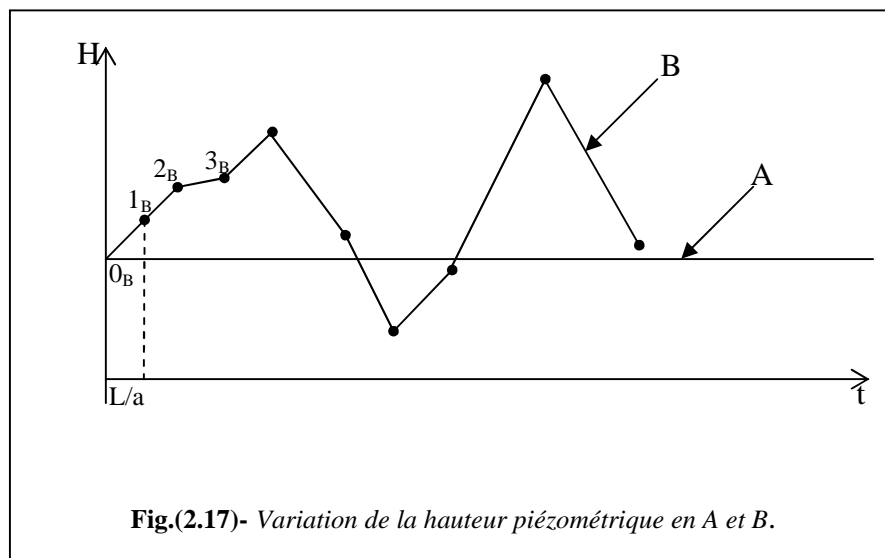


Fig.(2.17)- Variation de la hauteur piézométrique en A et B.

2.5.3- Méthode des caractéristiques

Prenons les équation de Saint-Venant définies précédemment :

$$L1 = \frac{a^2}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + u \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + u \cdot \sin \theta = 0$$

$$L2 = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda}{2 \cdot D} \cdot u \cdot |u| = 0$$

L1, L2 sont deux équations linéaires à dérivées partielles en fonction de u et H comme variables dépendantes et x, t comme variables indépendantes. Il n'existe pas une méthode générale pour la résolution de ces deux équations, mais ils peuvent être résolus par la méthode des caractéristiques. Cette dernière nous donne des résultats assez rapides et plus précis et elle est surtout simple à programmer.

Les équations L1 et L2 citées précédemment contiennent deux inconnues. Ces équations peuvent être combinées par une formule linéaire avec un coefficient α comme suit :

$$L = L_1 + \alpha \cdot L_2 \quad (2.45)$$

$$L = \left[\frac{\partial H}{\partial x} (u + \alpha \cdot g) + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \alpha \left[\frac{\partial u}{\partial x} \left(u + \frac{a^2}{\alpha \cdot g} \right) + \frac{\partial u}{\partial t} \right] + u \cdot \sin \theta + \alpha \cdot \frac{\lambda \cdot u \cdot |u|}{2 \cdot D} = 0 \quad (2.46)$$

Cette expression est arrangée de telle façon que le premier terme entre parenthèse soit une dérivée totale :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$$

on a donc :

$$\frac{dx}{dt} = u + \alpha \cdot g \quad (2.47)$$

et le second terme entre parenthèse soit $\frac{du}{dt}$ si :

$$\frac{dx}{dt} = u + \frac{a^2}{\alpha \cdot g} \quad (2.48)$$

des relations (2.47) et (2.48) on a :

$$u + \alpha \cdot g = u + \frac{a^2}{\alpha \cdot g}$$

La résolution de l'équation précédente donne les valeurs de α suivantes:

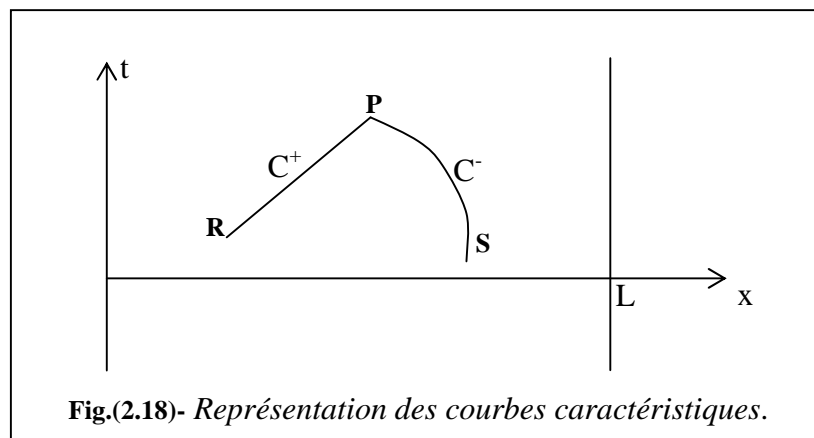
$$\alpha = \pm \frac{a}{g} \quad (2.49)$$

en prenant en considération les valeurs de α l'équation (2.46) devient:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \cdot \frac{du}{dt} + u \cdot \sin \theta + \frac{a \cdot \lambda \cdot u \cdot |u|}{2 \cdot g \cdot D} \\ \frac{dx}{dt} = u + a \end{aligned} \right\} C^+ \quad (2.50)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH}{dt} - \frac{a}{g} \cdot \frac{du}{dt} + u \cdot \sin \theta - \frac{a \cdot \lambda \cdot u \cdot |u|}{2 \cdot g \cdot D} \\ \frac{dx}{dt} = u - a \end{aligned} \right\} C^- \quad (2.51)$$

Pour comprendre la signification de ces quatre équations, il est commode de considérer la solution dans un repère (x, t) Fig (2.18).



Chacune des équations (2.50) et (2.51) contient deux inconnues pour un point connu dans sa caractéristique (R et S), mais à l'intersection de C^+ et C^- , on n'a que deux inconnues H_p et Q_p . La résolution du problème suppose la discrétisation de la conduite en N tronçons et une discrétisation en temps où le pas de temps est relié à la vitesse de propagation de l'onde par la relation suivante :

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{a} \quad (2.52)$$

Les courbes caractéristiques sont des lignes C^+ et C^- Fig.(2.19).

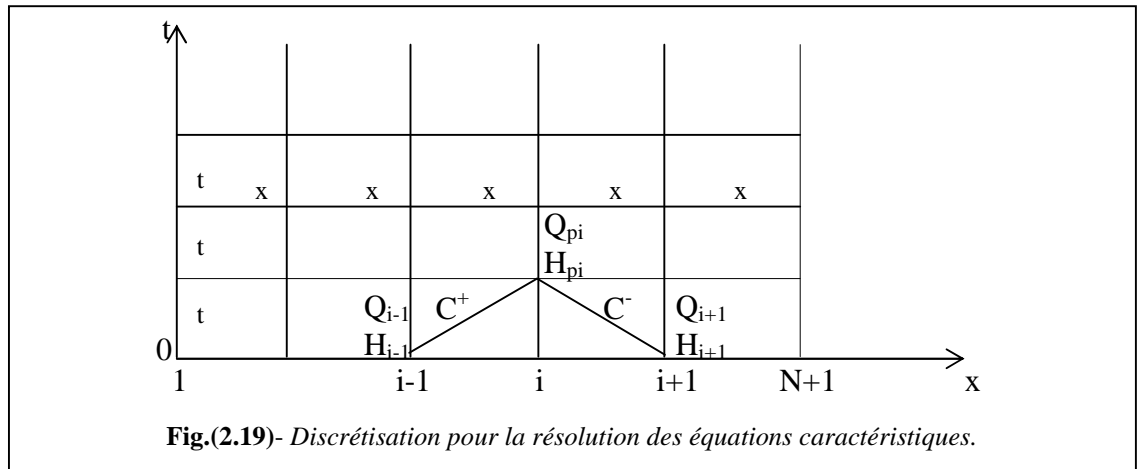


Fig.(2.19)- Discrétisation pour la résolution des équations caractéristiques.

Les valeurs de régime initiales Q_{i-1} , H_{i-1} , Q_{i+1} et H_{i+1} aux nœuds i et $i+1$ sont supposées connue. Donc l'intégration de l'équation (2.50) suivant la ligne caractéristique C^+ et (2.51) suivant la ligne caractéristique C^- nous donne les deux équations suivantes:

$$H_{pi} - H_{i-1} + \frac{a}{g \cdot s} (Q_{pi} - Q_{i-1}) + \frac{Q_{i-1} \cdot \Delta t}{s} \sin \theta - \frac{\lambda \cdot \Delta x}{2 \cdot g \cdot D \cdot s^2} Q_{i-1} \cdot |Q_{i-1}| = 0 \quad (2.53)$$

$$H_{pi} - H_{i+1} - \frac{a}{g \cdot s} (Q_{pi} - Q_{i+1}) + \frac{Q_{i+1} \cdot \Delta t}{s} \sin \theta - \frac{\lambda \cdot \Delta x}{2 \cdot g \cdot D \cdot s^2} Q_{i+1} \cdot |Q_{i+1}| = 0 \quad (2.54)$$

Ces équations ne contiennent que deux inconnue H_{pi} et Q_{pi} . Lorsque le calcul s'effectue le long de la conduite toutes les valeurs obtenues de H et Q au temps t seront considérées comme des valeurs initiales pour le prochain calcul au temps $2 \cdot t$ et ainsi de suite.

2.5.3.1- Conditions aux limites

Par la méthode précédente on peut obtenir toutes les valeurs de H et Q correspondant aux nœuds $2, \dots, N$ au temps t , connaissant bien sûr les valeurs de H et Q au temps $t - t$. Pour les nœuds 1 et $N+1$ on n'a qu'une seule équation avec deux inconnues Fig.(2.20).

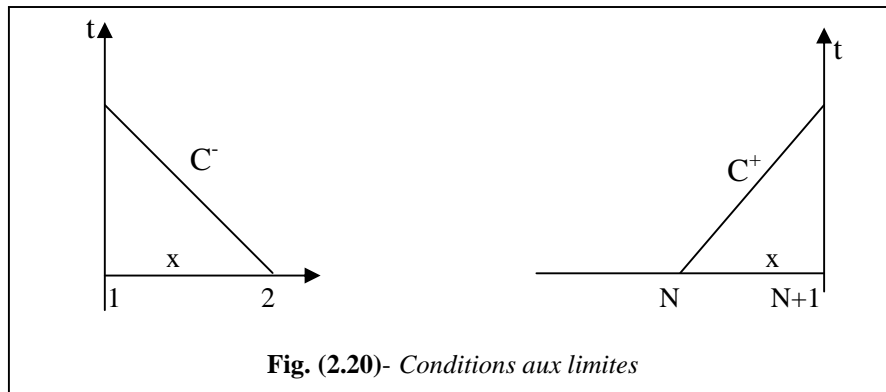


Fig. (2.20)- Conditions aux limites

La solution de ce problème nécessite la connaissance d'autres paramètres, par exemple dans le cas d'une fermeture brusque d'une conduite alimentée par un réservoir à hauteur d'eau constante, on a : $H_1 = H_0$ et $Q_{N+1} = 0$.

Dans le cas de calcul des conduites, le débit Q est très petit devant la vitesse de propagation a , le terme $\frac{Q_{i+1} \cdot \Delta t}{s} \sin \theta$ peut être négligé devant les autres. Après modification, les équations (2.53) et (2.54) deviennent alors:

$$H_{pi} - H_{i-1} + \frac{a}{g \cdot s} (Q_{pi} - Q_{i-1}) + \frac{\lambda \cdot \Delta x}{2 \cdot g \cdot D \cdot s^2} Q_{i-1} \cdot |Q_{i-1}| = 0 \quad (2.55)$$

$$H_{pi} - H_{i+1} - \frac{a}{g \cdot s} (Q_{pi} - Q_{i+1}) + \frac{\lambda \cdot \Delta x}{2 \cdot g \cdot D \cdot s^2} Q_{i+1} \cdot |Q_{i+1}| = 0 \quad (2.56)$$

En posant :

$$R = \frac{a}{g \cdot s} \quad (2.57)$$

$$T = \frac{\lambda \cdot \Delta x}{2 \cdot g \cdot D \cdot s^2} \quad (2.58)$$

Les relations (2.55) et (2.56) donnent:

$$H_{pi} + R \cdot Q_i = H_{i-1} + Q_{i-1} [R - T \cdot |Q_{i-1}|] \quad (2.59)$$

$$H_{pi} - R \cdot Q_i = H_{i-1} - Q_{i-1} [R - T \cdot |Q_{i-1}|] \quad (2.60)$$

Et finalement :

$$H_i + R \cdot Q_i = CP \quad (2.61)$$

$$H_i - R \cdot Q_i = CM \quad (2.62)$$

où

$$CP = H_{i-1} + Q_{i-1} [R - T \cdot |Q_{i-1}|] \quad (2.63)$$

$$CM = H_{i-1} - Q_{i-1} [R - T \cdot |Q_{i-1}|] \quad (2.64)$$

Chapitre 3

Réalisation d'un programme de simulation



3.1- Généralité sur Delphi

3.1.1- Introduction

Delphi est un environnement de programmation permettant de développer des applications pour Windows. Il incarne la suite logique de la famille Turbo Pascal avec ses nombreuses versions. Delphi est un outil moderne qui fait appel à une conception visuelle des applications et à la programmation objet. De plus, il prend en charge le maintien automatique d'une partie du code source.

3.1.2- Principes du développement avec Delphi

Delphi fait évidemment partie de la famille de la programmation destructive, comme ne peuvent que l'être les langages de développement modernes sous Windows. On ne peut plus se permettre d'attendre des années avant de découvrir (ou d'apprendre par coeur) que l'objet "barre de défilement verticale" possède telle ou telle propriété. Les propriétés, entre autres, des objets doivent être immédiatement et toujours visibles au programmeur. Pour construire l'interface d'une application, ce dernier place des objets sur une fiche ("fenêtre") et les personnalise en modifiant éventuellement leurs propriétés et/ou en leur attachant des instructions liées à des événements donnés.

Bien que pour certaines applications (souvent montrées comme exemples) il ne soit pas nécessaire d'écrire du code (ni de connaître le Pascal), il vaut mieux avoir une solide expérience de la programmation avant de se lancer dans un développement réel.

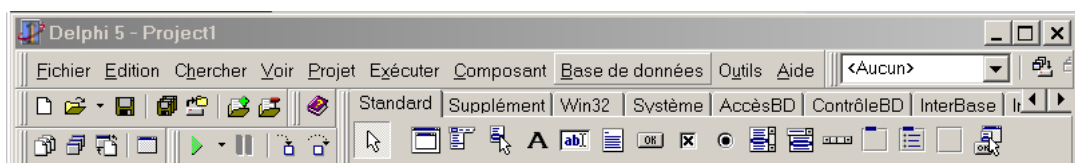
3.1.3- Delphi et Windows

Delphi permet de créer et de manipuler tout objet de Windows. Tous les objets et une grande partie de l'API de Windows sont encapsulés dans des composants Delphi. Les messages Windows sont redirigés par Delphi vers les objets auxquels ils sont destinés.

3.1.4- Présentation de Delphi

Après son lancement Delphi se présente sous la forme de 4 fenêtres:

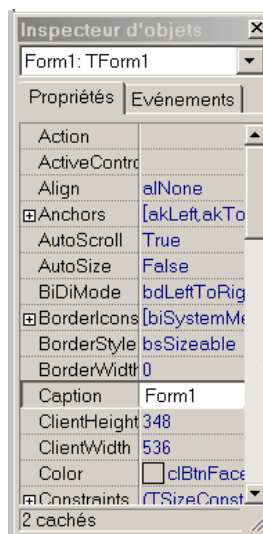
La première fenêtre occupe la partie supérieure de l'écran; elle correspond à l'environnement de programmation proprement dit:



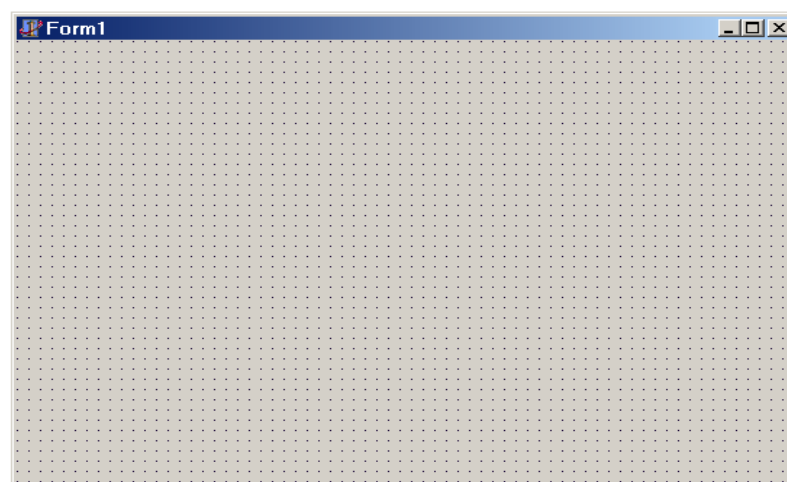
Cette fenêtre contient:

- la barre de titre
- la barre de menu de Delphi
- une zone "barre d'outils" (sur la gauche)
- une zone contenant les divers composants regroupés par familles.

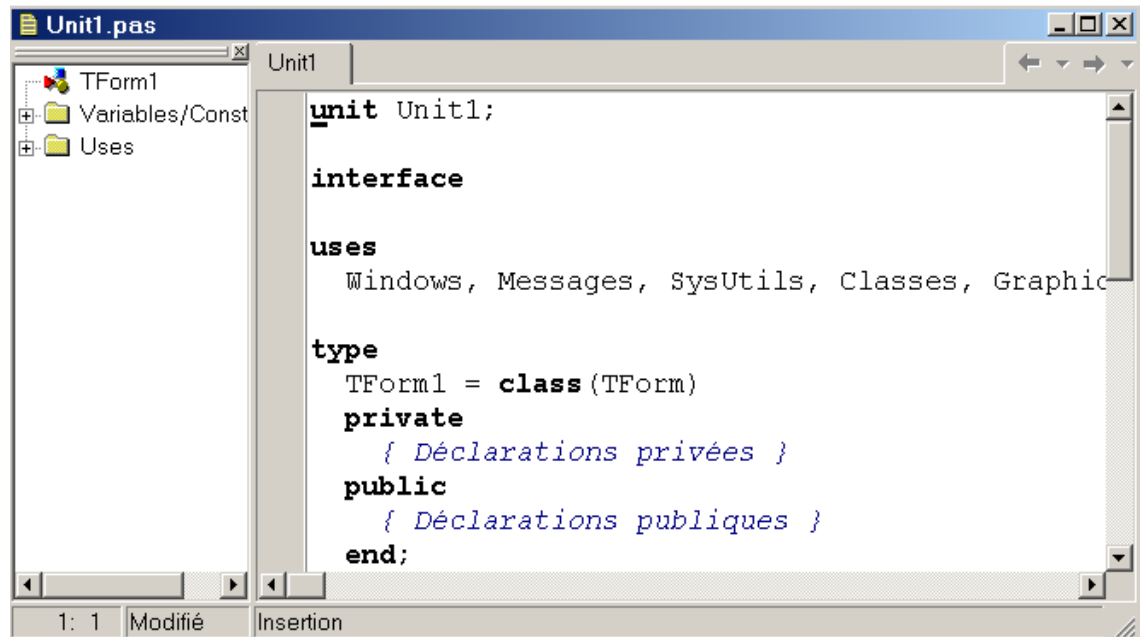
La seconde fenêtre se trouve par défaut à gauche de l'écran: c'est l'inspecteur d'objets. Il permet de visualiser, pour chaque objet, les propriétés et les événements auxquels l'objet peut répondre:



La troisième fenêtre constitue la fiche principale de la future application Delphi. Il s'agit, au départ, d'une fenêtre vide dans laquelle on placera les divers objets:



La dernière fenêtre, cachée sous la précédente constitue l'éditeur proprement dit, contenant le code source de l'application:



```
Unit1.pas
Unit1
TFom1
Variables/Const
Uses
unit Unit1;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphic

type
  TForm1 = class(TForm)
  private
    { Déclarations privées }
  public
    { Déclarations publiques }
  end;
```

1: 1 | Modifié | Insertion

3.2- Application à quelques écoulements transitoires:

3.2.1- Conduite simple alimentée par un réservoir à hauteur d'eau constante

Soit une conduite alimentée par un grand réservoir Fig.(3.1). Cette conduite portant les caractéristiques suivantes :

Symbole	Description	Unité
L	longueur de la conduite	m
D	Diamètre de la conduite	m
EP	Epaisseur de la conduite	m
Kc	Coefficient de nature de la conduite	---
Lm	Coefficient de perte de charge linéaire	---
Hr	Hauteur d'eau dans le réservoir	m
Hv	Hauteur géométrique de la vanne	m
Q_0	Débit au régime permanent	m^3/s
N	Nombre de nœuds de la discrétisation	---

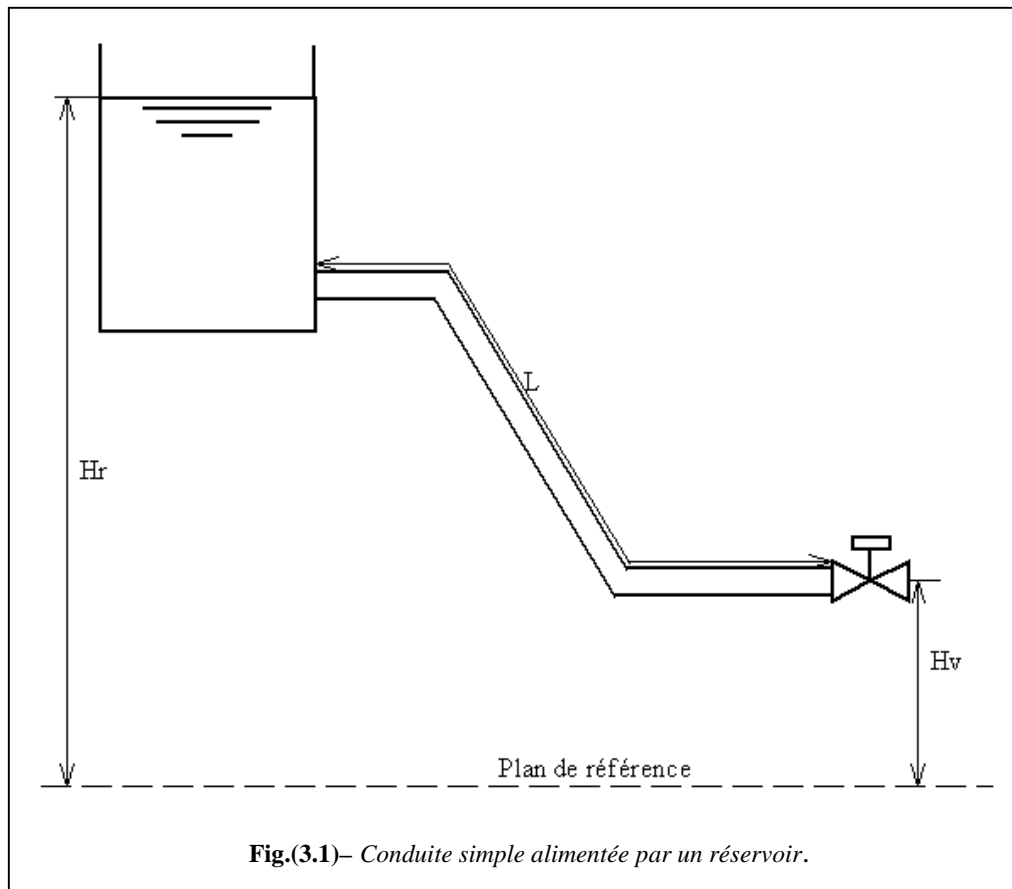


Fig.(3.1)– Conduite simple alimentée par un réservoir.

3. 2.1.1- Détermination de la hauteur et du débit le long de la conduite

- **Pour les nœuds $N = 2, \dots, N-1$:**

La détermination de Q et H d'un point i s'effectue par addition et soustraction des formules (2.61) et (2.62) d'où l'on a :

$$\begin{cases} H_i = \frac{CP + CM}{2} \\ Q_i = \frac{CP - CM}{2 \cdot R} \end{cases} \quad (3.1)$$

- **Pour le nœud 1 :**

La hauteur au niveau du réservoir est toujours constante, puisque ce dernier est considéré suffisamment grand, on aura alors :

$$\begin{cases} H_i = H_r \\ Q_i = \frac{H_r - CM}{R} \end{cases} \quad (3.2)$$

- **Pour le nœud N :**

On distingue deux cas

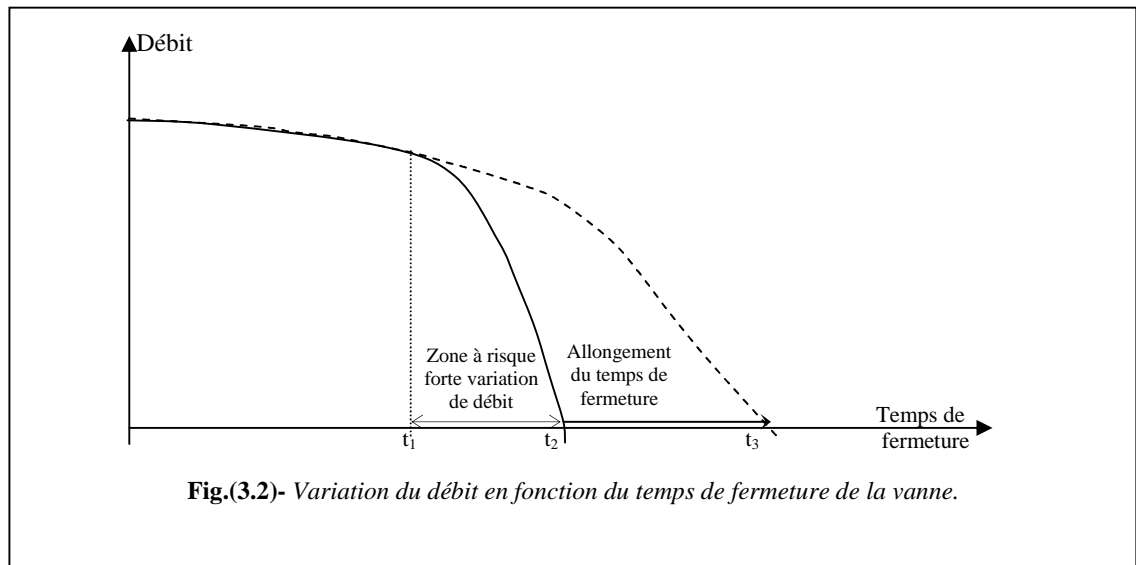
- ❖ Cas d'une fermeture brusque de la vanne :

Dans ce cas le débit au niveau de la section de la vanne est égale à zéro.

$$\begin{cases} H_i = CP \\ Q_i = 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

- ❖ Cas d'une fermeture lente de la vanne :

Dans ce cas, la surpression dans la conduite diminue sensiblement. La courbe de variation du débit en fonction du temps de fermeture a l'allure représentée par la figure (3.2) ci-dessous.



Au niveau de la vanne on a:

$$H = \xi \frac{u^2}{2 \cdot g} \quad (3.4)$$

ξ : est le coefficient de perte de charge singulière de la vanne.

d'où

$$Q = s \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{\xi}} = Cd \cdot s \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \quad (3.5)$$

avec

$$Cd = \xi^{-0.5} \quad (3.6)$$

Dans le cas où la vanne est complètement ouverte le débit Q_m est maximum:

$$Q_m = Cd_m \cdot s_m \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \quad (3.7)$$

Considérons le rapport des débits Q correspondant à une ouverture donné :

$$\frac{Q}{Q_m} = \frac{Cd \cdot s \sqrt{2 \cdot g \cdot H}}{Cd_m \cdot s_m \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}} \quad (3.8)$$

$$\frac{Q}{Q_m} = \tau \sqrt{\frac{H}{H_0}} \quad (3.9)$$

avec

$$\tau = \frac{Cd \cdot s}{Cd_m \cdot s_m} \quad (3.10)$$

peut être exprimé en fonction uniquement du temps; en pratique la loi la plus utilisée [8] a la forme suivante :

$$\tau = \left[1 - \frac{t}{t_m} \right]^b \quad (3.11)$$

b: est une constante propre à la vanne.

t_m : est le temps moyen de fermeture de la vanne.

Comme le liquide sortant de la vanne est à la pression atmosphérique, alors:

$$H_N = H + H_v \quad (3.12)$$

Le long de la caractéristique C^+ on a:

$$H_N + R \cdot Q_N = CP \quad (3.13)$$

D'après l'expression (3.9) on a:

$$Q_N = Q_0 \cdot \tau \sqrt{\frac{H_N - H_v}{H_{N0} - H_v}} \quad (3.14)$$

H_{N0} : est relatif au temps 0.

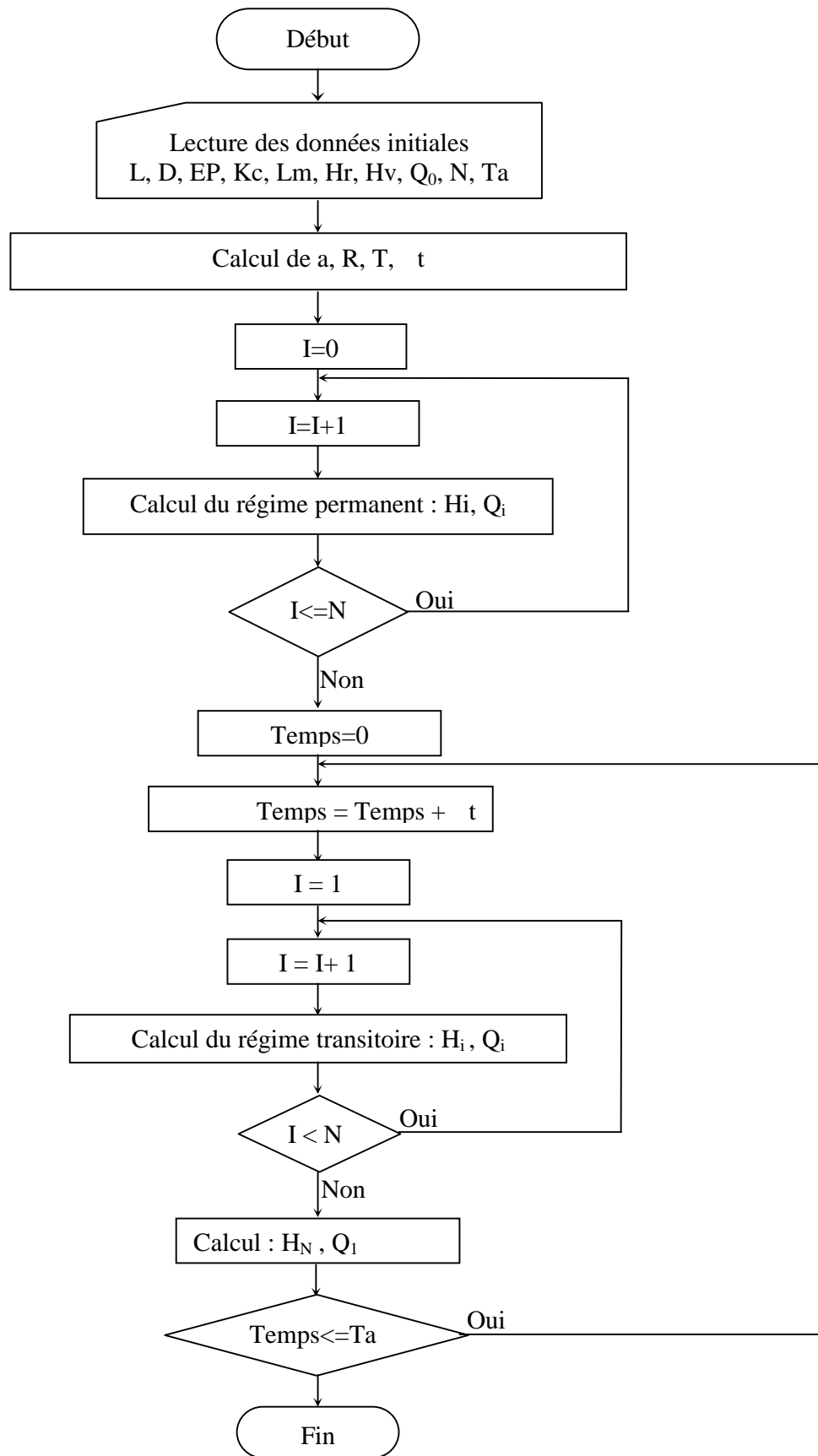
il résulte de (3.13) et (3.14):

$$Q_N = -R \cdot Cv + \sqrt{(R \cdot Cv)^2 + 2 \cdot Cv(CP - H_v)} \quad (3.15)$$

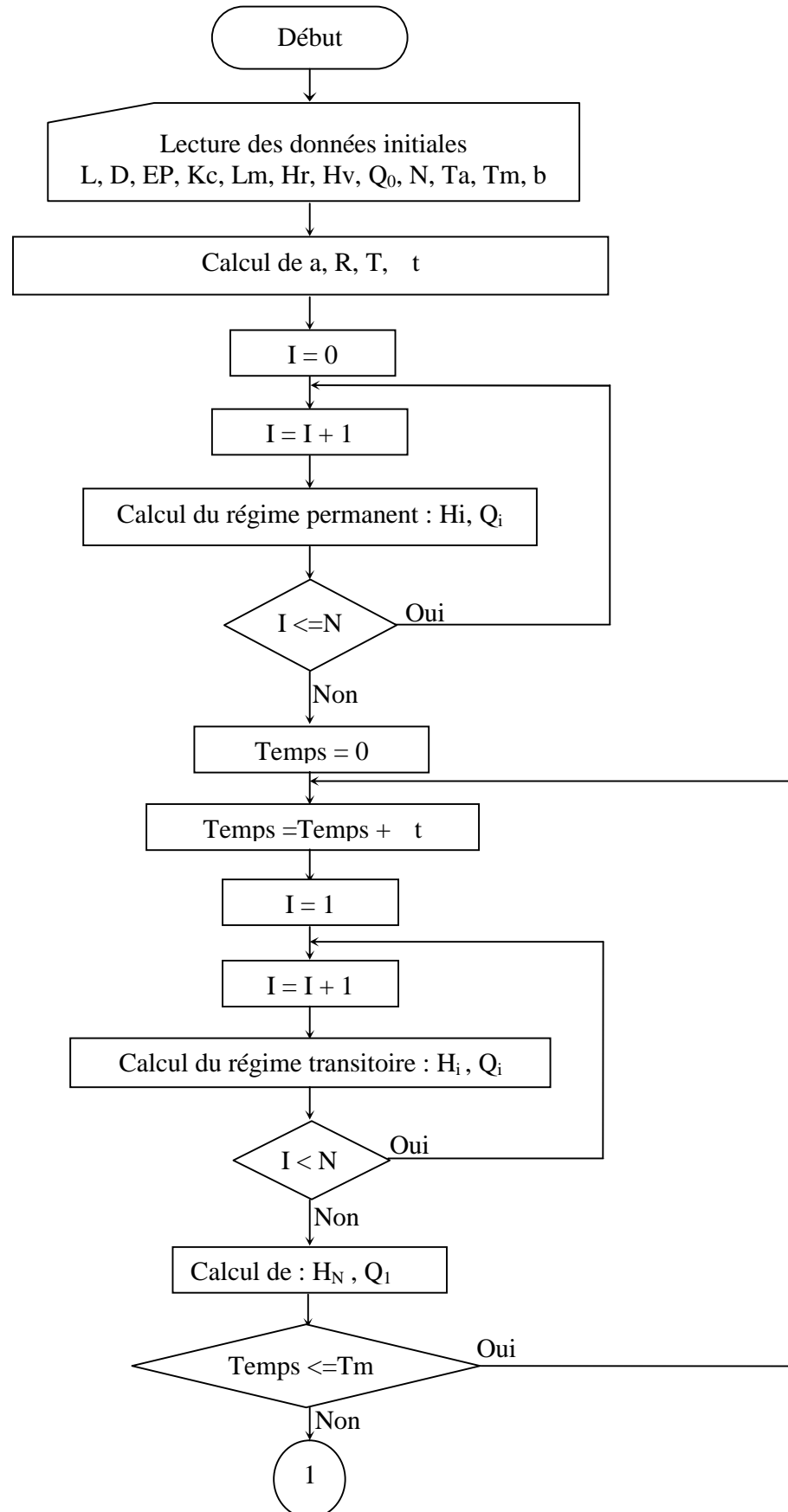
où

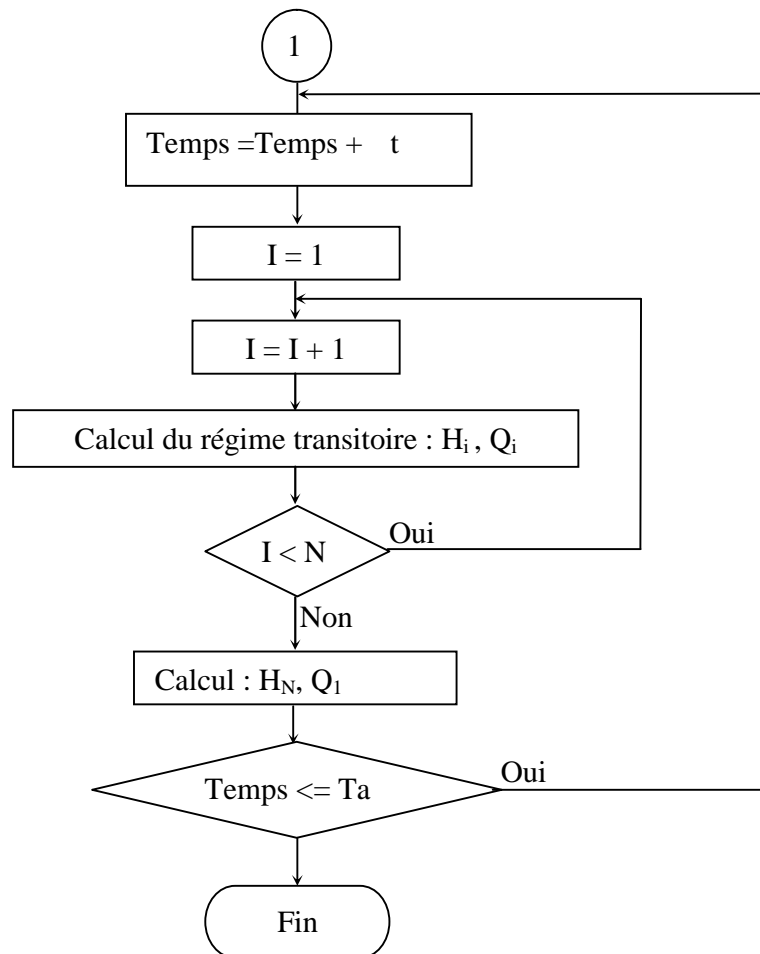
$$Cv = \frac{(Q_0 \cdot \tau)^2}{2(H_{N0} - H_v)} \quad (3.16)$$

Connaissant Q_N on tire alors H_N de la relation (3.13).



Organigramme dans le cas d'une fermeture brusque de la vanne.



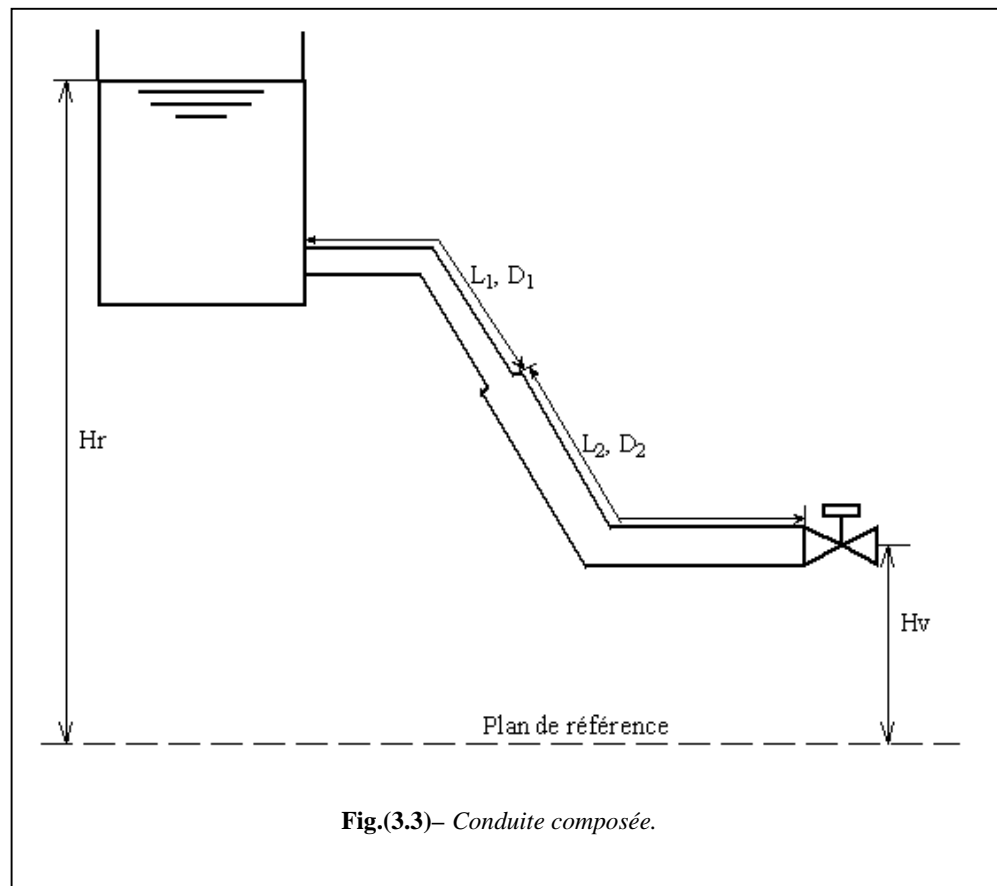


Organigramme en cas de fermeture lente de la vanne.

3.2.2- Conduite composée alimentée par un réservoir à hauteur d'eau constante

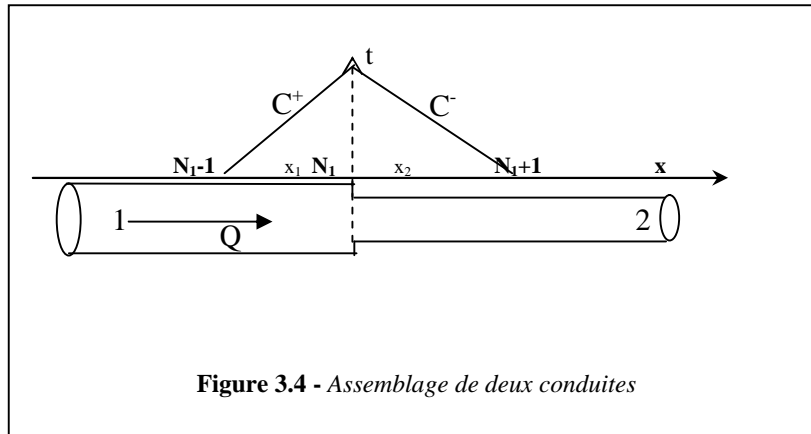
Dans cet exemple on va voir l'influence de la cavitation et l'élargissement ou le rétrécissement de la conduite Fig. (3.3)

Symbole	Description	Unité
L_1, L_2	Longueur de la conduite 1 et 2	m
D_1, D_2	Diamètre de la conduite 1 et 2	m
EP_1, EP_2	Epaisseur de la conduite 1 et 2	m
Kc_1, Kc_2	Coefficient de nature de la conduite 1 et 2	---
Lm_1, Lm_2	Coefficient de perte de charge de la conduite 1 et 2.	---
	Coefficient de singularité de la jonction	---
Hr	Hauteur d'eau dans le réservoir	m
Hv	Hauteur géométrique de la vanne	m
Q_0	Débit au régime permanent	m^3/s
N_1, N_2	Discrétisation de la conduite 1 et 2	---



Le calcul d'une conduite composée se fait de la même manière que l'exemple précédent en tenant compte bien sûr que les caractéristiques des deux conduites sont différentes.

La seule particularité qui apparaît dans ce problème est au niveau de la jonction Fig.(3.4).



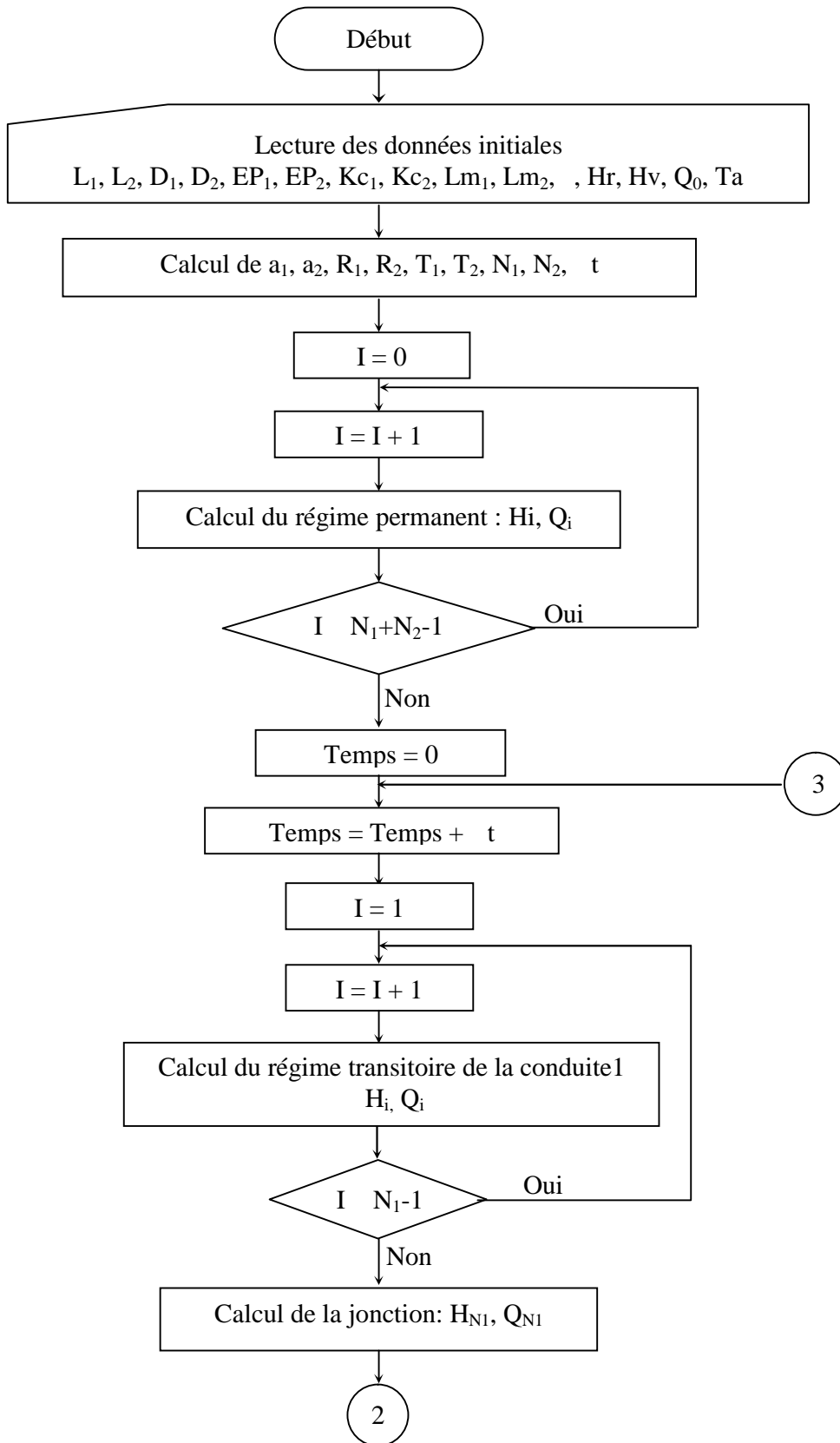
Au niveau de la jonction on a :

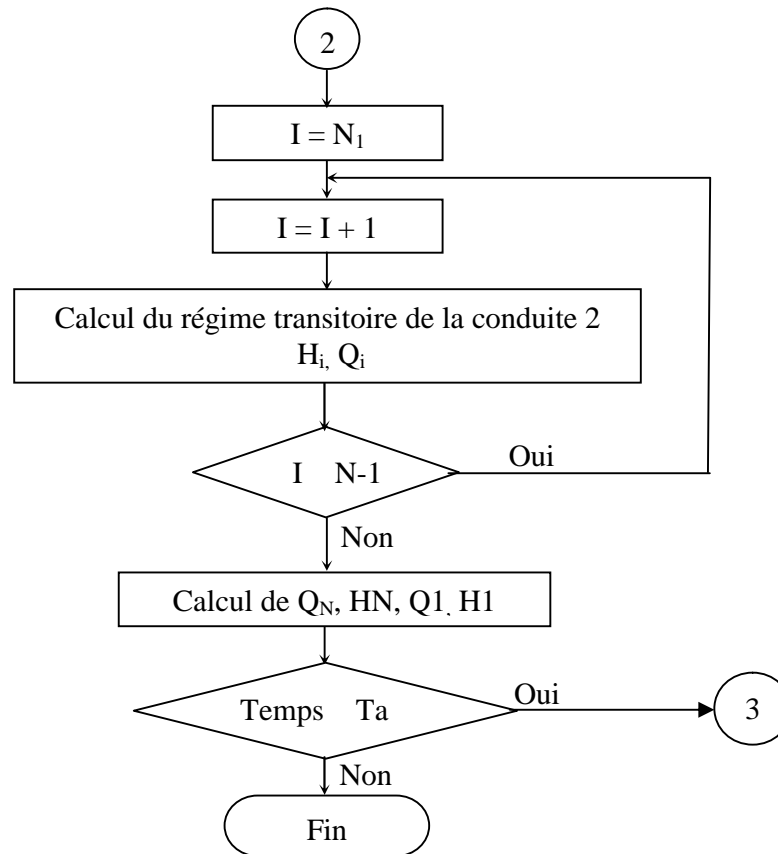
$$H_{N_1} + R_1 \cdot Q_{N_1} = CP \quad (3.17)$$

$$H_{N_1} - R_2 \cdot Q_{N_1} = CM \quad (3.18)$$

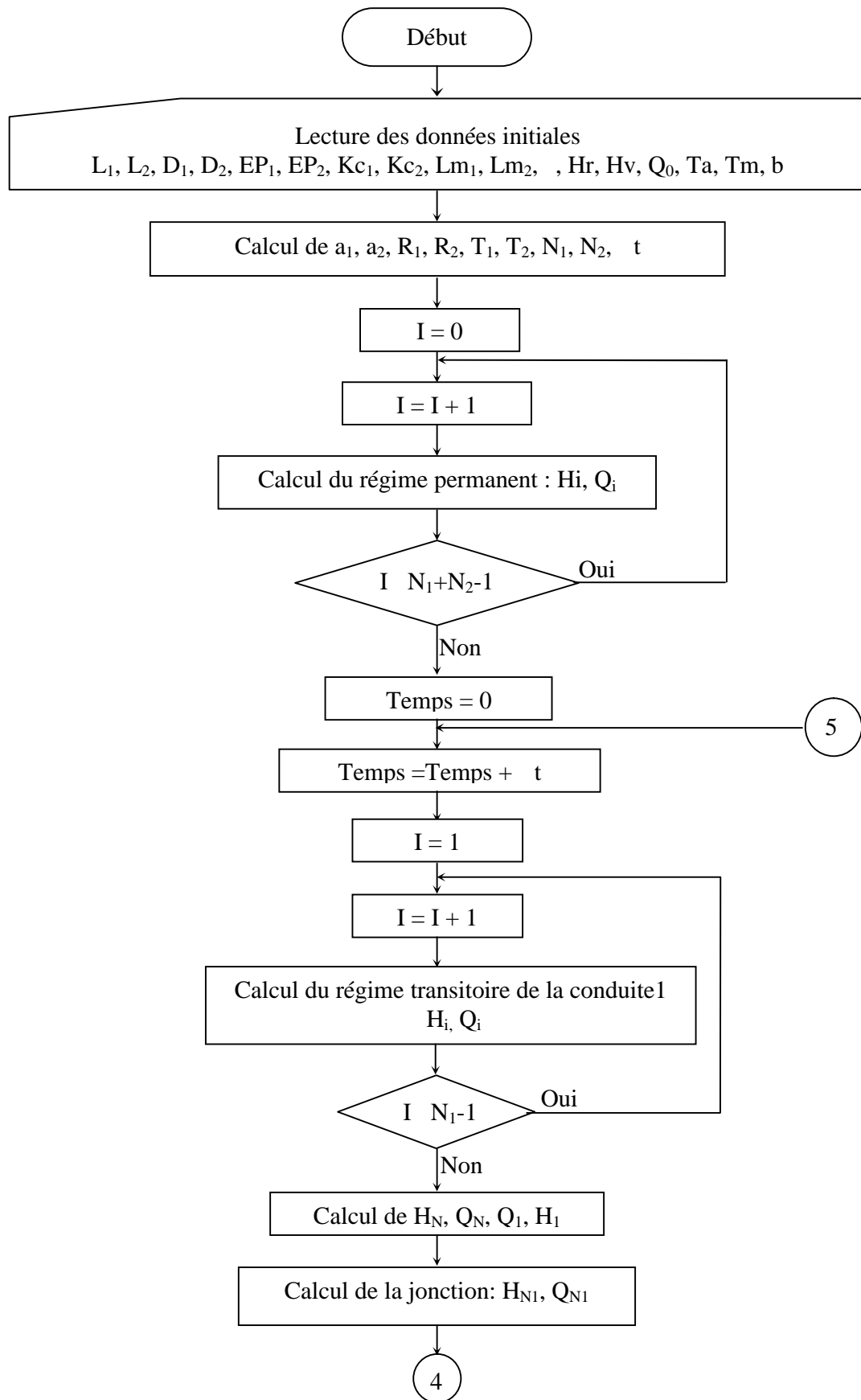
des relations (3.17) et (3.18) on a :

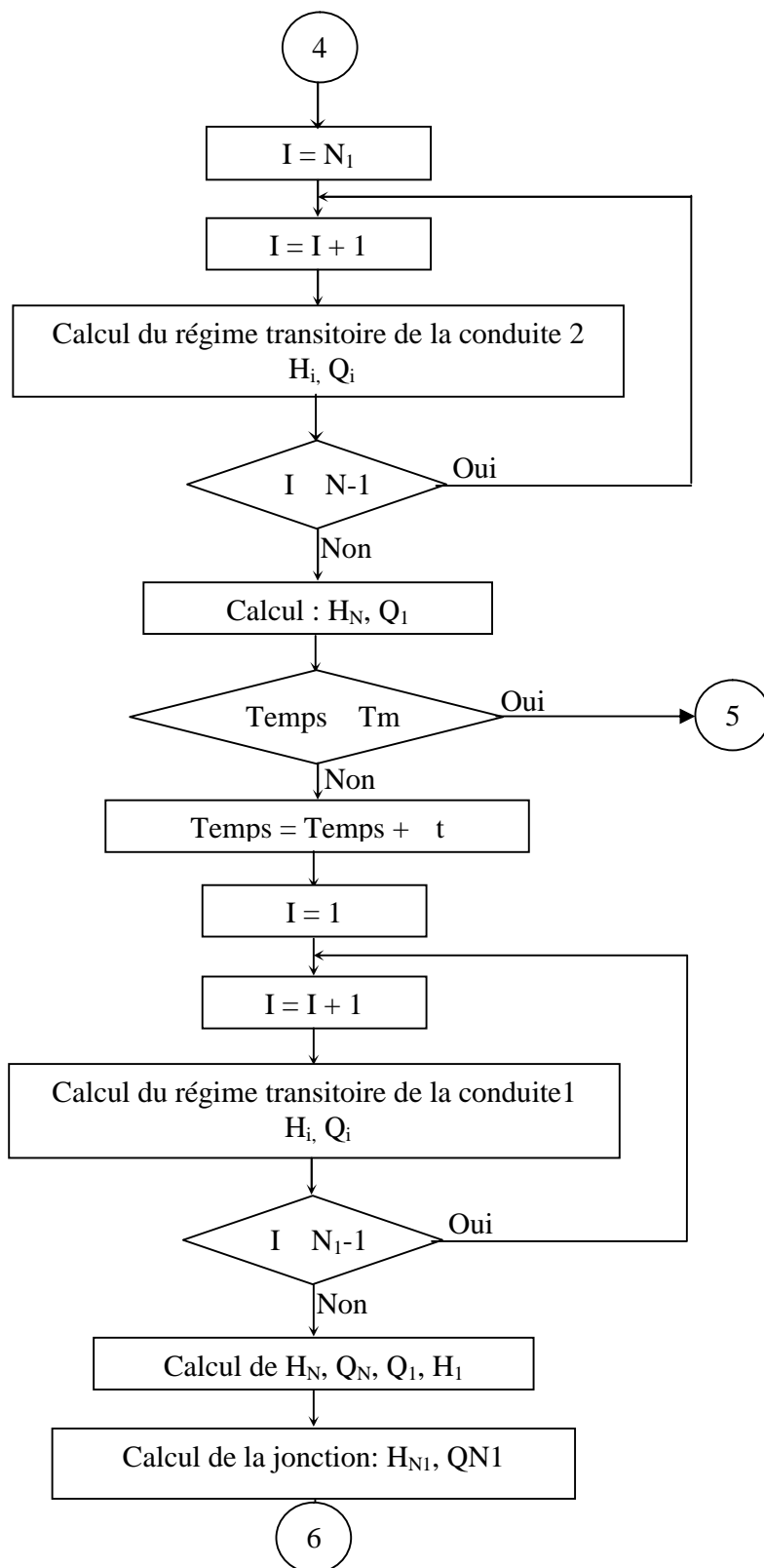
$$\left\{ \begin{array}{l} H_{N_1} = \frac{R_2 \cdot CP + R_1 \cdot CM}{R_1 + R_2} \\ Q_{N_1} = \frac{CP - CM}{R_1 + R_2} \end{array} \right. \quad (3.19)$$

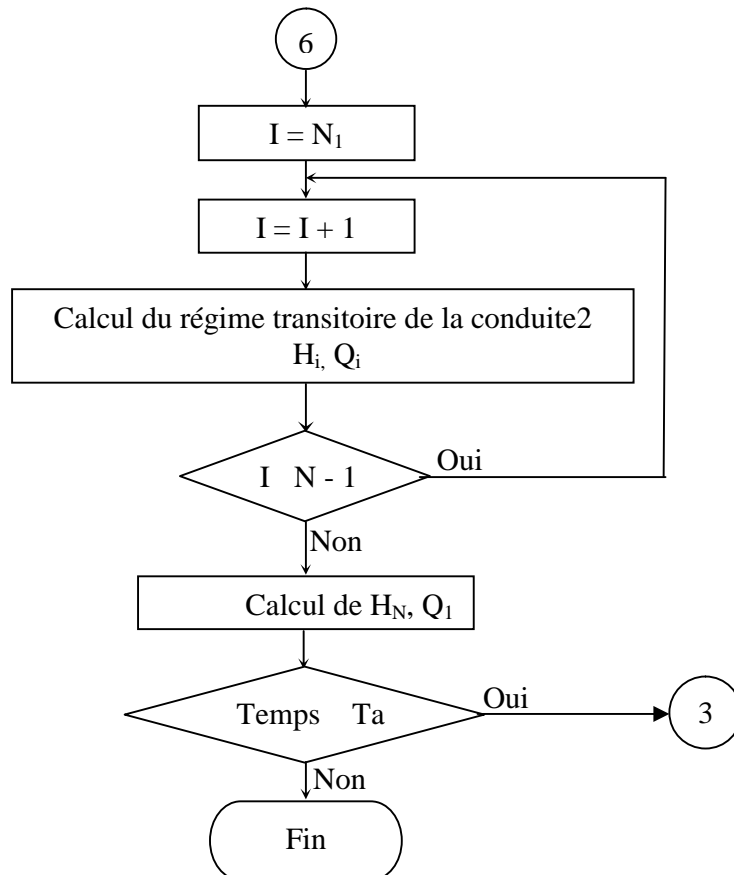




Organigramme dans le cas d'une fermeture brusque de la vanne.
Cas d'une conduite composée.







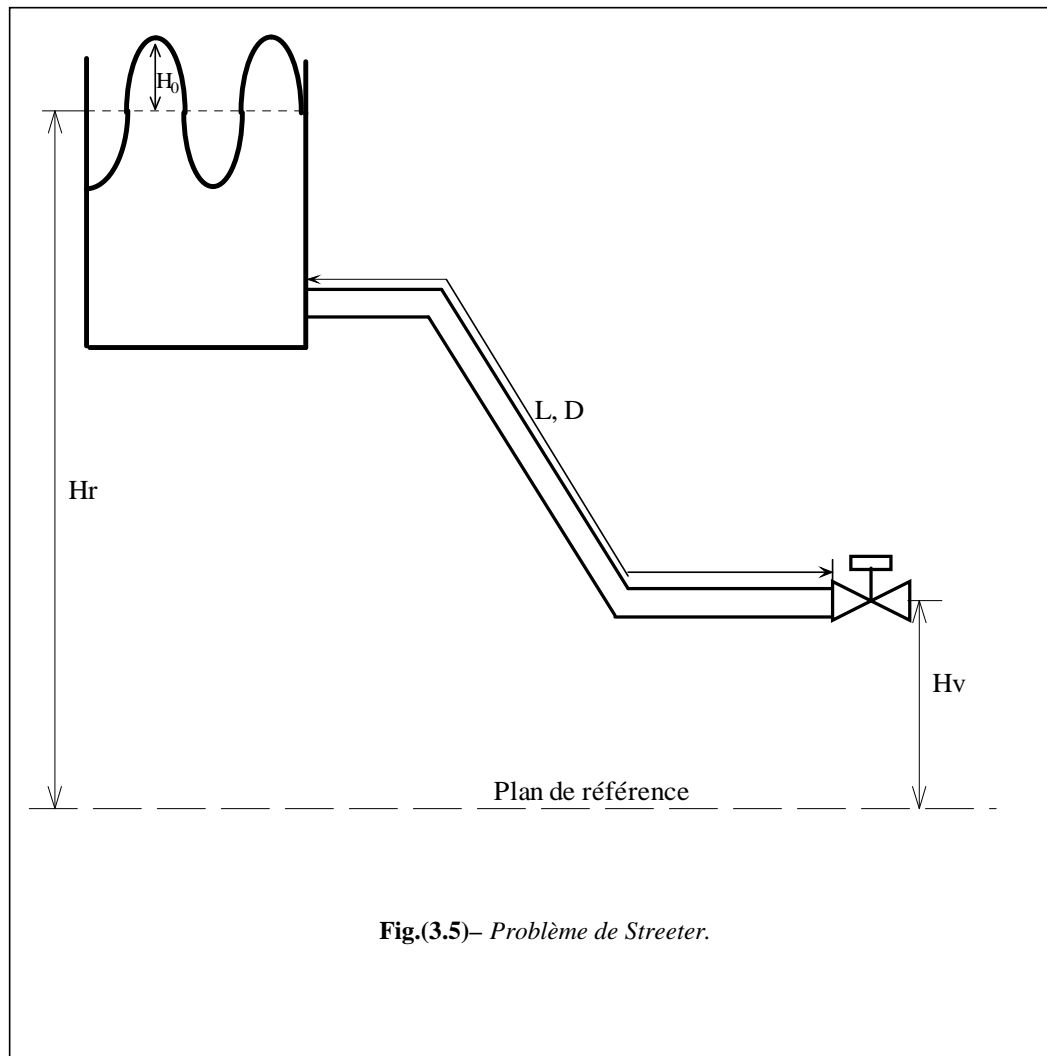
Organigramme dans le cas d'une fermeture lente de la vanne.
Cas d'une conduite composée.

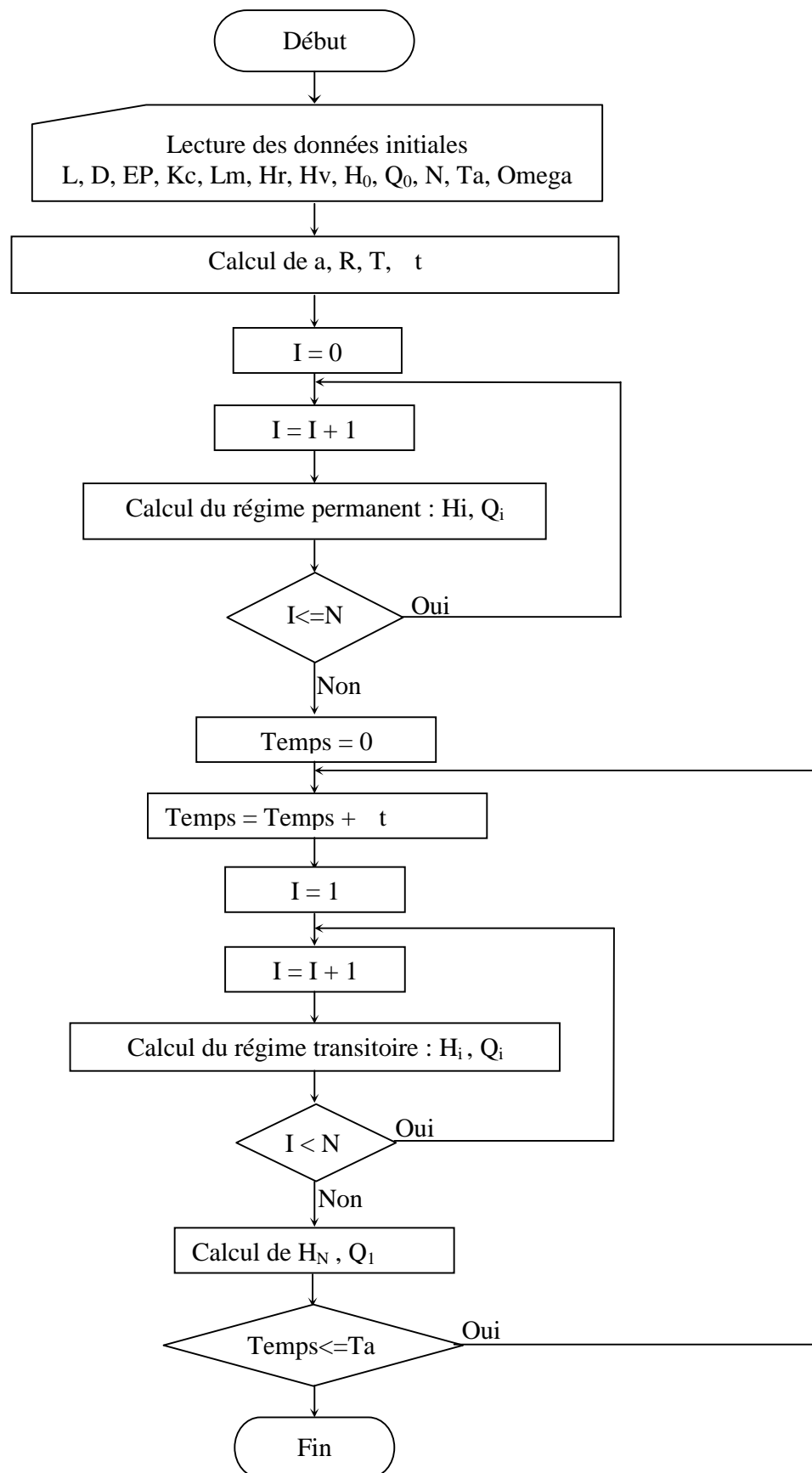
3.2.3- Problème de Streeter

Soit une conduite alimentée par un grand réservoir. La surface libre du réservoir est ondulée d'amplitude H_0 et une impulsion Ω (Fig.(3.5)).

Dans cette partie, nous allons étudier l'influence de la variation de la hauteur de la surface libre du réservoir d'alimentation.

Le calcul reste le même que celui de la conduite simple, On introduit juste la fonction sinusoïdale de la surface libre.





Organigramme dans le cas d'une fermeture brusque de la vanne (problème de Streeper)

3.2.4- Protection contre les coups de bélier

L'importance des ondes de pression qui se produiraient naturellement lors de manœuvres, volontaires ou accidentelles, oblige souvent pour éviter la dépense supplémentaire qu'occasionneraient des tuyauteries capables de leur résister, à les atténuer au moyen de dispositifs appropriés; c'est en cela que réside la protection contre les coups de bélier.

- **Vanne à fermeture lente :**

La fermeture lente de la vanne diminue sensiblement les dépressions en fonction du temps de fermeture mais généralement elle ne protège pas la conduite parfaitement.

- **Soupape de décharge :**

C'est un organe qui s'ouvre et laisse passer un certain débit, lorsque la pression intérieure dépasse une valeur déterminée; elle peut protéger efficacement contre les ondes de surpression.

- **Volant d'inertie:**

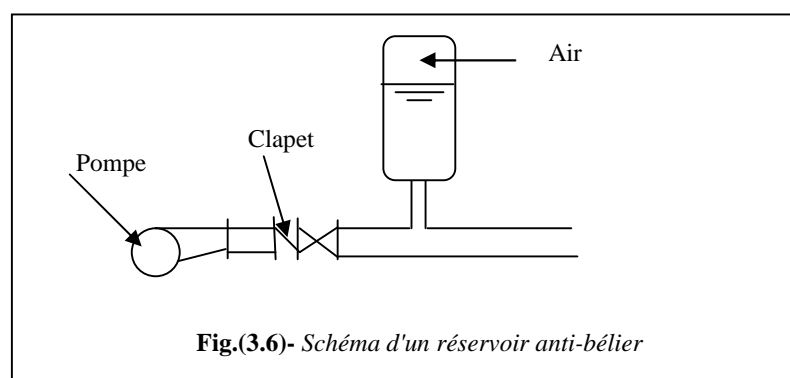
On peut protéger une conduite en cas de disjonction subite de la pompe en munissant la pompe d'un gros volant d'inertie qui lui permet de ralentir plus progressivement.

- **Cheminée d'équilibre:**

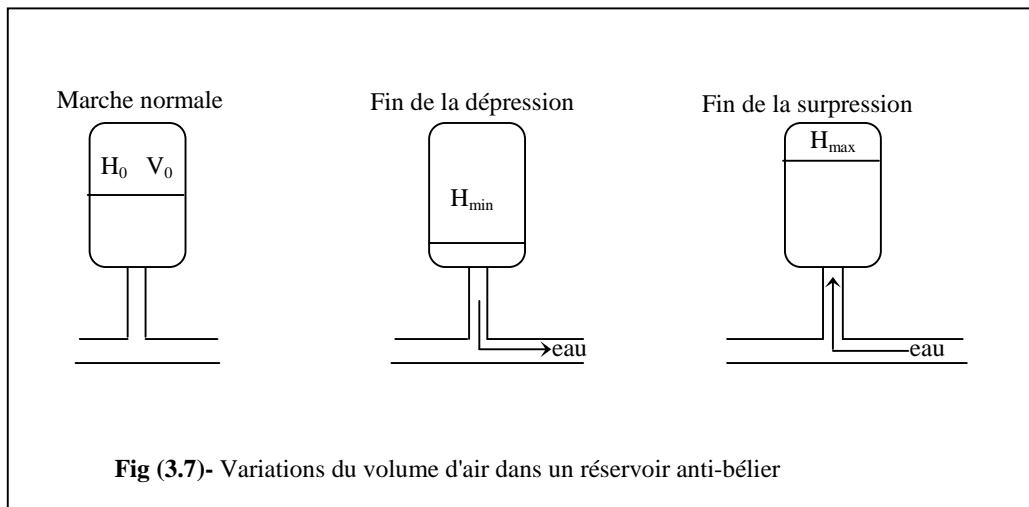
On évite la propagation d'ondes de pression importantes si l'on peut maintenir la conduite à une pression peu variable, en relation par exemple avec la pression atmosphérique. C'est ce que réalise pratiquement une cheminée d'équilibre

- **Réservoir anti-bélier:**

Un réservoir anti-bélier Fig.(3.6), c'est un matelas d'air sous pression qui assure une relative constance de la pression pour amortir le coup de bélier. Très efficace, c'est le système le plus répandu maintenant pour les adductions d'eau de petite et moyenne importance.



Lorsque la conduite est le siège d'oscillations de pression, le volume occupé par l'air et, par suite, sa pression varient à l'intérieur du réservoir, comme il est indiqué sur la figure (3.7).



Le dimensionnement du ballon anti-bélier afin que la conduite soit protégée dans son ensemble dans le cas le plus grave d'arrêt brusque ou totale de la station. Il existe plusieurs méthodes pour la détermination du volume initial d'air. L'une des méthodes est l'utilisation d'abaques de Vibert ou abaques de Puech et Meunier (voir annexe).

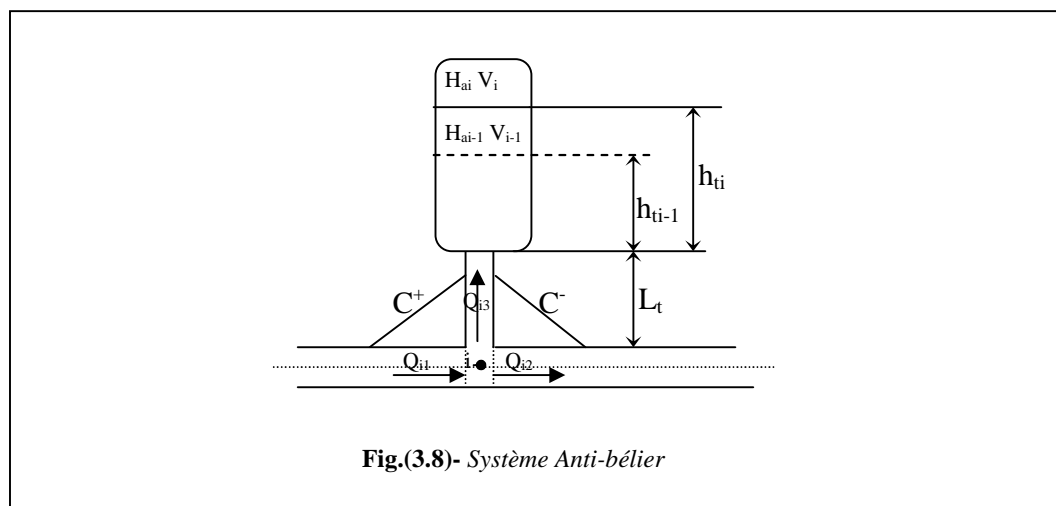
La position du réservoir anti-bélier doit être là où naissent les ondes lors de passage du régime permanent au régime transitoire

3.2.4.1- Calcul du réservoir anti-bélier

a) Méthode analytique

Soit une conduite muni d'un réservoir d'air Fig.(3.8).

Le réservoir anti-bélier est placé dans un point bien déterminé de la conduite Fig (3.9).



$$H_i + R \cdot Q_{i1} = CP \quad (3.20)$$

$$H_i + R \cdot Q_{i2} = CM \quad (3.21)$$

D'autre part, la loi de conservation de la masse nous donne:

$$(Q_{i1} - Q_{i2})\Delta t = Q_{i3} \cdot \Delta t$$

$$(Q_{i1} - Q_{i2})\Delta t = V_i - V_{i-1} \quad (3.22)$$

En utilisant la loi des gaz, on aura:

$$H_{a0} \cdot V_0^n = H_{ai} \cdot V_i^n \quad (3.23)$$

Où n est l'exposant polytopique.

D'autre part on a:

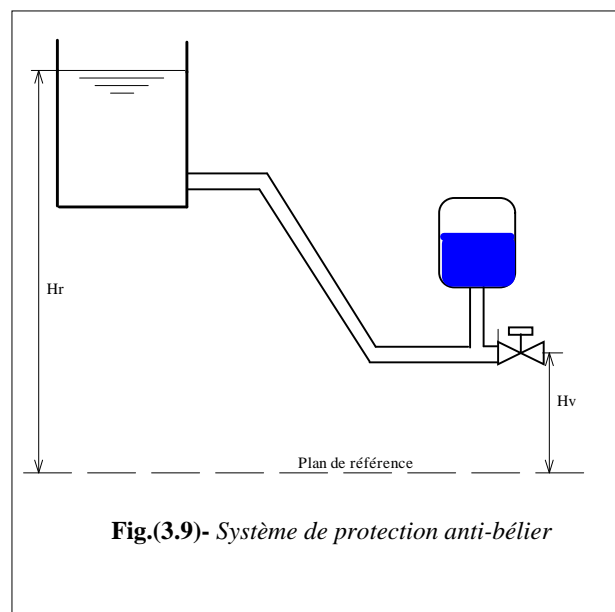
$$h_{ii} = h_{ii-1} + \frac{V_i - V_{i-1}}{St} \quad (3.24)$$

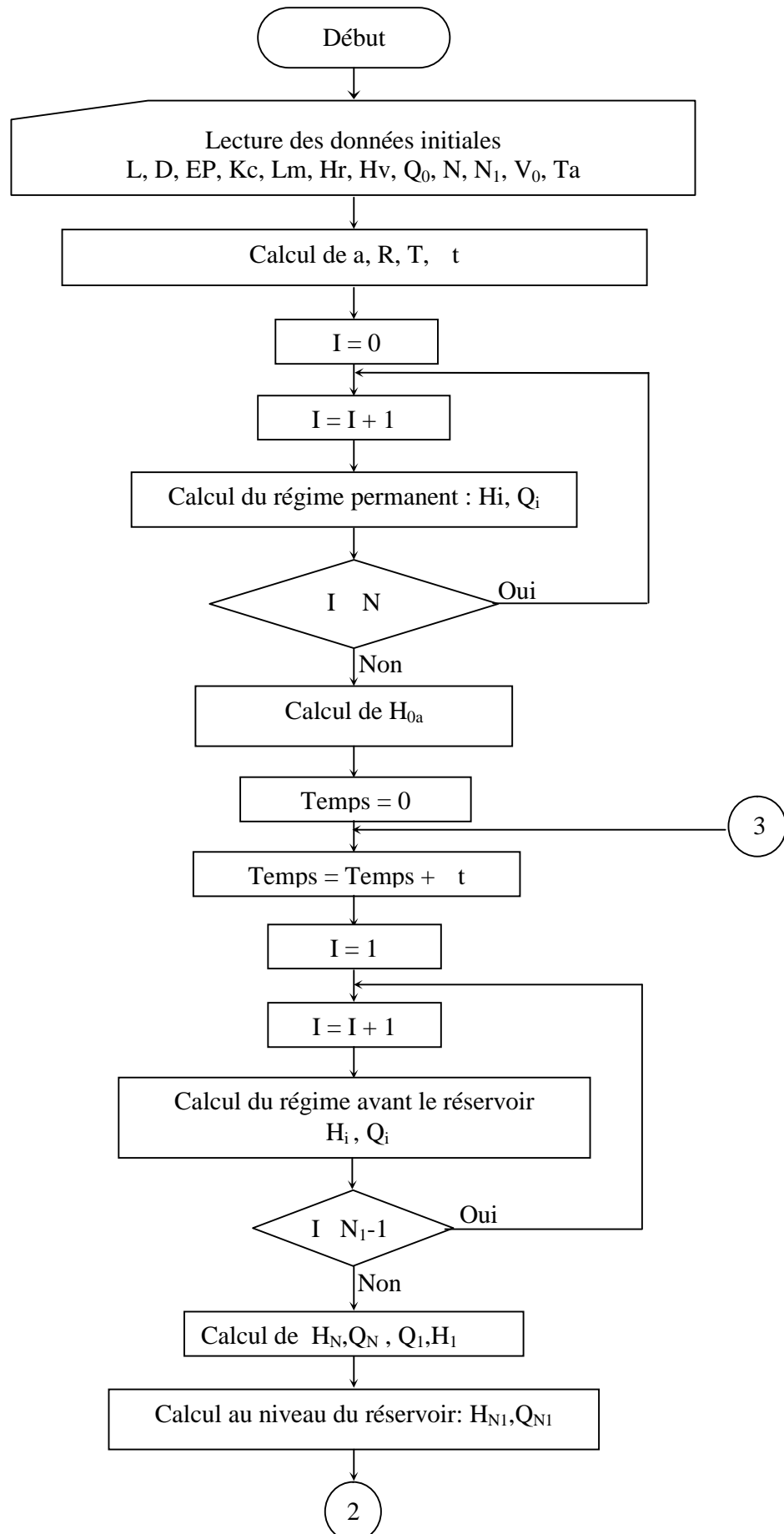
La hauteur au point i est donnée par la formule:

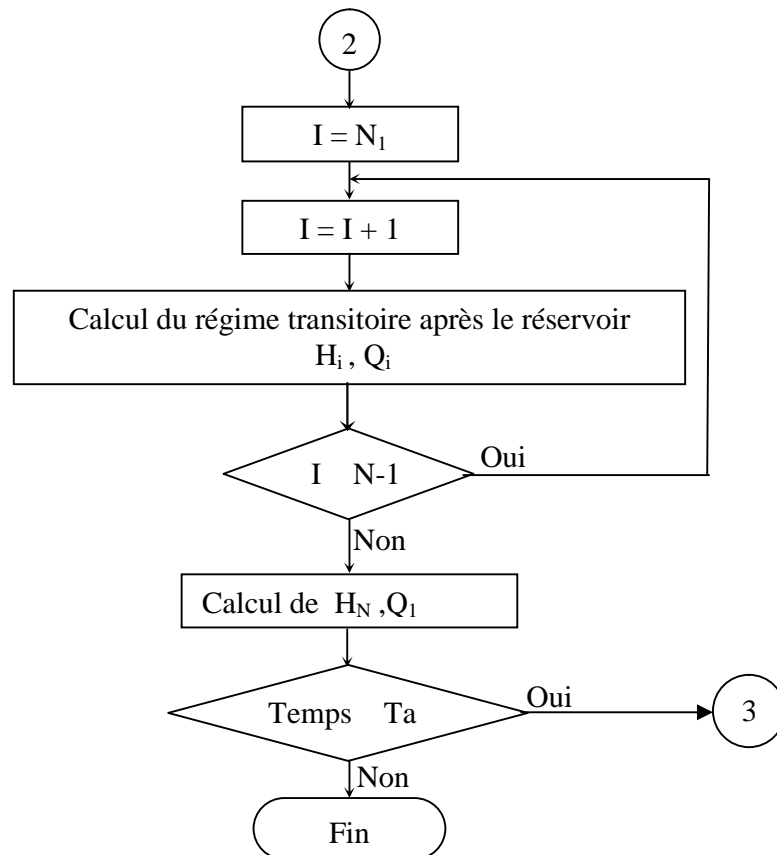
$$H_i = Z + L_i + H_{ii} + H_{ai} \quad (3.25)$$

Nous avons donc six équations (3.20)... (3.25) avec six inconnues qui sont H_i , Q_{i1} , Q_{i2} , V_i , H_{ai} et h_{ii} .

L'utilisation d'une méthode numérique va nous permettre de résoudre le système d'équation précédent.







Organigramme de calcul d'une conduite simple avec un anti-bélier

Méthode de Synder Bergeron

Soit une station de pompage d'eau constituée d'un réservoir d'alimentation, d'une conduite d'aspiration, d'une pompe et d'une conduite de refoulement Fig (3.10).

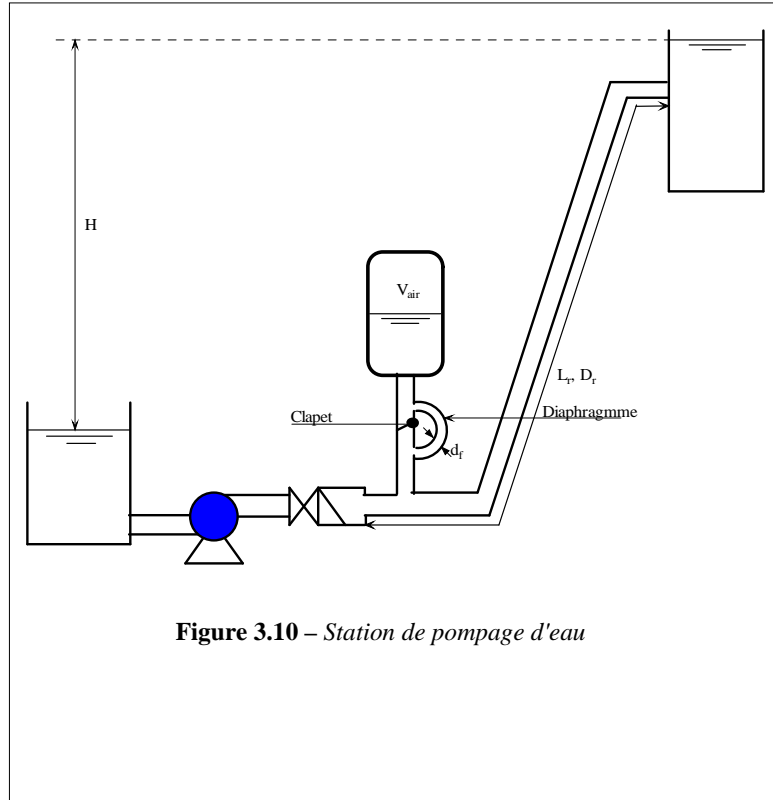


Figure 3.10 – Station de pompage d'eau

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la méthode de Bergeron découlait des équations d'Allievi. Si nous nous plaçons dans un système d'axes (voir Chap.2, &2.3.2.1) représentant la variation de la hauteur H en fonction de la vitesse finale U_f dans la conduite Fig (3.11).

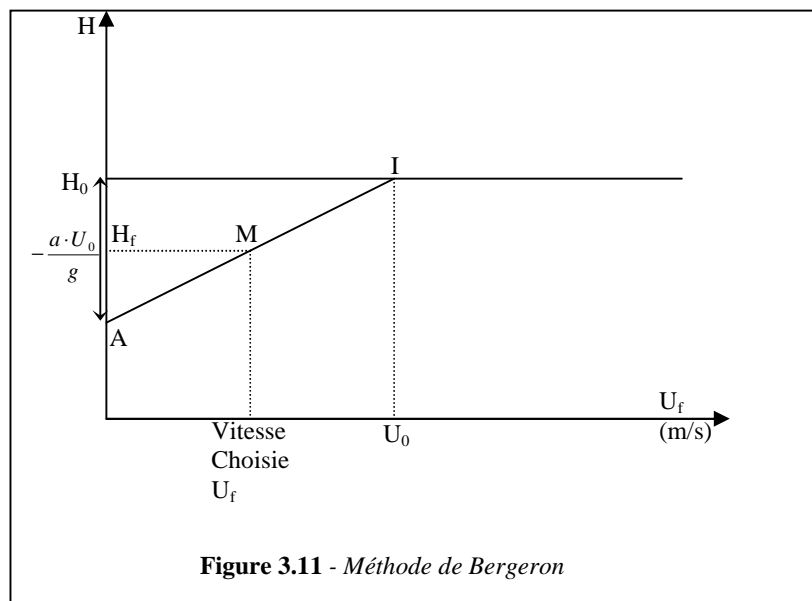


Figure 3.11 - Méthode de Bergeron

Nous pouvons dire, lors de la première phase, que par rapport à H_0

- ✓ La dépression est nulle en régime permanent.
- ✓ La dépression est maximale et égale à $-\frac{a \cdot U_0}{g}$

Nous pouvons donc calculer facilement la pente de la droite IA.

Comme nous avons prévu un dispositif pour limiter la dépression, nous n'irons pas jusqu'au point A mais nous nous arrêtons en M situé sur la droite IA. Ce point correspond à une vitesse dans la conduite et une charge H dans le ballon.

Si maintenant nous regardons la figure (3.11), nous pouvons, en suivant le chemin de l'eau, calculer la charge Z pour la vitesse U_f que nous avons choisie. Si H et Z correspondent, le point M est exact, sinon il faut recommencer en choisissant une autre vitesse qui correspond à un autre point M.

L'utilisation d'un programme de simulation tel qu'il est décrit ci-dessous permet de donner des résultats rapides et précis.

Calculs préliminaires:

- L'aller et le retour d'onde de l'anti-bélier au réservoir s'effectuent dans un temps

$$\theta = \frac{2 \cdot L}{a} \quad (3.26)$$

- Volume d'air de réservoir:

$$Z \cdot V^n = (H_0 + \delta_0) V^n \quad (3.27)$$

δ_0 : perte de charge en régime permanent.

n : est l'exposant poly tropique, on peut le prendre égale à 1.2.

- Amortissement de l'onde
 - Aller de l'onde: l'eau s'écoule du ballon vers la conduite (dépression, $U_f > 0$)

Nous supposons que la perte de charge dans le clapet totalement ouvert est, négligeable ainsi que celles dues au coude 90° et l'élargissement brusque; il y a juste la perte de charge régulière dans la conduite de refoulement.

- Retour de l'onde: l'eau s'écoule de la conduite vers le ballon (surpression, $U_f < 0$)

L'eau passe par le diaphragme (pour le calcul du diamètre du diaphragme (voir annexe); nous ne comptabiliserons que les pertes de charge h_2 occasionnées par une conduite de diamètre D et de section s comportant un diaphragme de diamètre d_f et de section s_f . Nous compterons aussi les pertes de charge régulières dans la conduite et nous négligerons les pertes dues au changement de section ainsi que le changement de la direction. Dans ce cas nous aurons [2]:

$$\Delta h_2 = K \frac{U_f^2}{2 \cdot g} = \left[\left(\frac{s}{0.62 \cdot s_f} - 1 \right)^2 + \frac{1}{9} \right] \frac{U_f^2}{2 \cdot g} \quad (3.28)$$

s_f : Section du diaphragme.

- Variation du volume d'air ΔV

$$\Delta V = S \cdot U_m \cdot \theta \quad (3.29)$$

- U_m est la vitesse moyenne

$$U_m = \frac{(U_f)_i - (U_f)_{i-1}}{2} \quad (3.30)$$

- Perte de charge régulière:

$$\delta = \frac{\lambda \cdot U_f^2 \cdot L}{2 \cdot g \cdot D} \quad (3.31)$$

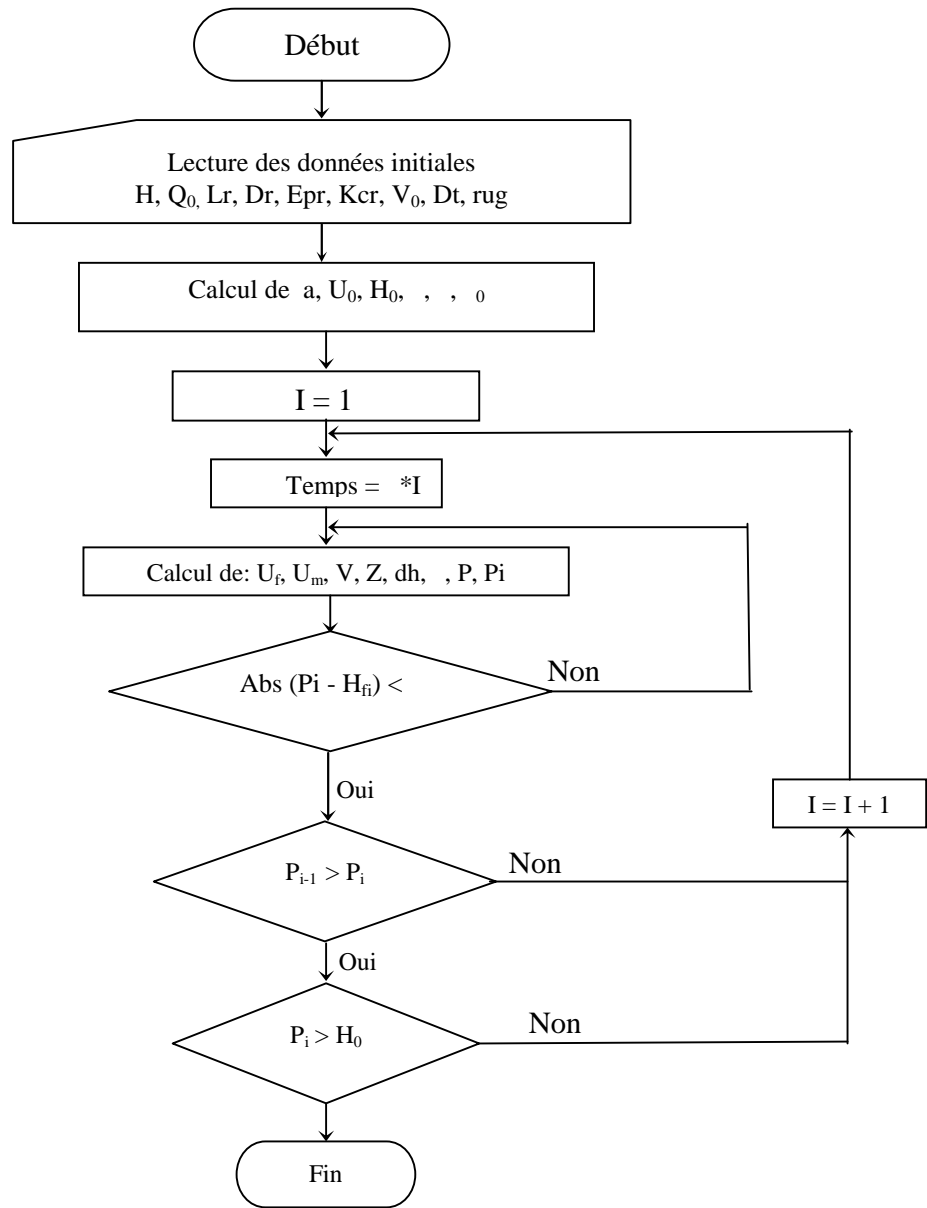
- La pression dans la conduite sera

$$\text{à la montée} \quad P = Z - h - \quad (3.32)$$

$$\text{à la descente} \quad P = Z + h + \quad (3.33)$$

de la figure (3.11), on a:

$$H_f = (U_f - U_{ini}) \frac{a}{g} + H_0 \quad (3.34)$$



Organigramme d'une station de pompage avec un anti-bélier



Chapitre 4

Résultats et interprétations



Nous allons maintenant utiliser le programme que nous avons développé afin de simuler les différents cas d'écoulements transitoires qui ont été décrit précédemment avec leurs organigrammes. Le choix de ces problèmes se fait au démarrage du programme Fig.(4.1) :

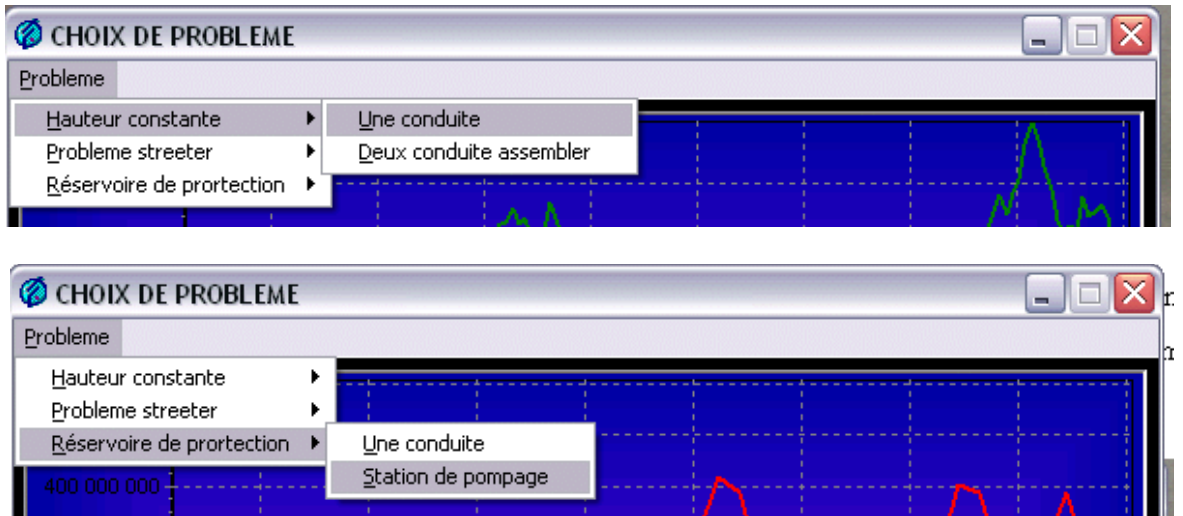


Fig.(4.1)- Choix du problème à traiter.

4.1- Cas d'une conduite simple avec une fermeture brusque de la vanne

4.1.1- Lecture des données initiales et visualisation des graphes

La feuille d'introduction des données pour ce cas est donnée ci-dessous Fig.(4.2). Chaque variable est définie au niveau de la feuille même et son champ est rempli par défaut pour avoir une idée sur les valeurs qu'il faudra rentrer pour chaque variable et pour chaque cas.

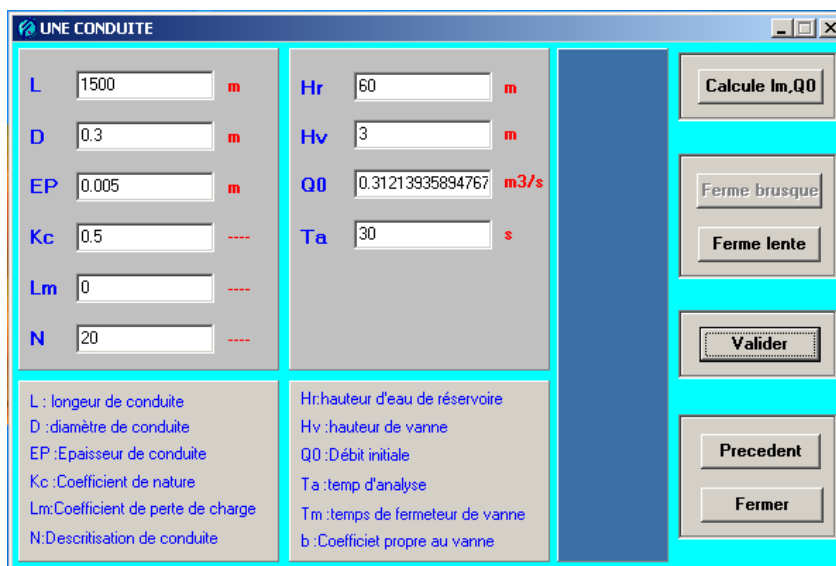


Fig.(4.2)- Introduction des données.

Ensuite une première action sur le bouton « *calcul de L_m , Q_0* » permet de calculer le coefficient de perte de charge ainsi que le débit initial, puis la validation nous ramène à la feuille de tracé des courbes Fig.(4.3) qui nous permet de tracer les variations de H et Q pour chaque nœud de la conduite et à chaque moment. En plus, nous pouvons simuler en temps réel la propagation de l'onde dans la conduite et obtenir toutes les valeurs calculées pour H et Q dans un tableau.

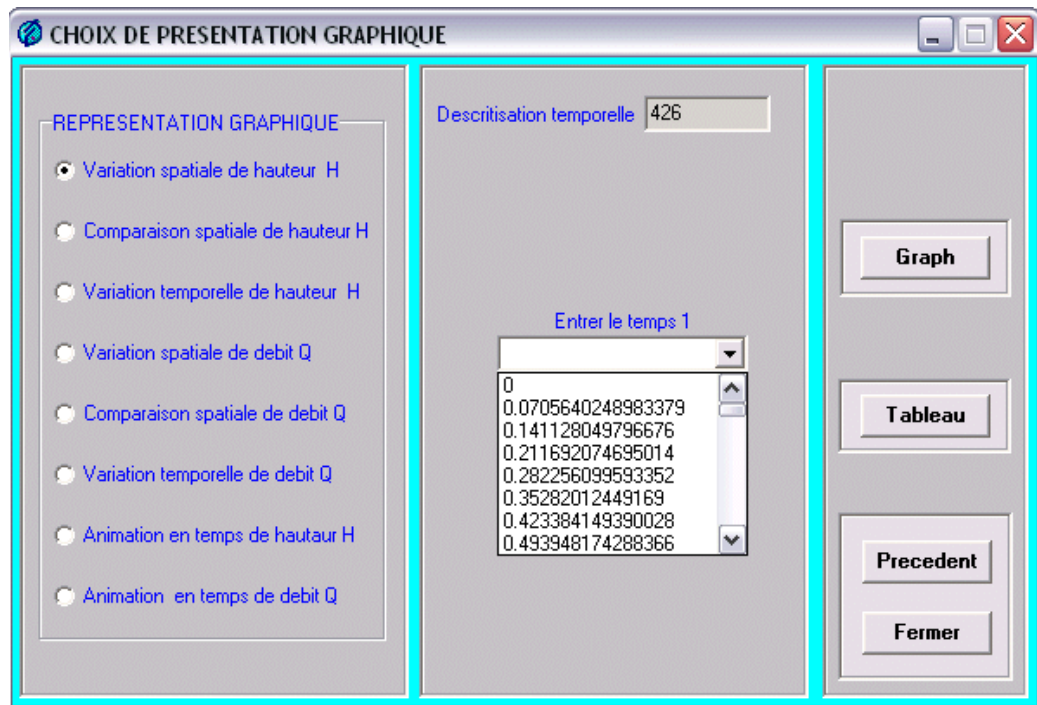


Fig.(4.3)- Choix de la courbe à tracer.

Nous allons montrer ci-dessous quelques courbes des plus significatives pour la compréhension des phénomènes transitoires dans les conduites.

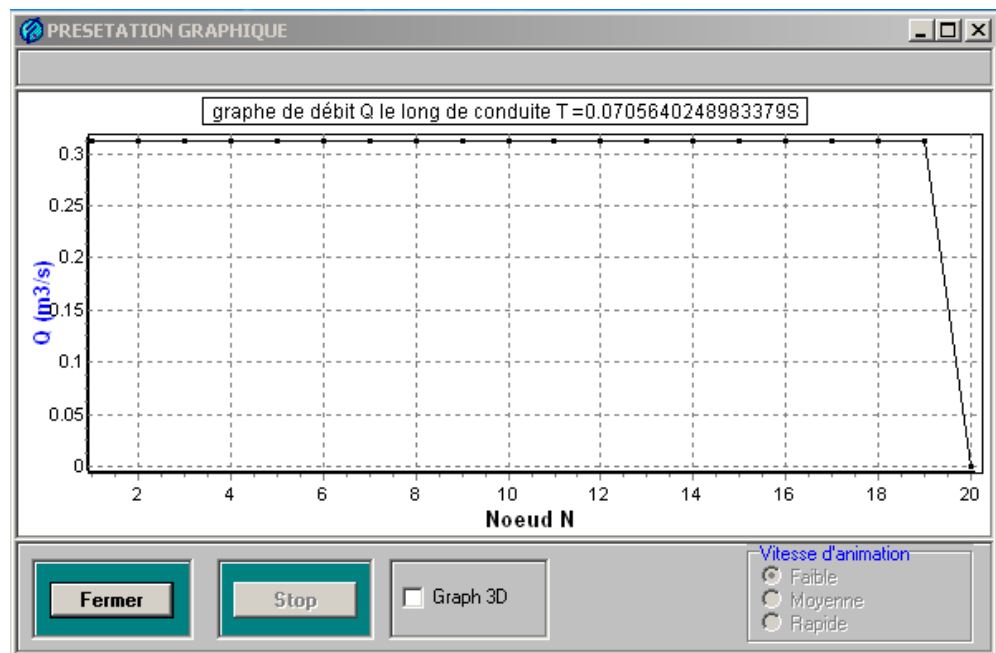
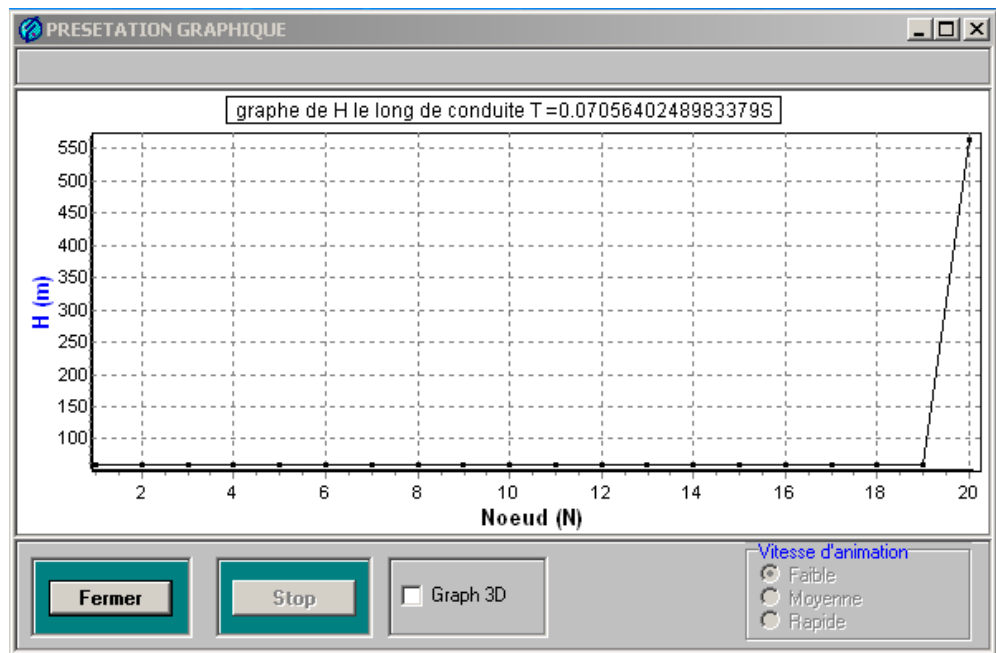


Fig.(4.4)- Variation de H et Q en régime transitoire (temps = 0.07 s).

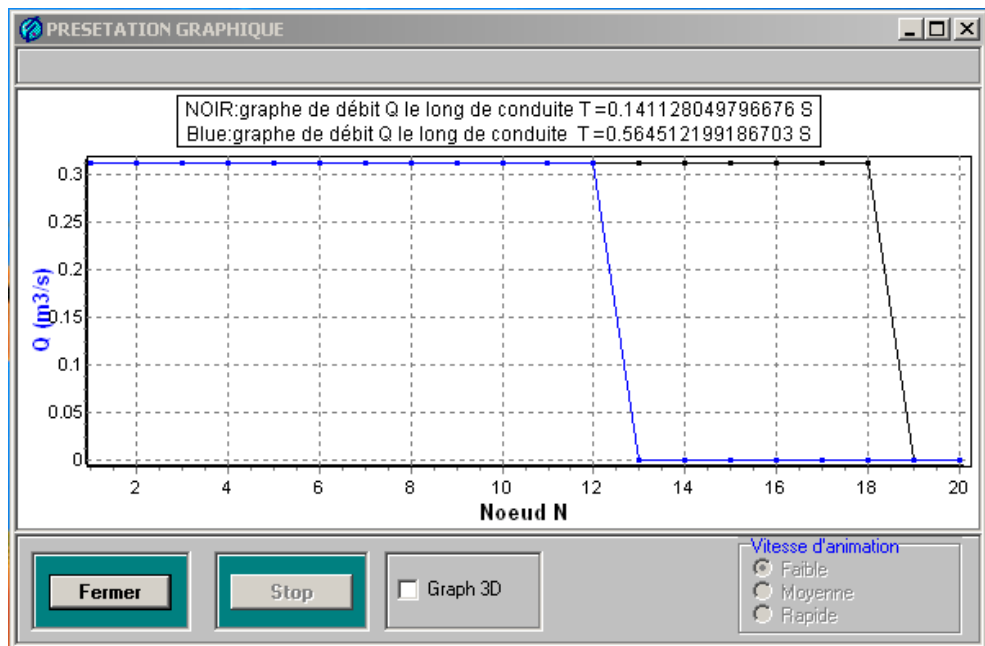
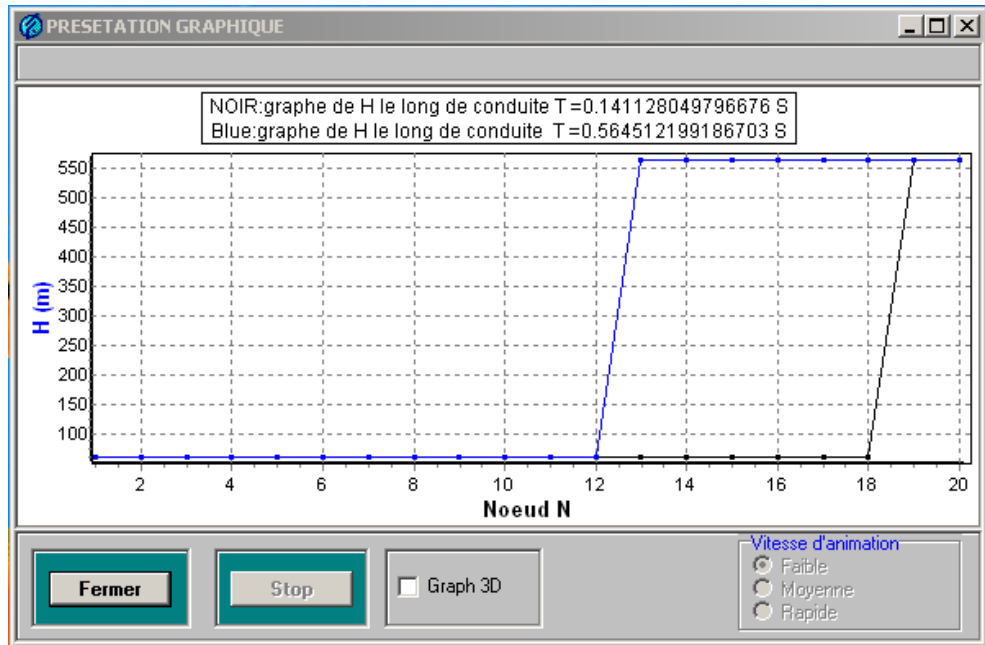


Fig.(4.5)- Propagation d'une onde de surpression vers le réservoir (temps = 0.141 s et temps = 0.564 s).

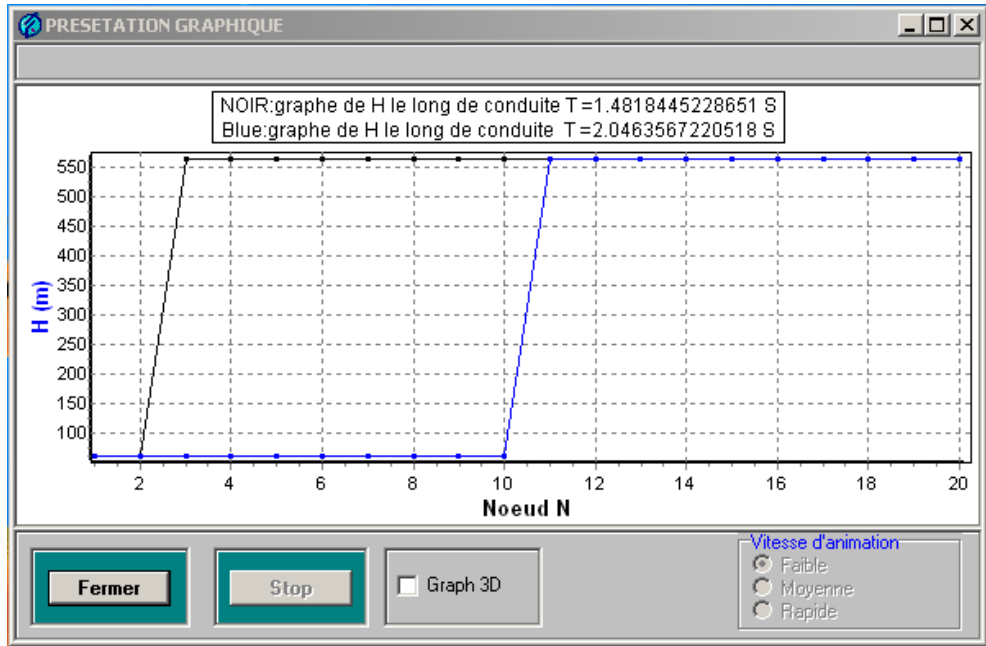


Fig.(4.6)- Réflexion de l'onde vers la vanne
 (retour à l'état initial : temps = 1.48 s et temps = 2.046 s).

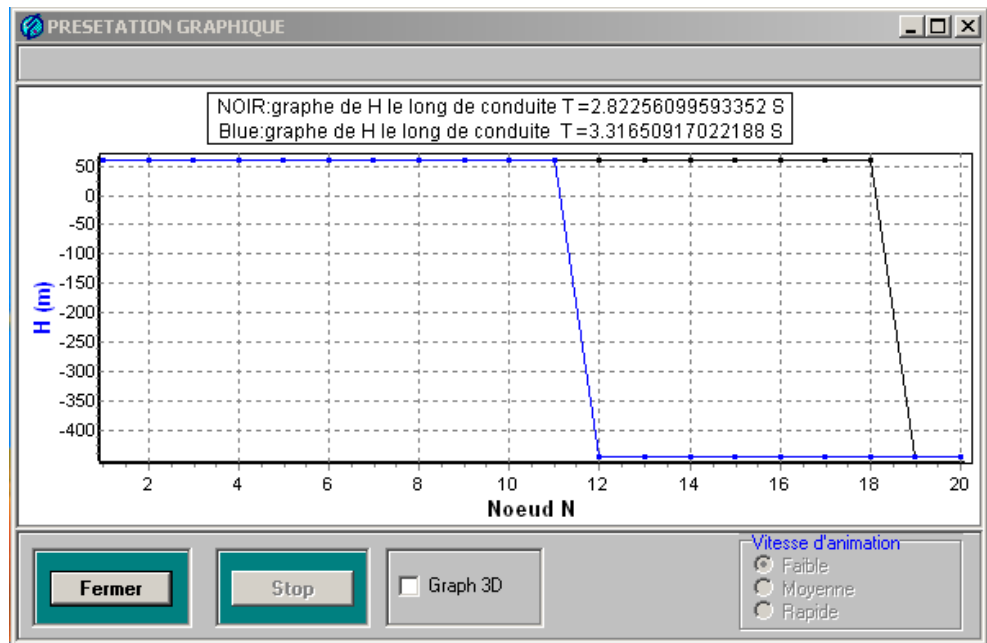


Fig.(4.7)- Propagation d'une onde de dépression vers le réservoir
 (temps = 2.82 s et temps = 3.316 s).

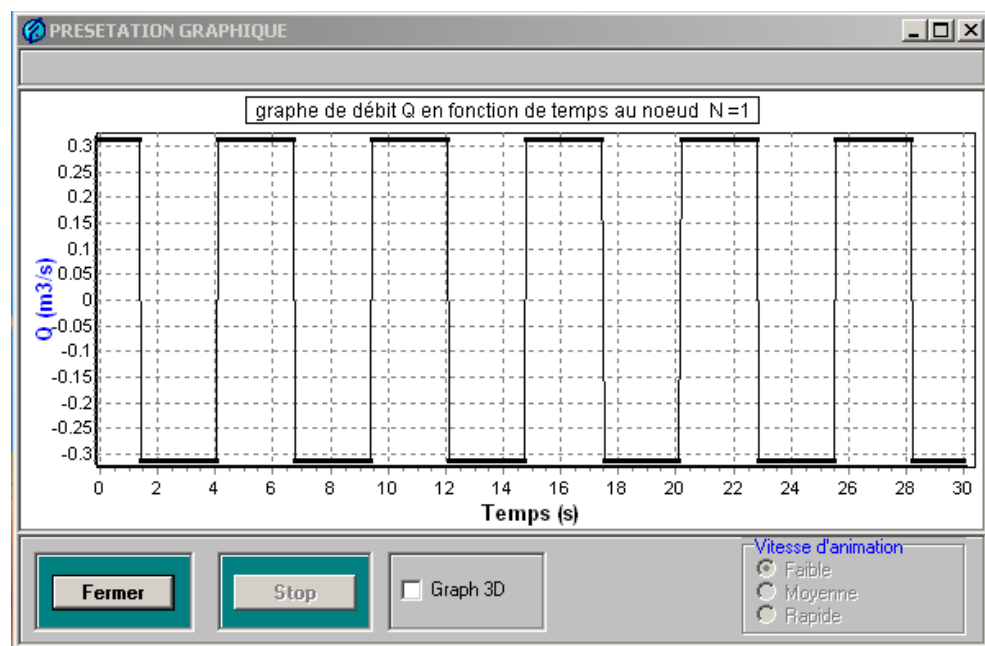
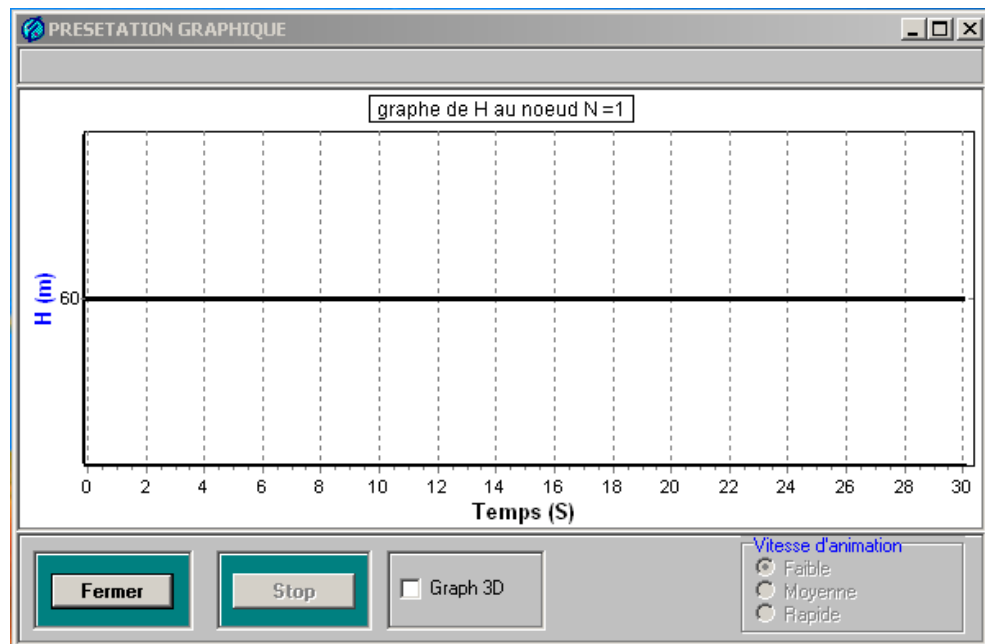


Fig.(4.8)- Variation temporelle de H et Q au niveau du réservoir au nœud 1.

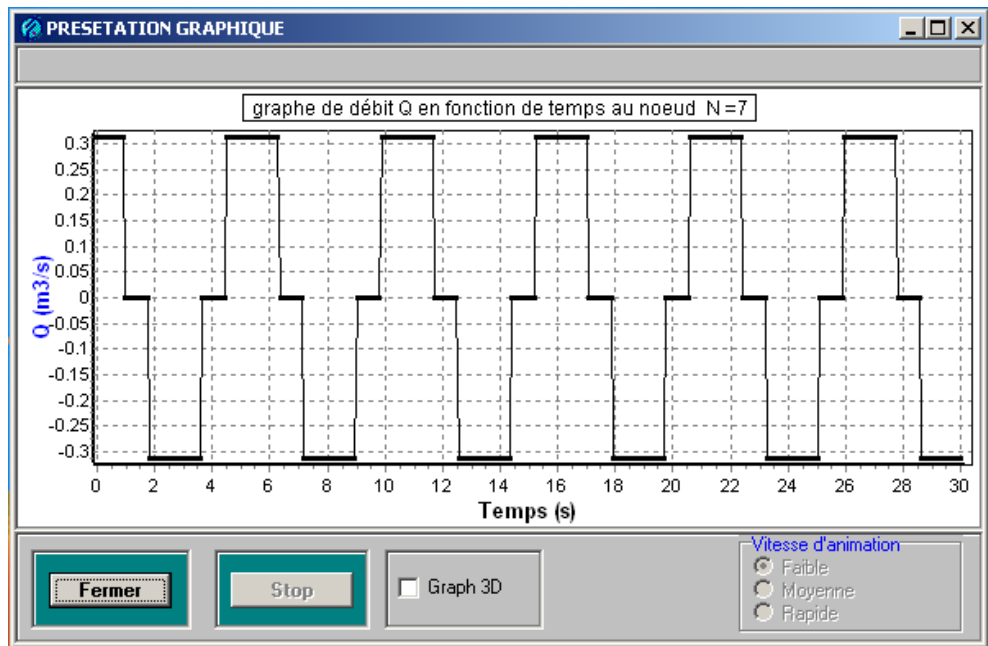
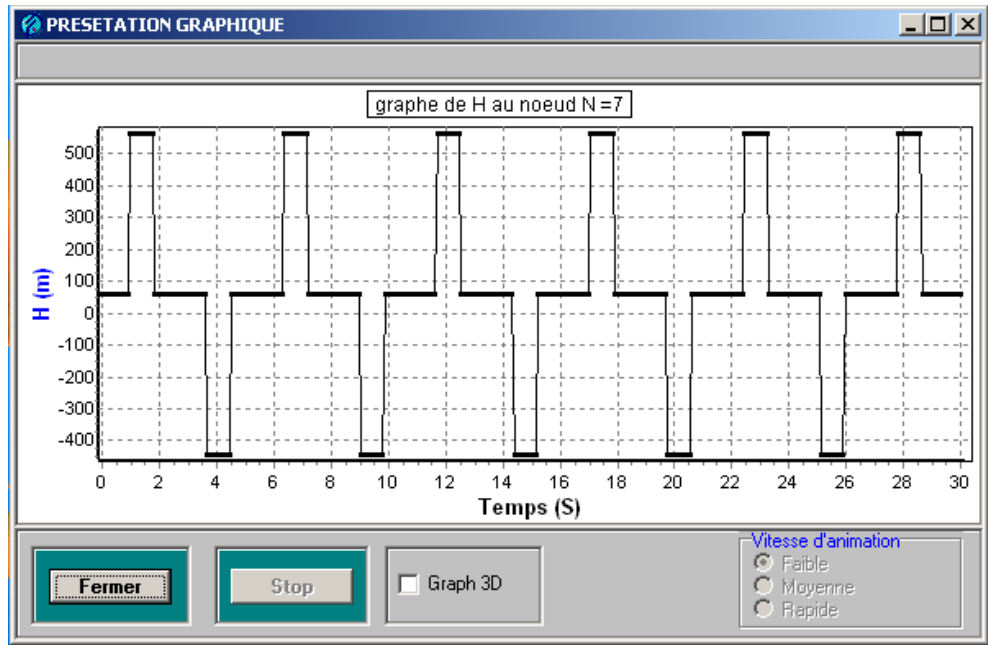


Fig.(4.9)- Variation temporelle de H et Q au nœud N=7.

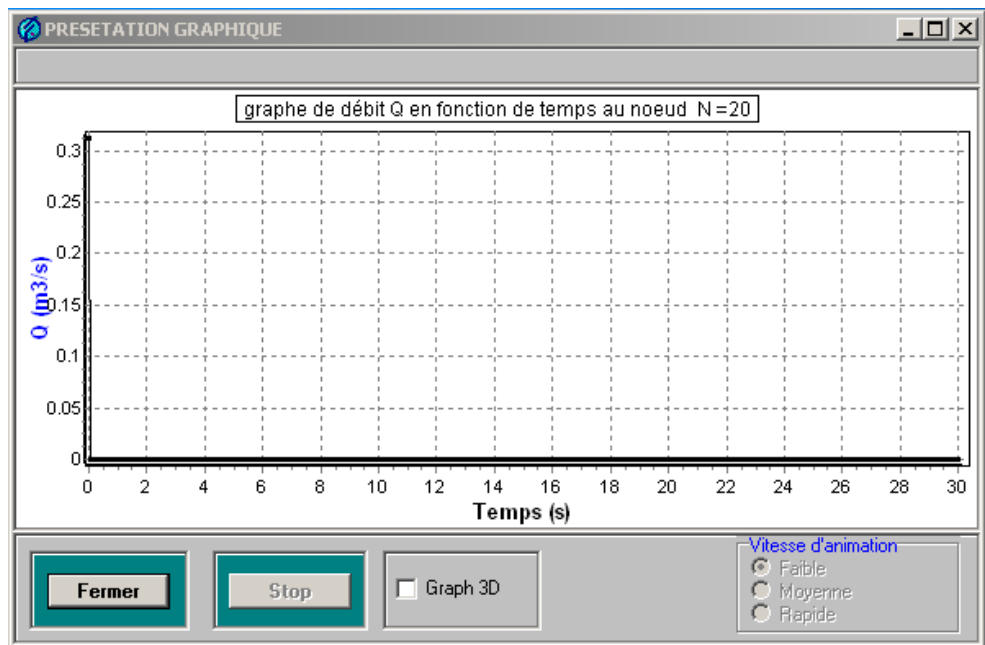
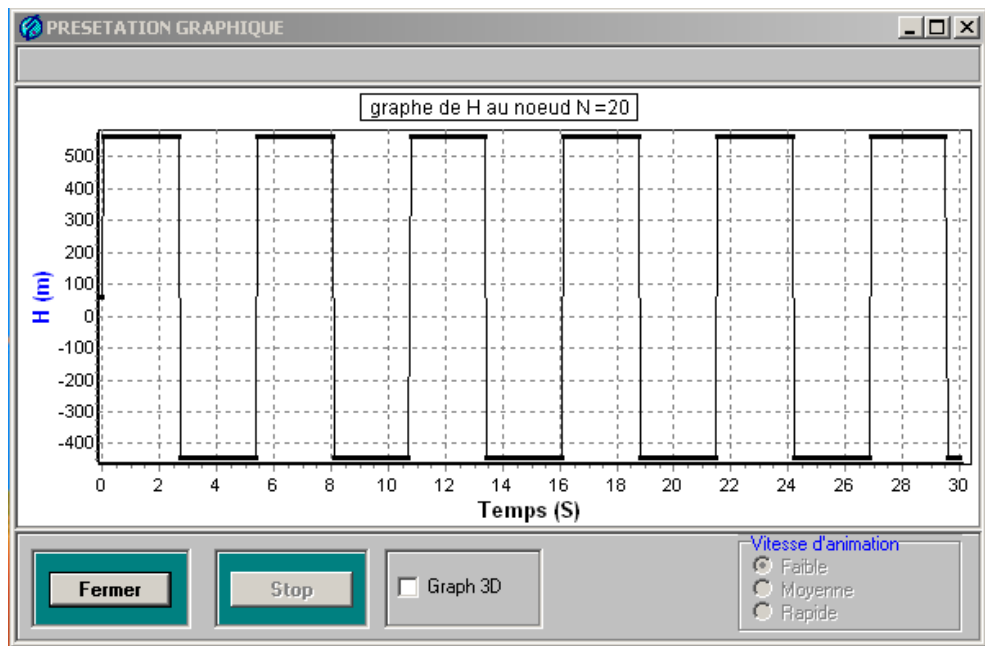


Fig.(4.10)- Variation temporelle de H et Q au niveau de la vanne.

4.1.2- Interprétation des résultats

Les graphes précédents illustrent presque tous qui a été dit sur le phénomène du coup de bélier et la propagation des ondes élastiques dans les conduites cylindriques.

Pour mieux comprendre le phénomène, nous avons négligé les pertes de charge. A $t = 0$ L'écoulement est en régime permanent, le débit et la hauteur sont constants le long de la conduite ($h = 60$ m et $Q = 0.32$ m³/s). Lors de la fermeture de la vanne, on constate un phénomène périodique continu jusqu'à l'infinie avec une période égale à $4\frac{l}{a}$ (voir & 2.4).

- $0 \leq t \leq \frac{l}{a}$:

Une onde de surpression qui se propage de l'aval vers l'amont (Fig.(4.4) et (4.5)). Cette onde de surpression a une valeur maximale $h = (564-60) = 504$ m d'eau, cette dernière valeur peut être confirmée par la formule (2.42) qui nous donne $\Delta h = 503.61$ m.

- $\frac{l}{a} < t \leq \frac{2 \cdot l}{a}$

L'onde est réfléchiée vers l'aval et atteint la vanne au temps $t = 2.68$ s. La pression dans la conduite reprend sa valeur initiale (60 m) et le débit commence à s'écouler de la conduite vers le réservoir ($Q = -0.31$ m³/s) dans les sections traversées par l'ondes (Fig.(4.6)).

- $\frac{2 \cdot l}{a} < t \leq \frac{3 \cdot l}{a}$

Une onde de dépression se propage de la vanne vers le réservoir $H = (-444 - 60) = -504$ m et le débit sera égal à zéro dans toute tranche touchée par l'onde (Fig.(4.7)).

- $\frac{3 \cdot l}{a} < t \leq \frac{4 \cdot l}{a}$

La conduite reprend ces paramètres initiales $H = 60$ m et $Q = 0.31$ m³/s.

Si les pertes par frottements et toutes autres types de pertes d'énergie (par choc par exemple) sont négligées, on va voir la permanence de phénomène Fig.(4.11).

Les représentations spatiales (Fig.(3.8), (3.9) et (3.10)) nous permettent de faire les constatations suivantes:

- La variation de la pression au niveau du réservoir est toujours nulle.
- Plus on approche de la vanne, les variations de pression seront durables par rapport à la pression statique.
- La section qui subit de fortes variations de pression est au niveau de la vanne.

4.1.3- Influence des frottements

Faisant le changement suivant dans les données ($L_m = 0.01056$).

En régime permanent, la pression diminue progressivement le long de la conduite de 60 m au niveau du réservoir à 7.47 m au niveau de la vanne Fig.(4.12). La figure (4.13) nous montre que la pression maximale tombe dans les 39 premières secondes de 561 m à 317 m, malgré qu'elle reste constante et égale à 564 m lorsque on a négligé l'effet des pertes d'énergie par frottement.

L'augmentation de temps d'analyse de 30 à 120 montre clairement l'effet d'amortissement par perte de charge Fig.(4.14).

L'amortissement sera accéléré avec l'augmentation du coefficient de perte de charge singulière.

4.1.4- Influence du coefficient de nature K_c

On garde toutes les données de la Fig.(4.2) et on fait le changement de K_c :

- Conduite en fer $K_c = 0.5$ Fig.(4.10). $H = \pm 504$ m
- Conduite en béton $K_c = 5$ Fig.(4.15). $H = \pm 239$ m.
- Conduite en polyéthylène $K_c = 83$ (Fig. (4.16)). $H = \pm 63$ m.

Donc la différence de pression par rapport à la pression statique diminue avec l'augmentation de K_c .

L'augmentation de K_c engendre une diminution dans le module d'élasticité longitudinale, donc on a une dilatation plus grande de la conduite. Cette dissipation d'énergie du liquide explique les résultats précédents.

4.1.5- Influence de la hauteur d'eau

D'après la relation théorique (2.42), Il est évident que la variation de pression est proportionnelle à la variation de la hauteur H_r Fig.(4.17) et Fig.(4.18).

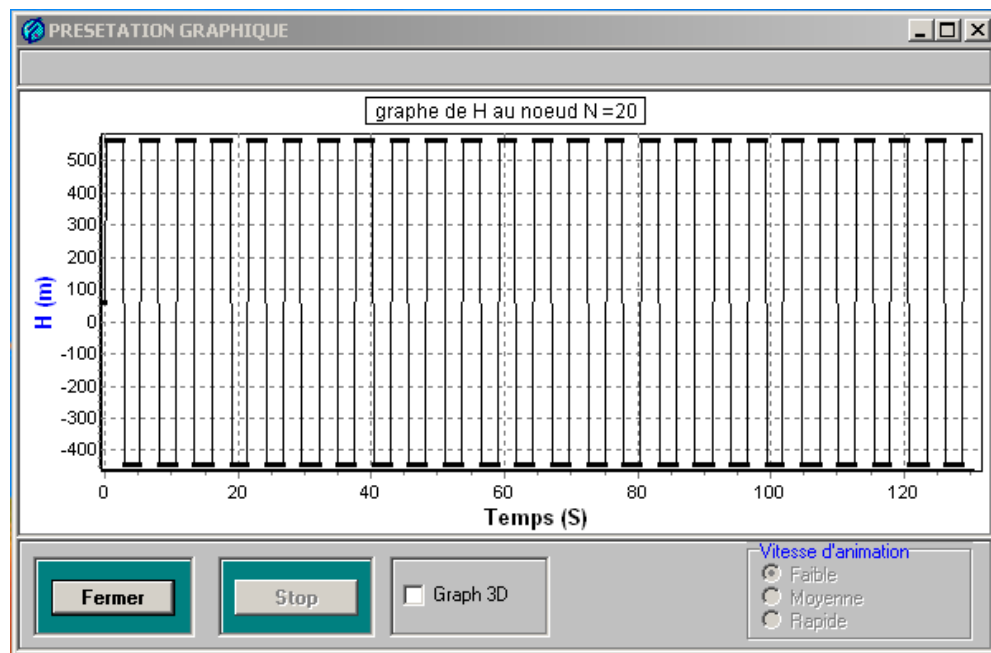


Fig.(4.11)- Variation temporelle de H au nœud $N=20$.

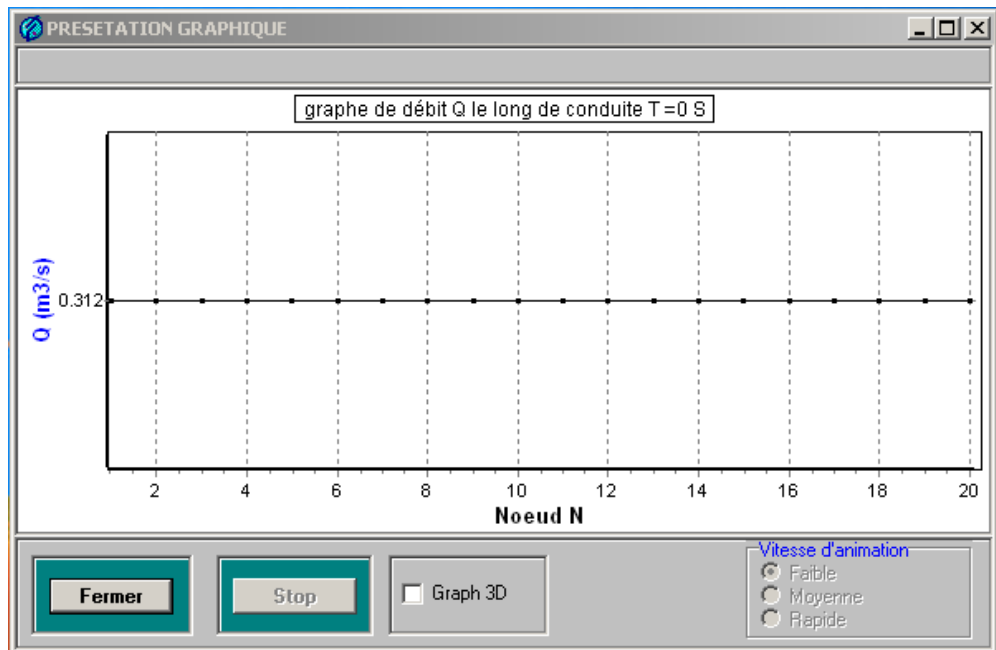
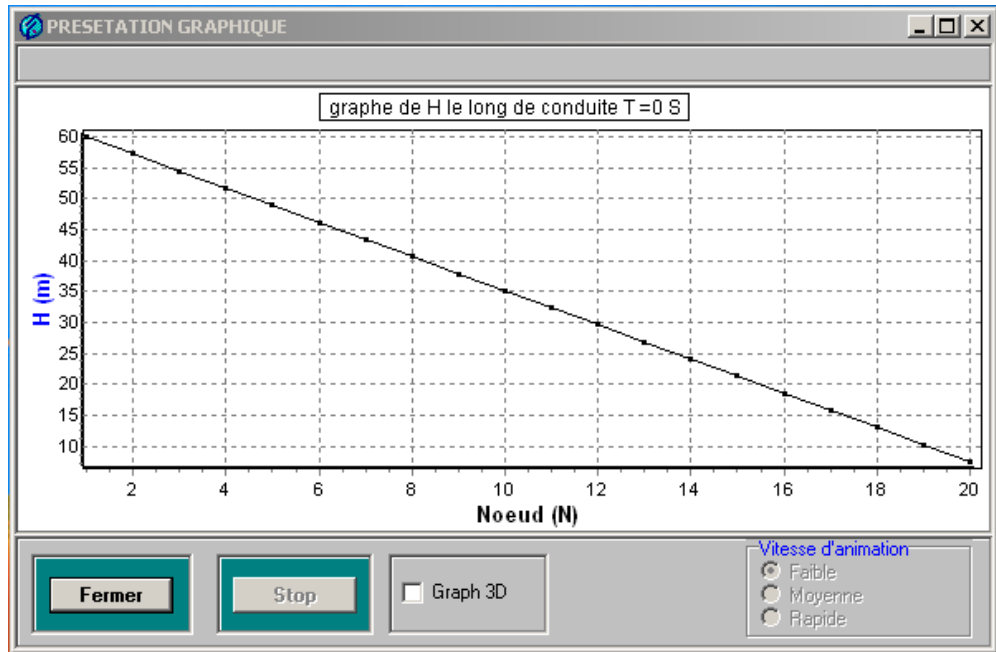


Fig.(4.12)- Variation spatiale de H et Q en régime permanent.

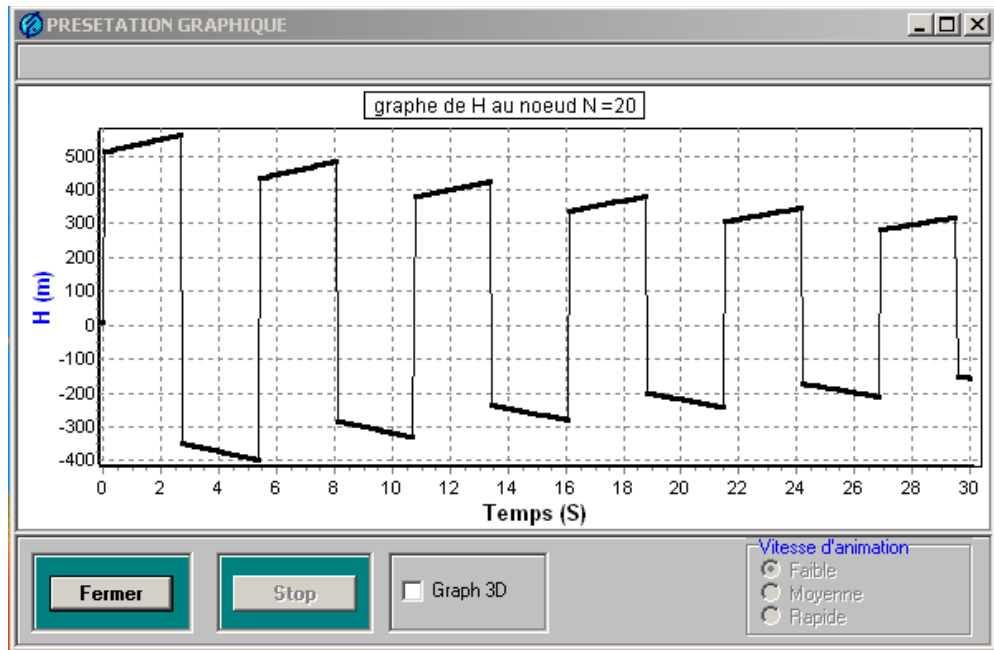


Fig.(4.13)- Variation temporelle de H au nœud $N=20$.

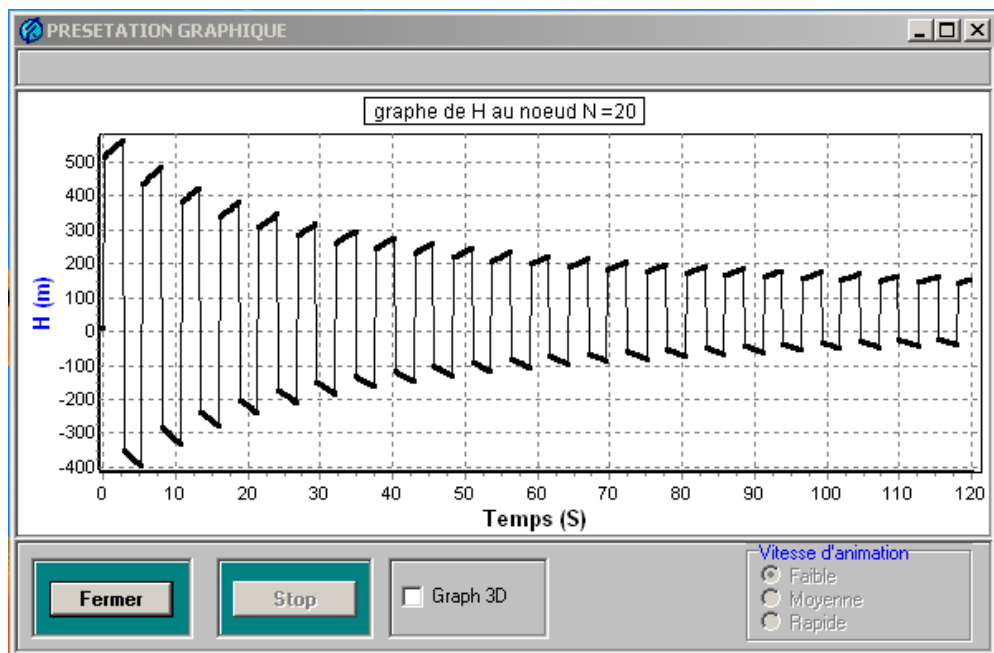


Fig.(4.14)- Variation temporelle de H au nœud $N=20$.

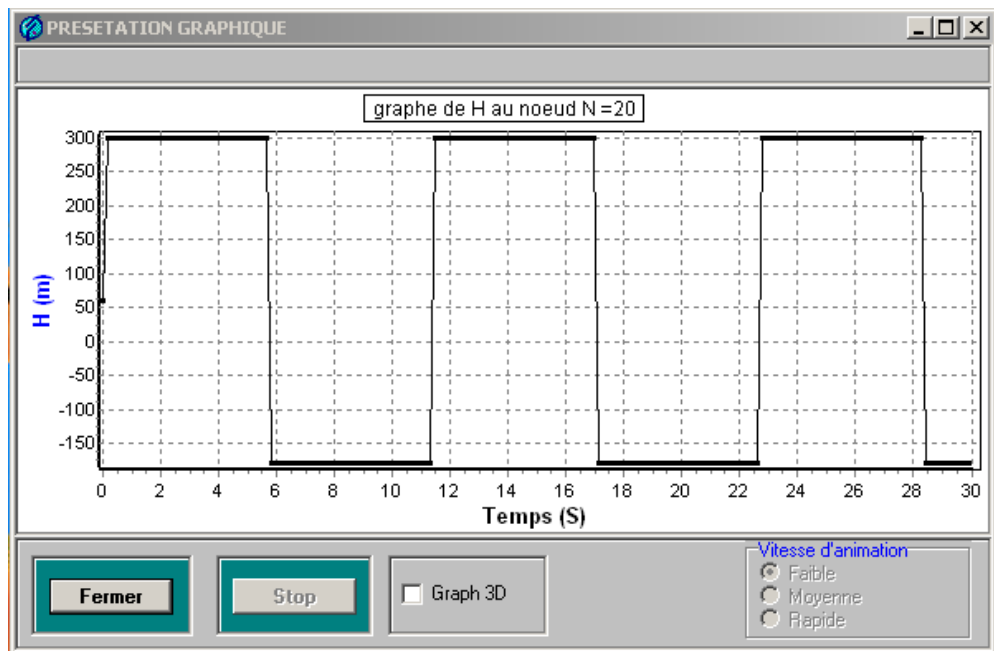


Fig.(4.15)- Variation temporelle de H au nœud N=20 (Kc=5).

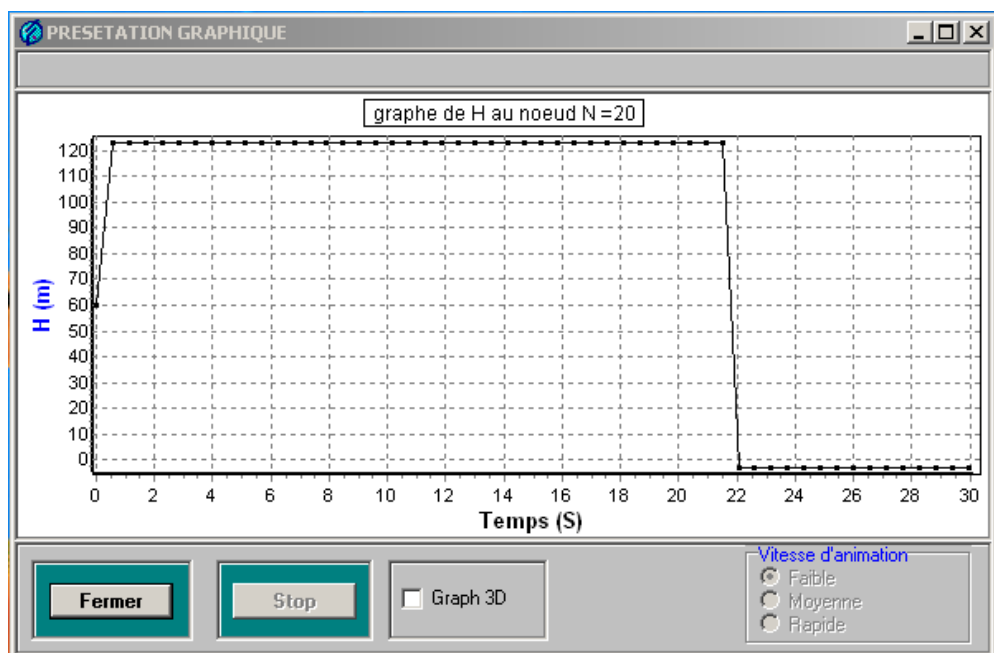


Fig.(4.16)- Variation temporelle de H au nœud N=20 (Kc=83).

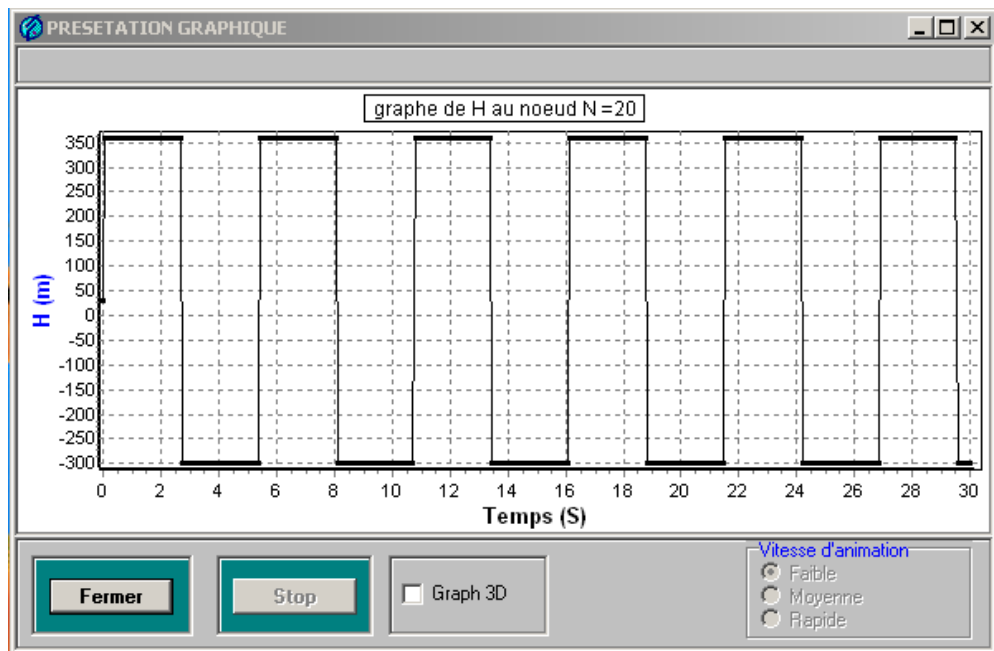


Fig.(4.17)- Variation temporelle de H au nœud N=20 ($H_r=30m$).

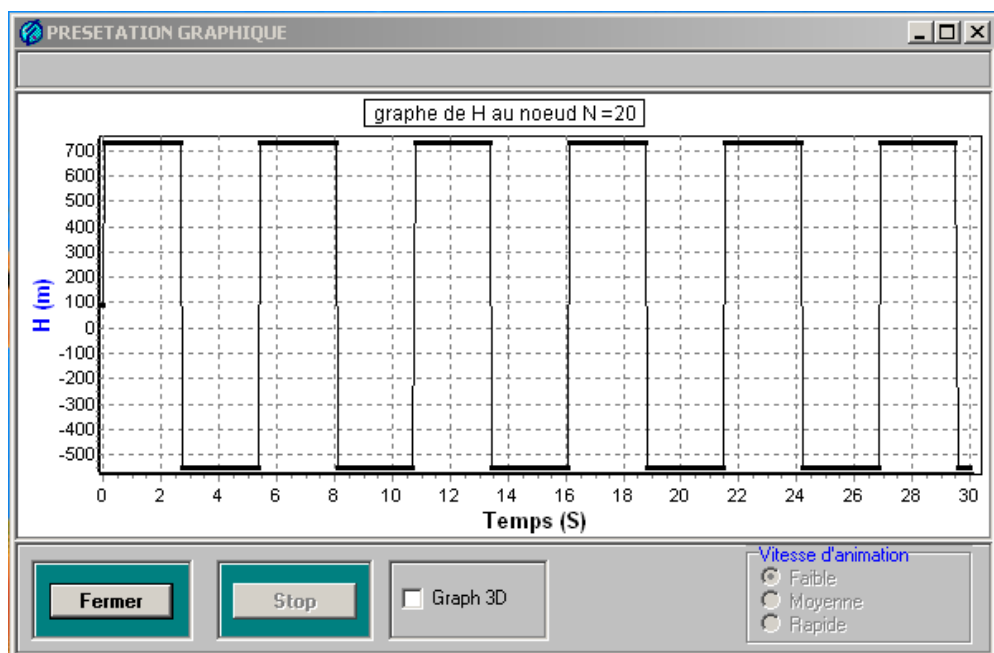


Fig.(4.18)- Variation temporelle de H au nœud N=20 ($H_r=90m$).





4.2- Cas d'une conduite simple avec une fermeture lente de la vanne

4.2.1- Lecture des données initiales et visualisation des graphes

Nous allons maintenant brièvement voir le cas de la fermeture lente de la vanne.

The screenshot shows a software window titled "UNE CONDUITE" with the following parameters and values:

Parameter	Value	Unit
L	1500	m
D	0.3	m
EP	0.005	m
Kc	0.5	---
Lm	0.0105601746815E	---
N	20	---
Hr	60	m
Hv	3	m
Q0	0.31213935894767	m ³ /s
Ta	30	s
Tm	20	s
B	1.5	---

Legend:

- L : longueur de conduite
- D : diamètre de conduite
- EP : Epaisseur de conduite
- Kc : Coefficient de nature
- Lm : Coefficient de perte de charge
- N : Descritisation de conduite
- Hr : hauteur d'eau de réservoir
- Hv : hauteur de vanne
- Q0 : Débit initiale
- Ta : temp d'analyse
- Tm : temps de fermeture de vanne
- b : Coefficient propre au vanne

Buttons: Calcule Im, Q0; Ferme brusque; Ferme lente; Valider; Precedent; Fermer.

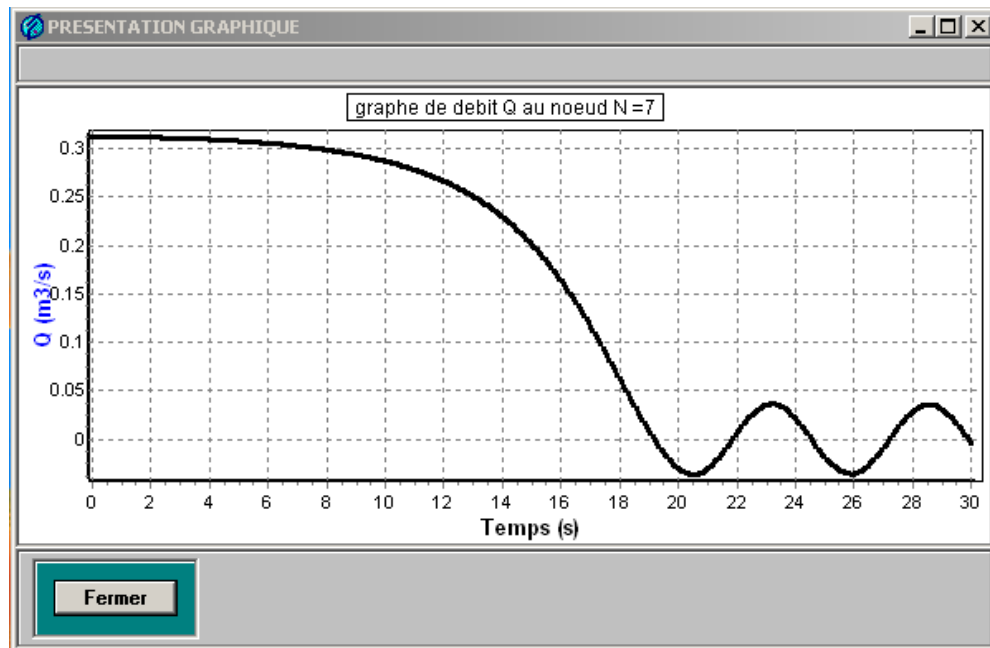
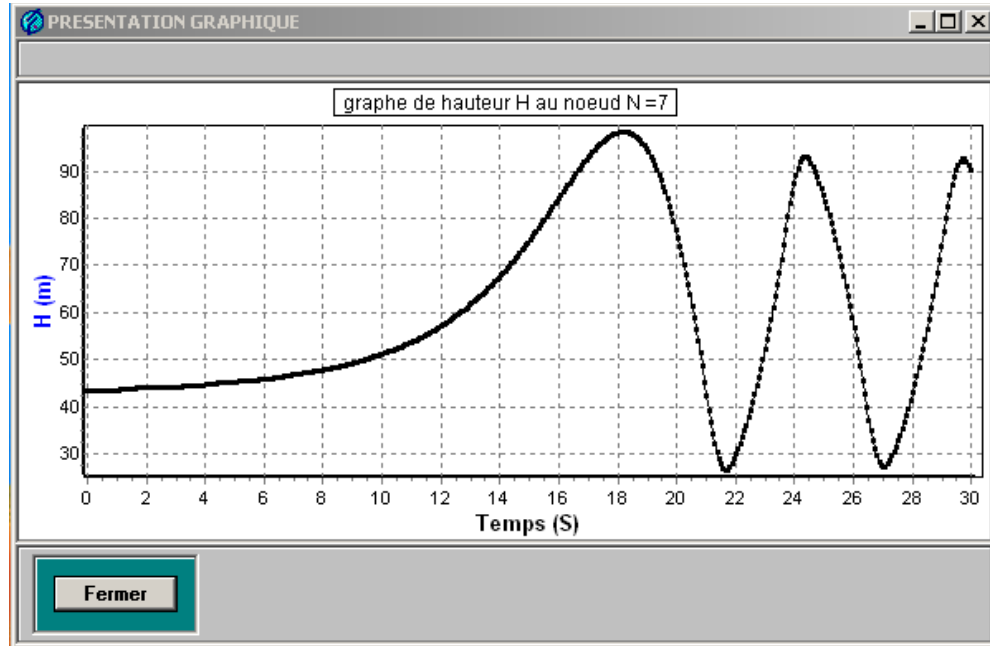


Fig.(4.19)- Variation temporelle de H et Q au nœud N=7.

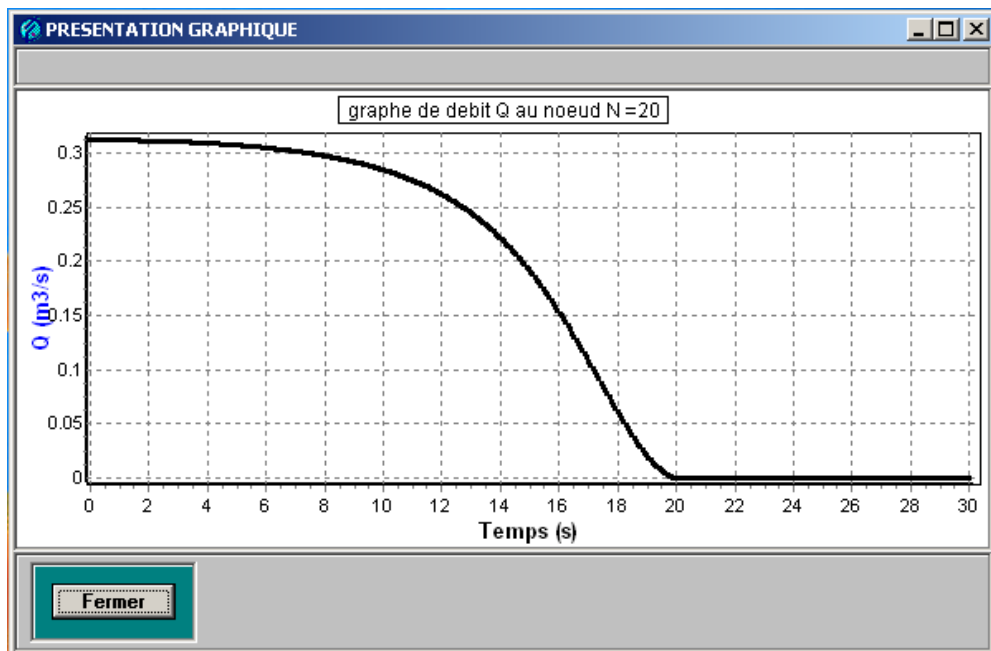
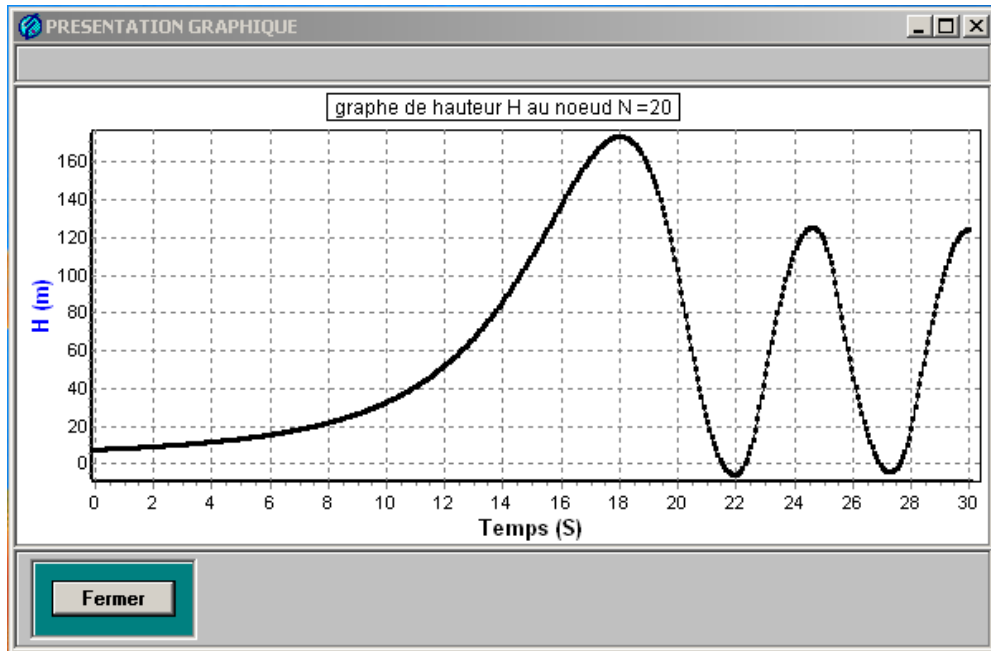


Fig.(4.20)- Variation de H et Q au noeud N=20.

4.2.2- Interprétation des résultats

La fermeture lente de la vanne diminue sensiblement la variation de pression dans la conduite.

- La valeur maximale que peut atteindre la pression dans cet exemple est au niveau de la vanne et égale à 174 m Fig.(4.20) (au lieu de 561 m dans le cas de fermeture brusque et avec les mêmes données).
- La valeur minimale est égale à -6 m (au lieu de -400 m en cas de fermeture brusque).

4.2.3- Influence du temps de fermeture de la vanne

Les valeurs de surpression et dépression maximales précédentes peuvent être augmentés ou diminués selon le temps de fermeture de la vanne choisi.

L'augmentation du temps de fermeture permet de limiter la surpression ou la dépression dans la conduite :

Temps de fermeture de la vanne $T_m = 20$ s on a $H_{\max} = 174$ m Fig.(4.20).

Temps de fermeture de la vanne $T_m = 40$ s on a $H_{\max} = 103$ m Fig.(4.21).

Temps de fermeture de la vanne $T_m = 70$ s on a $H_{\max} = 80$ m Fig.(4.22).

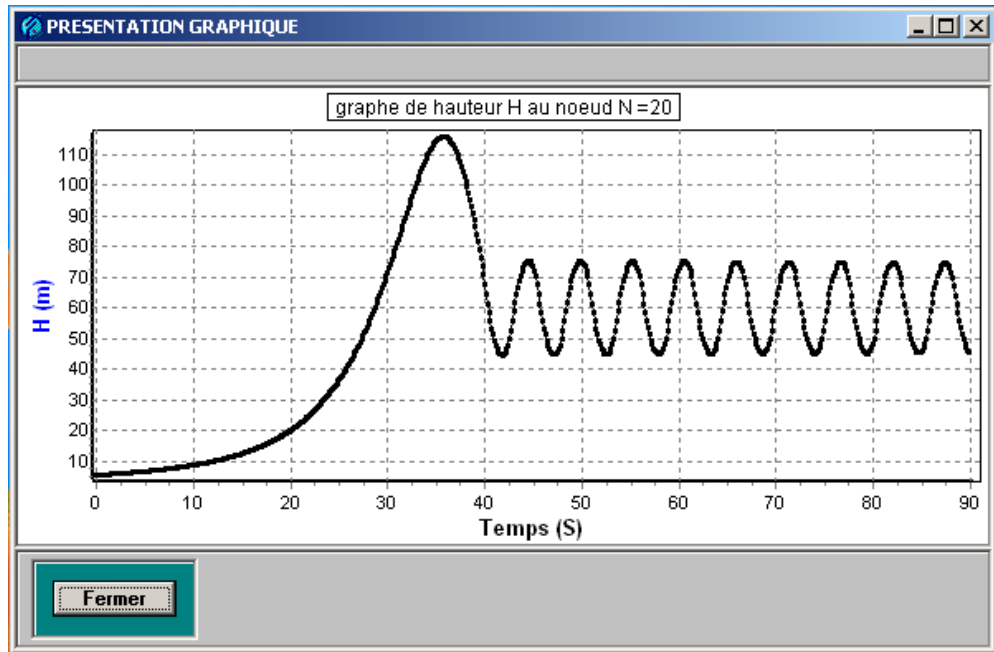


Fig.(4.21)- Variation temporelle de H ($T_m = 40$ s).

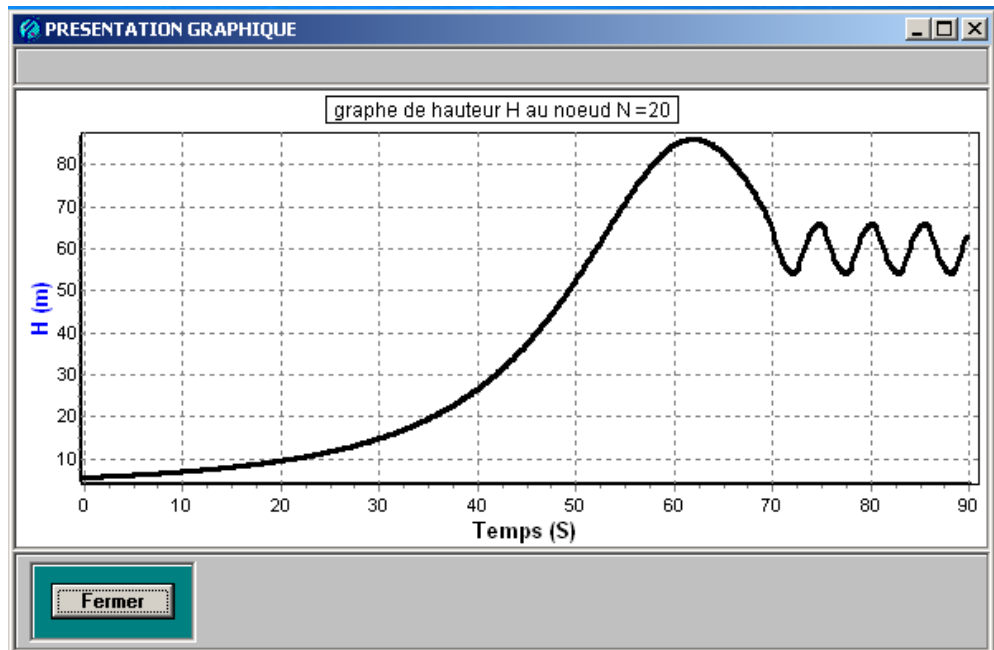


Fig.(4.22)- Variation temporelle de H ($T_m = 70$ s).

4.3- Cas d'une conduite composée

Dans cet exemple nous allons voir:

- l'influence de la cavitation.
- l'influence de l'élargissement et le rétrécissement de la conduite sur la propagation de l'onde et son amplitude.
- l'assemblage de conduites de natures différentes.

4.3.1- Lecture des données initiales et visualisation des résultats

Paramètre	Valeur	Unité
L1	1800	m
L2	1200	m
D1	0.25	m
D2	0.2	m
EP1	0.005	m
EP2	0.005	m
Kc1	0.5	---
Kc2	0.5	---
Ksi	0.01	---
Lm1	0.01586611367552	---
Lm2	0.01500524387611	---
Hr	35	m
Hv	15	m
Zv	-8.5	m
Q0	0.05104690909221	m ³ /s
Ta	40	s

Paramètre	Description
L1	longueur de conduite 1
L2	longueur de conduite 2
D1	diamètre de conduite 1
D2	diamètre de conduite 2
EP1	Epaisseur de conduite 1
EP2	Epaisseur de conduite 2
Kc1	Coefficient de nature 1
Kc2	Coefficient de nature 2
Ksi	coefficient de singularité
Lm1	Coefficient de perte de charge 1
Lm2	Coefficient de perte de charge 2
Hr	hauteur d'eau de réservoir
Hv	hauteur de vanne
Zv	tension de vapeur
Q0	Débit initiale
Ta	temp d'analyse
Tm	temps de fermeture de vanne
b	Coefficient propre au vanne

Buttons: Calcule Lm, Q0; Ferme brusque; Ferme lente; Valider; Precedent; Fermer

Avec ces données, la discrétisation spatiale sera :

$N = 32$ pour la conduite 1.

$N = 21$ pour la conduite 2.

Le nombre total des nœuds est $(32+21-1 = 52)$.

La jonction entre les deux conduites se situe au nœud 32.

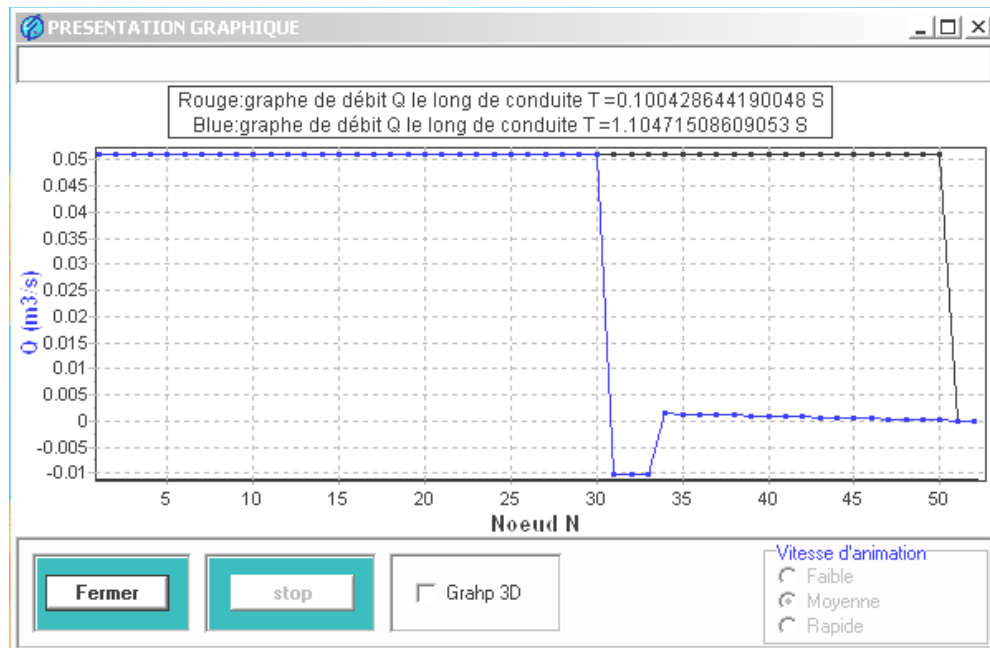
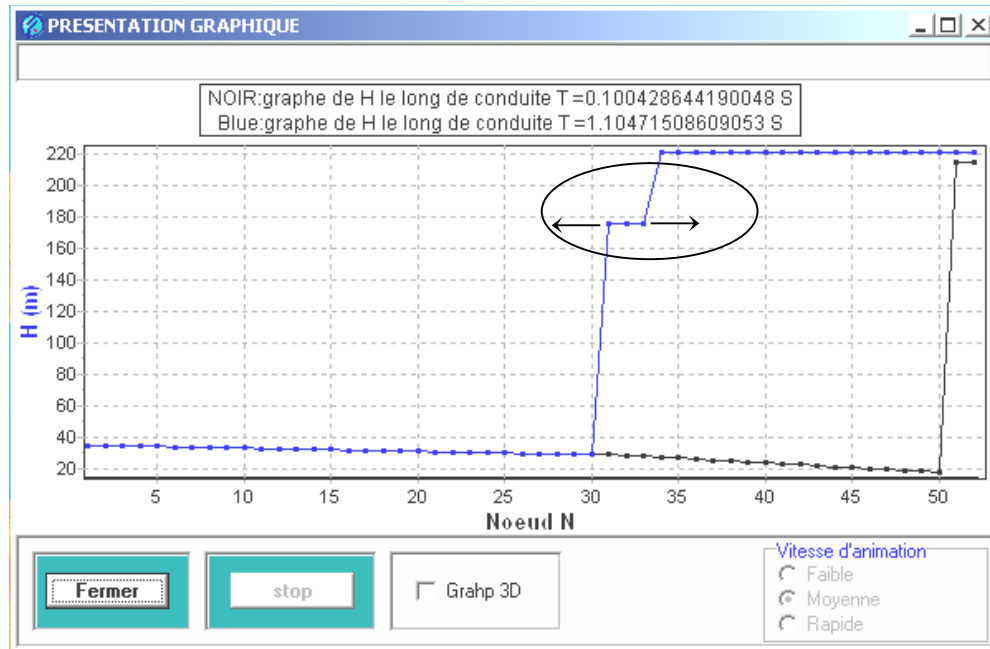


Fig (4.23) Variation spatiale de H et Q en régime transitoire (temps = 0.1 s et temps = 1.1047 s).

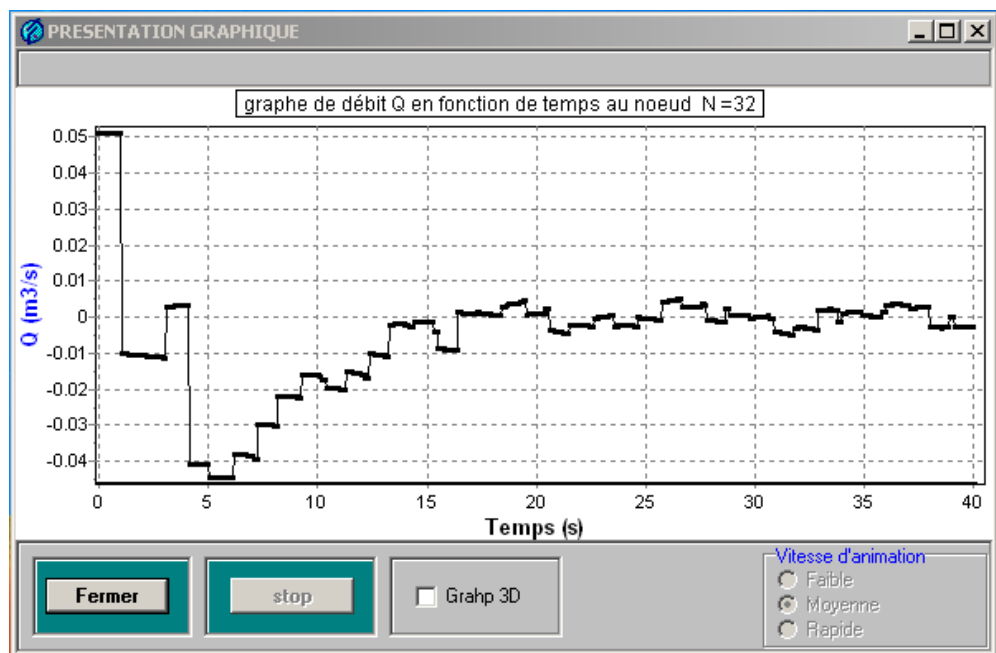
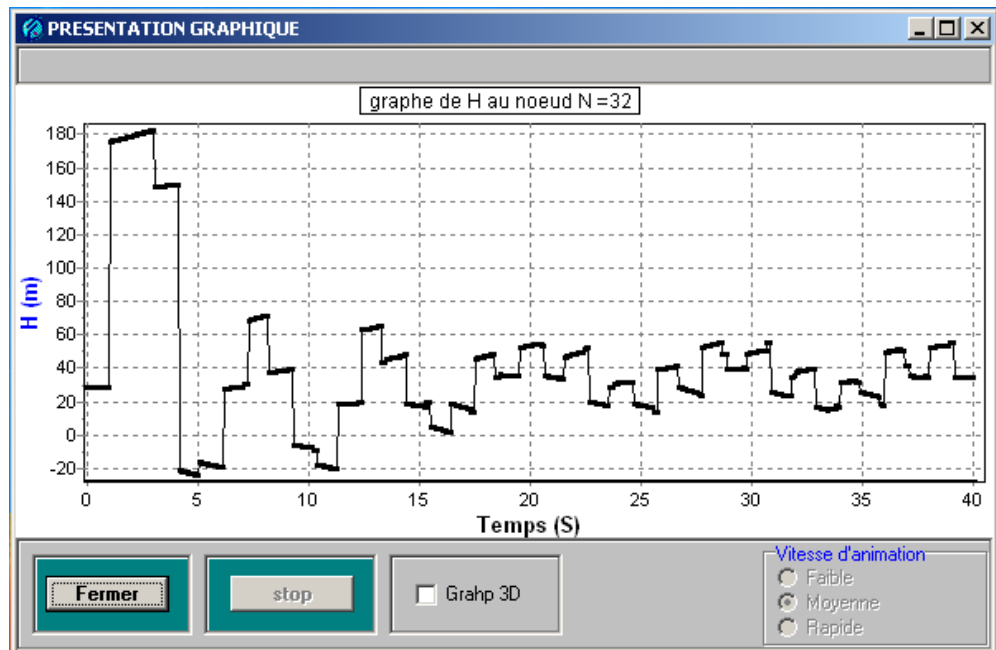


Fig (4.24) Variation temporelle de H et Q au nœud N=32.

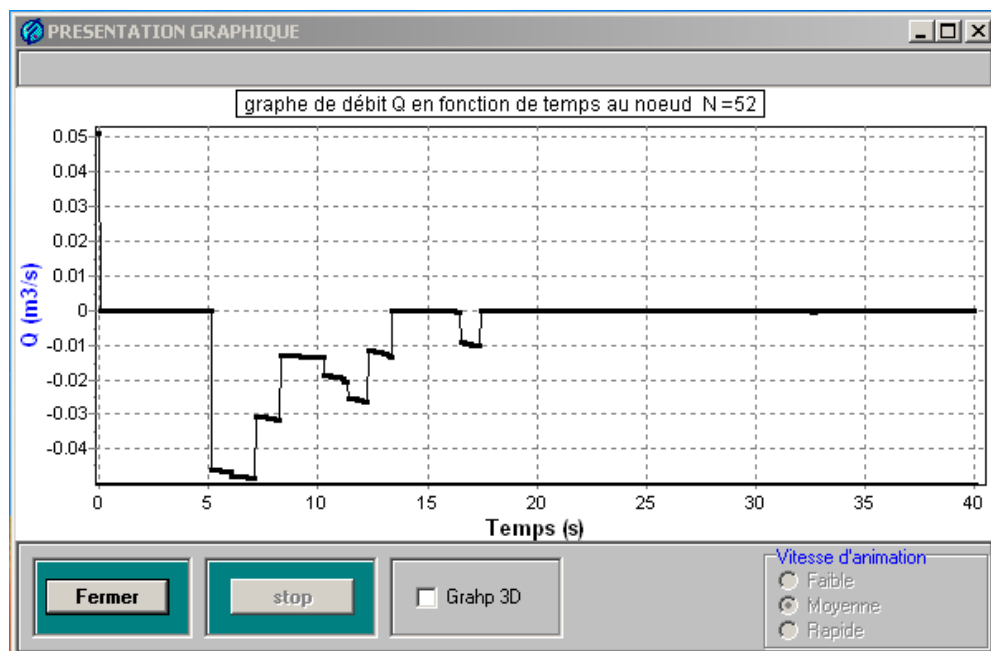
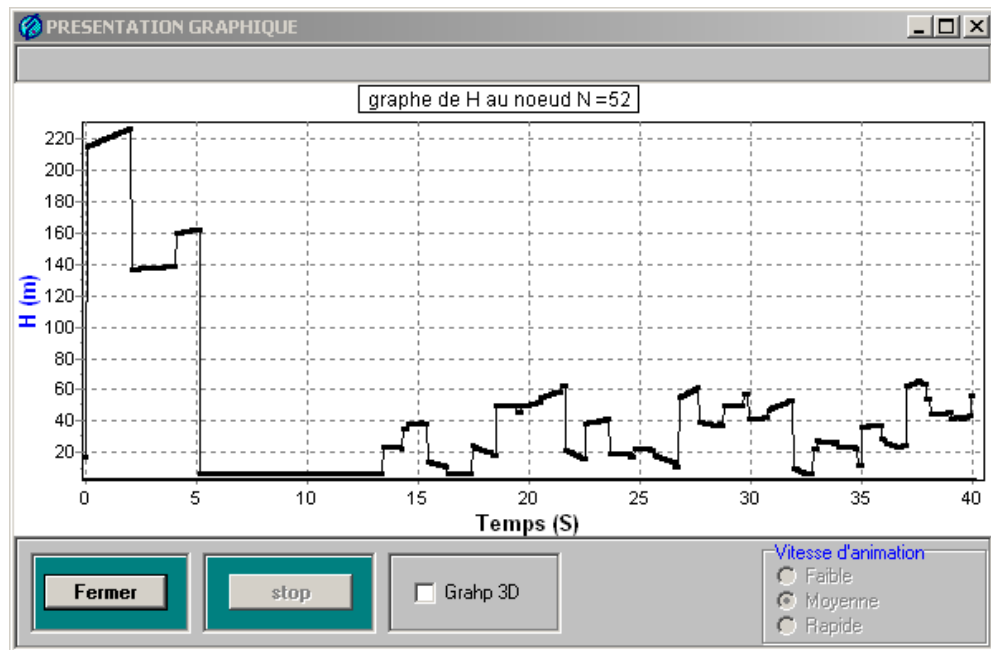


Fig (4.25) Variation temporelle de H et Q au noeud N=52 (vanne).

Dans les premières secondes, l'onde se propage de l'aval vers l'amont de la conduite. Lorsque l'onde arrive au nœud 32, elle rencontre un élargissement (bien sur en tenant compte du sens de propagation : de la conduite2 $D = 0.2\text{m}$ à la conduite1 $D = 0.25\text{m}$), cette variation de section s'accompagne de deux ondes, l'une de surpression qui continue de se propager vers l'amont et l'autre de dépression qui se propage vers l'aval (Fig.(4.23)). Pour mieux comprendre la propagation et la réflexion des ondes il est préférable d'utiliser l'animation en temps réel au niveau du programme.

4.3.2- Influence de la cavitation

La cavitation joue généralement un rôle d'amortisseur de pression dans la conduite (Fig.(4.24) et (4.25)).

Le changement de phase de l'eau donne naissance à un fluide gazeux qui a une compressibilité très élevée, c'est ce qui explique l'amortissement de pression dans la conduite.

4.3.3- Influence de changement de la section

❶ Cas d'un rétrécissement :

L1	1800	m	Lm1	0.01382308459239	----
L2	1200	m	Lm2	0.01358670543749	----
D1	0.30	m	Hr	35	m
D2	0.28	m	Hv	15	m
EP1	0.005	m	Zv	-8.5	m
EP2	0.005	m	Q0	0.10631953774440	m ³ /s
Kc1	0.5	----	Ta	40	s
Kc2	0.5	----			
Ksi	0.01	----			

Dans ce cas la discrétisation nous donne : $N_1 = 42$ et $N_2 = 28$.

l'onde se propage vers le réservoir et atteint le nœud de jonction 42 au temps 1.0595 s. L'élargissement de la conduite provoque une onde de dépression d'amplitude $-H$ se propageant vers la vanne et une autre onde de surpression d'amplitude H qui se propage vers le réservoir Fig.(4.26).

② Cas d'un élargissement :

L1	1800	m	Lm1	0.01332700451960	----
L2	1200	m	Lm2	0.01354377486243	----
D1	0.30	m	Hr	35	m
D2	0.32	m	Hv	15	m
EP1	0.005	m	Zv	-8.5	m
EP2	0.005	m	Q0	0.12305599113747	m ³ /s
Kc1	0.5	----	Ta	40	s
Kc2	0.5	----			
Ksi	0.01	----			

Calcule Lm, Qi

Ferme lente

Valider

Dans ce cas la discrétisation nous donne : $N_1 = 35$ et $N_2 = 24$
 l'onde se propage vers le réservoir et atteint le nœud de jonction 35 au temps 1.088 s. Le rétrécissement de la conduite provoque une onde de surpression d'amplitude H se propageant vers la vanne et une autre onde de surpression d'amplitude $H + H$ qui se propage vers le réservoir Fig.(4.27)

En générale il n'est pas indispensable que l'élargissement provoque une onde de dépression. La valeur de H dépend donc de:

- la nature de la conduite.
- la nature du fluide qui s'écoule.
- la forme de l'élargissement ou de rétrécissement.
- rapport des diamètres $\frac{D_1}{D_2}$.

4.3.4- Conduites de natures différentes

On fait le changement suivant dans les données du paragraphe & 4.3.1 :

$Kc1 = 5$ (conduite en plomb).

$Kc2 = 0.5$ (conduite en acier)

le calcul du nombre de nœuds donne: $N1 = 26$ et $N2 = 9$

La remarque qu'il faut dire ici c'est que la variation de pression est importante lors du passage de la conduite 2 à la conduite 1 Fig(4.28). Pour en savoir plus sur l'influence de paramètre Kc voir le paragraphe &4.1.4.

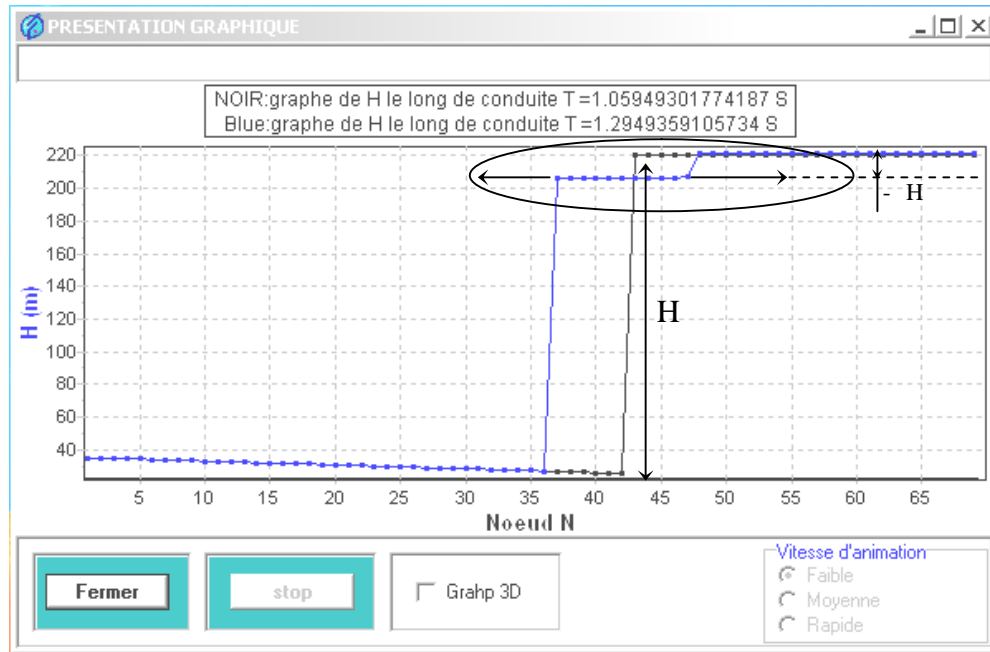


Fig (4.26)- Propagation de l'onde (cas d'un rétrécissement).

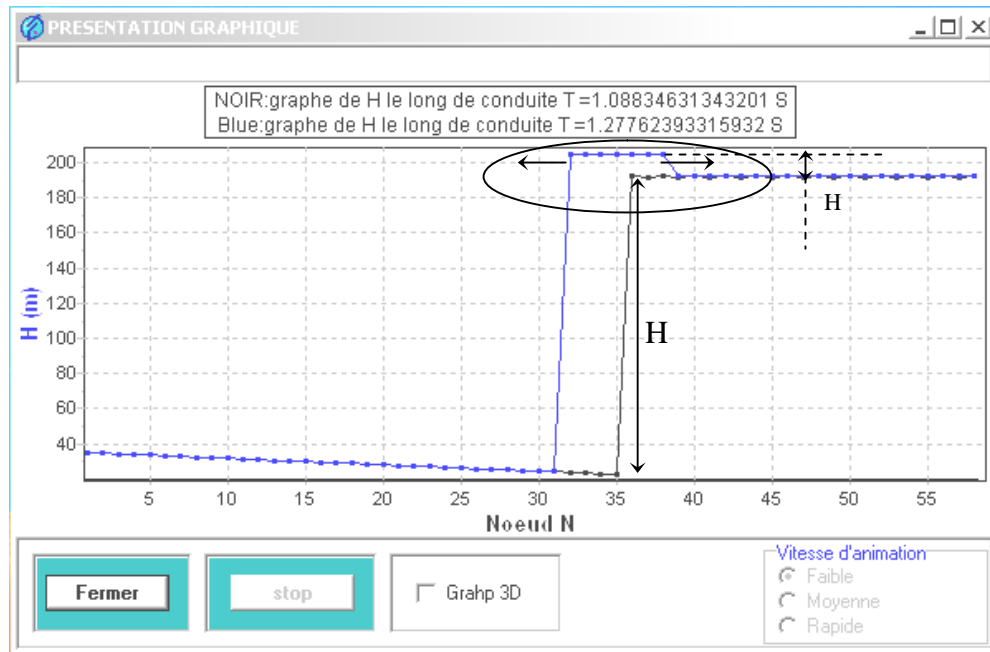


Fig (4.27)- Propagation de l'onde (cas d'un élargissement).

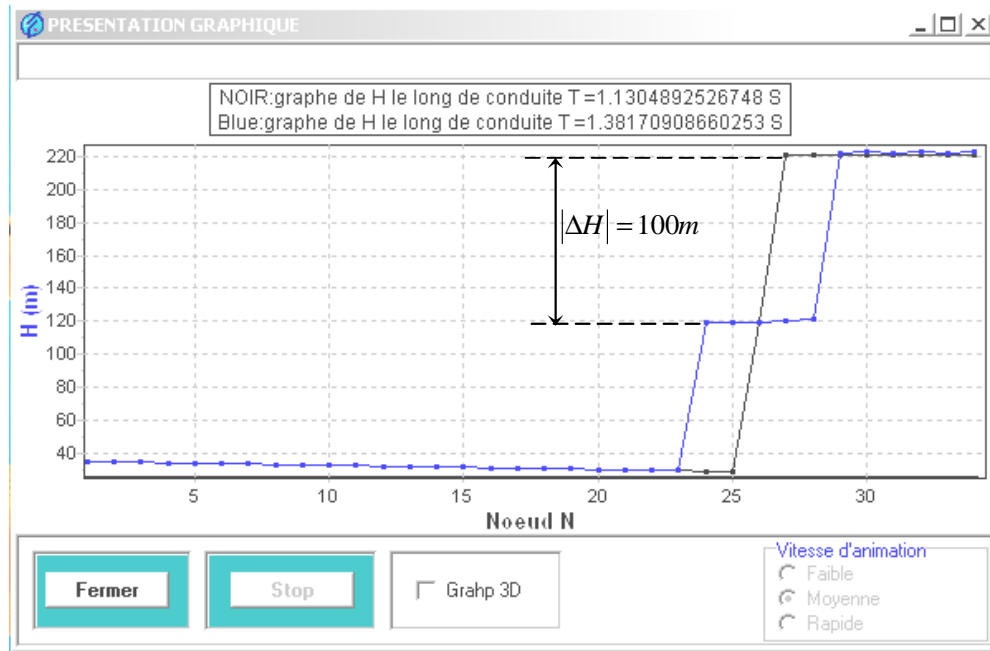


Fig (4.28)- Variation spatiale de H
($Kc1=5, Kc2=0.5$).

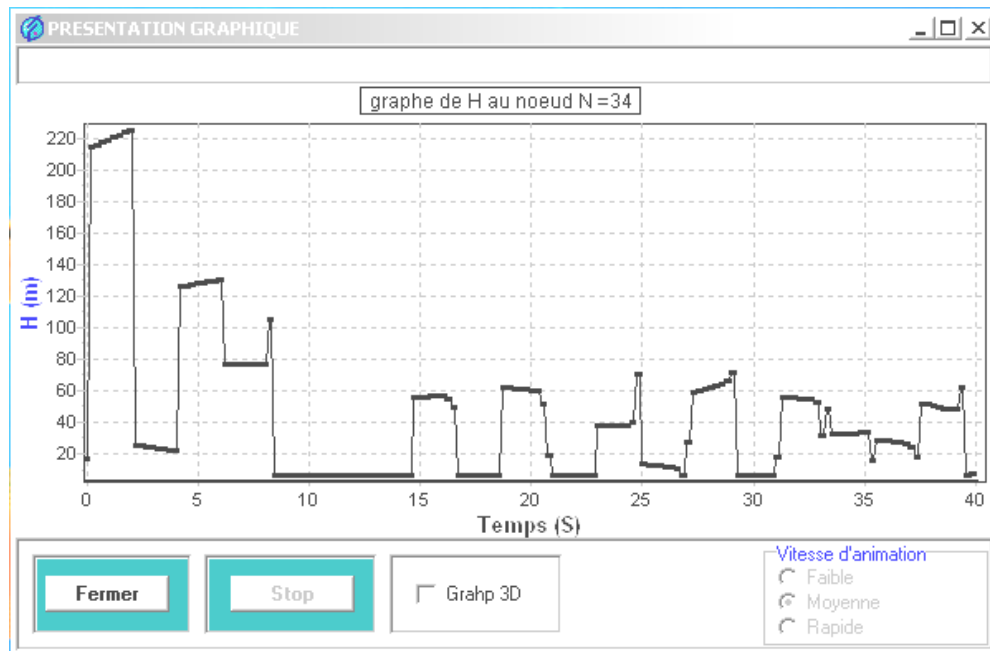


Fig (4.29) Variation temporelle de H au nœud N=34 (vanne)
($Kc_1 = 5, Kc_2 = 0.5$)

4.4- Problème de Streeter

L'étude du problème de Streeter est très importante malgré qu'il semble, à première vue, qu'une propagation ondulée à la surface libre du réservoir d'alimentation ne provoque pas des variations importantes de pression dans la conduite. En réalité, une surface ondulée engendre des variations importantes surtout pour des valeurs précises de la pulsation « omega ».

L	1800	m	Hr	60	m
D	0.25	m	dH	1	m
EP	0.005	m	Omega	1	rad/s
Kc	0.5	---	Hv	5	m
Lm	0.01	---	Q0	0	m3/s
N	20	---	Ta	150	s

L : longueur de conduite
 D : diamètre de conduite
 EP : Epaisseur de conduite
 Kc : Coefficient de nature
 Lm : Coefficient de perte de charge
 N : Descritisation de conduite
 Hr : hauteur d'eau de réservoir
 dH : Amplitude d'ocillation
 Omega : Frequence d'ocillation
 Hv : hauteur de vanne
 Q0 : Débit initiale
 Ta : temp d'analyse

Prenons un exemple avec les données ci-dessus, changeons les valeurs de la pulsation Omega:

- Omega = 1 rd/s. Fig.(4.30).
- Omega = 1.05 rd/s. Fig.(4.31).
- Omega = 1.1 rd/s. Fig.(4.32).
- Omega = 1.3 rd/s. Fig.(4.33).

On remarque sur la figure Fig.(4.30) qu'il y a une augmentation de pression au niveau de la vanne jusqu'à une pression maximale (environ 106 m) tandis que la valeur maximale que peut atteindre la pression au niveau du réservoir est de 61 m d'eau.

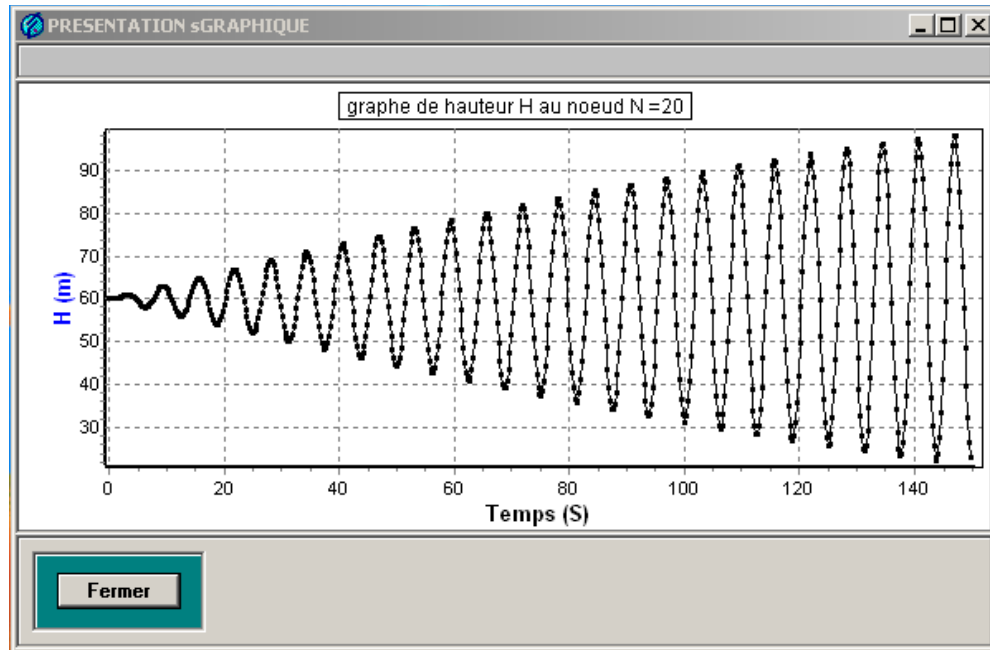


Fig (4.30)- Variation temporelle de H ($\Omega = 1$ rd/s).

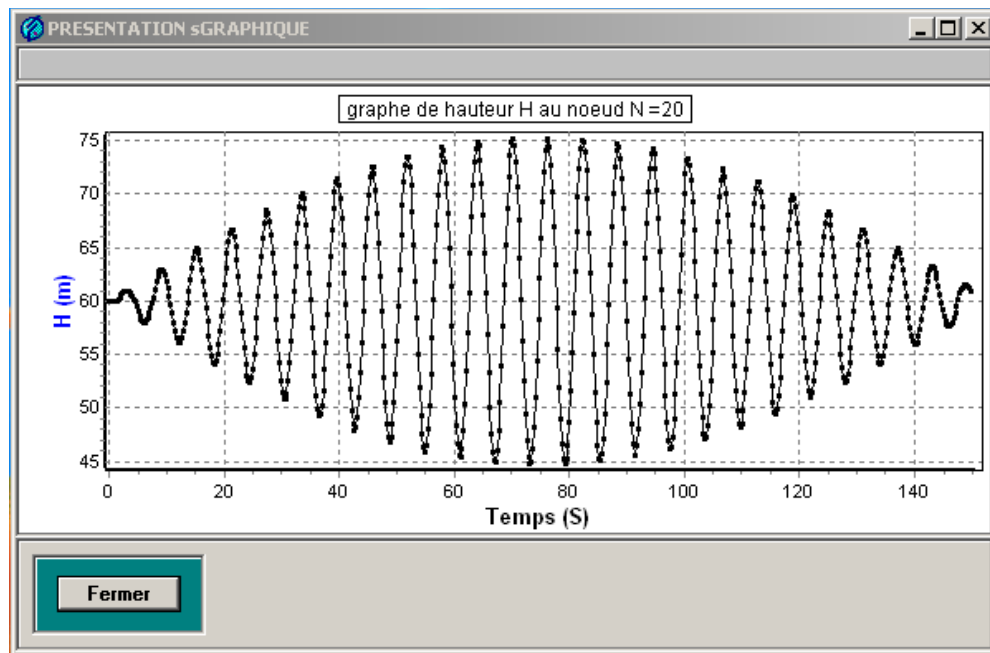


Fig (4.31)- Variation temporelle de H ($\Omega = 1.05$ rd/s).

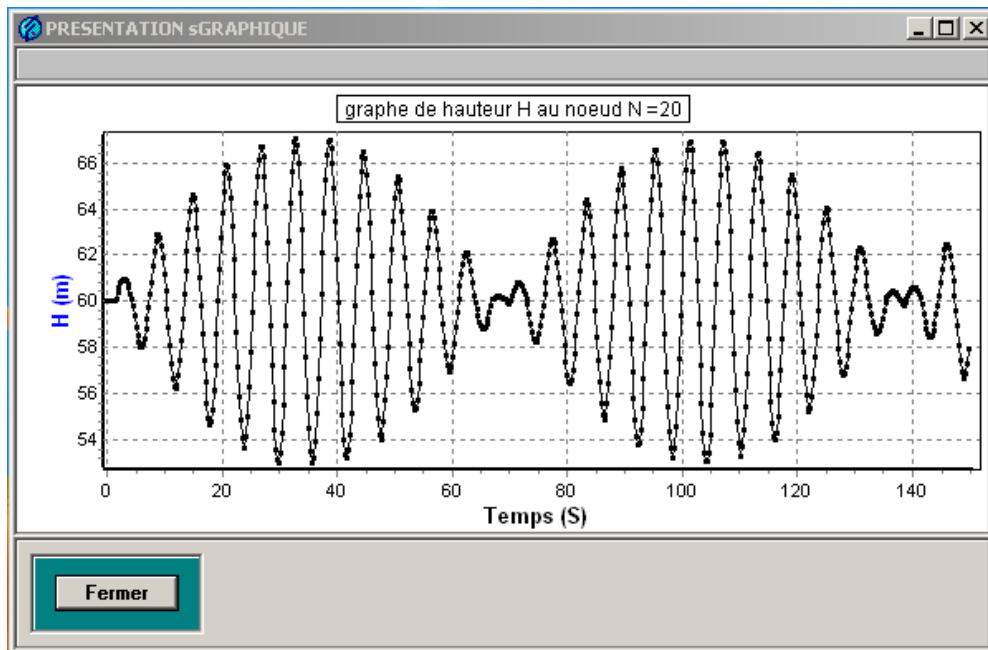


Fig (4.32)- Variation temporelle de H ($\Omega = 1.1$ rd/s).

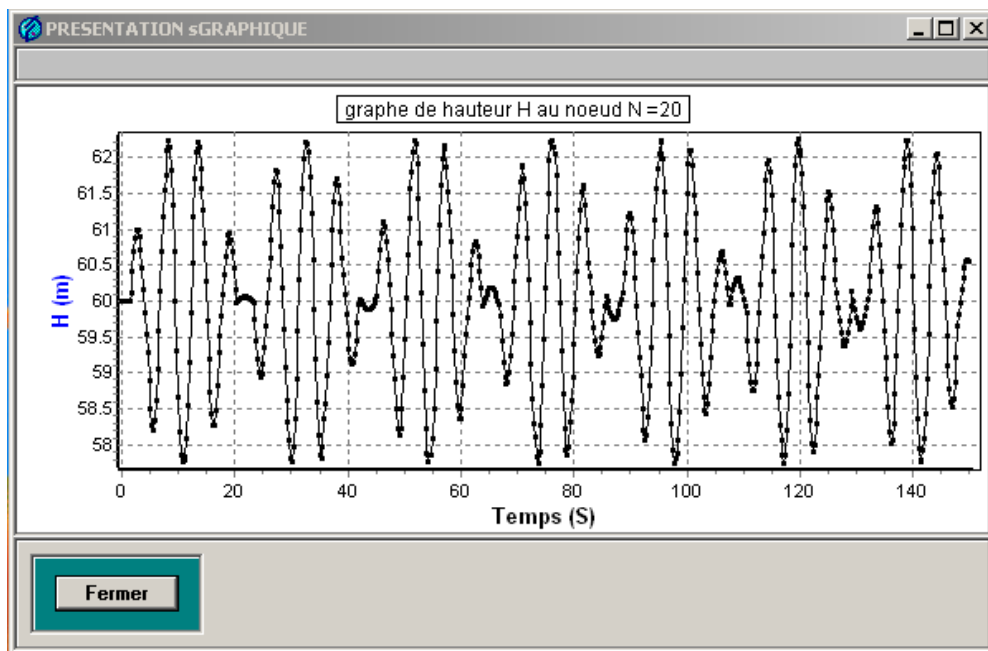


Fig (4.33)- Variation temporelle de H ($\Omega = 1.3$ rd/s).

4.5- Système anti-bélier

Dans cette étude, nous allons montrer d'une part, l'importance de la position du réservoir et d'autre part, l'influence du volume d'air d'anti-bélier sur l'amortissement de l'onde.

4.5.1- Données initiales

L	1200	m	Hr	50	m
D	0.25	m	Q0	0.205	m ³ /s
EP	0.005	m	Ta	100	s
Kc	0.5	---	N1	30	---
Lm	0.0065	---	V0	5	m ³
N	30	---			

L : longueur de conduite
 D : diamètre de conduite
 EP : Epaisseur de onduite
 Kc : Coefficient de nature
 Lm : Coefficient de perte de charge
 N : Descritisation de conduite
 Hr : hauteur d'eau de réservoir
 Q0 : Débit initiale
 Ta : temp d'analyse
 N1 : noued ou installer le réservoir air
 V0 : volume initiale d'aire

4.5.2- Position du réservoir anti-bélier

La position du réservoir peut être changée de 3 à 30 (juste avant la vanne).

On fait maintenant varier la valeur de N1; prenons les valeurs suivantes :

N1=17 et N1=30.

❶ N1=17:

Tous les nœuds situés entre le réservoir d'alimentation et l'anti-bélier sont protégés, la valeur maximale de la pression dans l'intervalle précédent est de 78 m ($H = 78 - 50 = 28$ m). Les autres nœuds, entre l'anti-bélier et la vanne, sont tous soumis à des surpressions et dépressions élevées Fig.(4.34).

❷ N1=30:

La conduite est parfaitement protégée et la pression atteint sa valeur maximale au niveau de la vanne $H_{\max}=100$ m Fig.(4.35).

La comparaison avec un système sans anti-bélier où $H_{\max} = 540$ m montre l'utilité du réservoir à air Fig.(4.36).

Finalement on peut dire que la position de l'anti-bélier doit être le plus près possible de la vanne ou généralement dans la section de la naissance de l'onde lors de la variation du régime permanent.

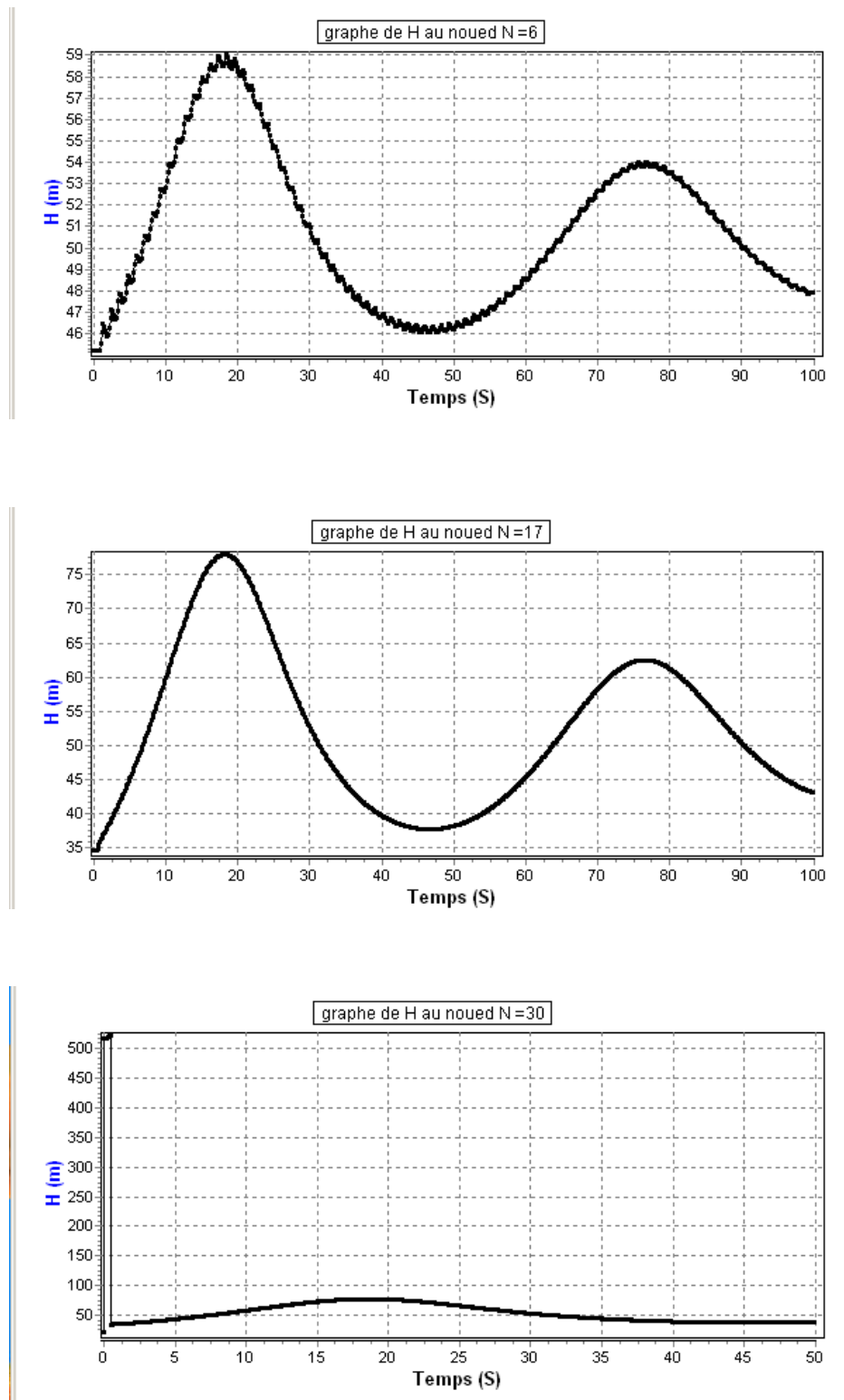


Fig (4.34)- Variation temporelle de H aux nœuds 6, 17 et 30 (Anti-bélier installé au nœud 17).

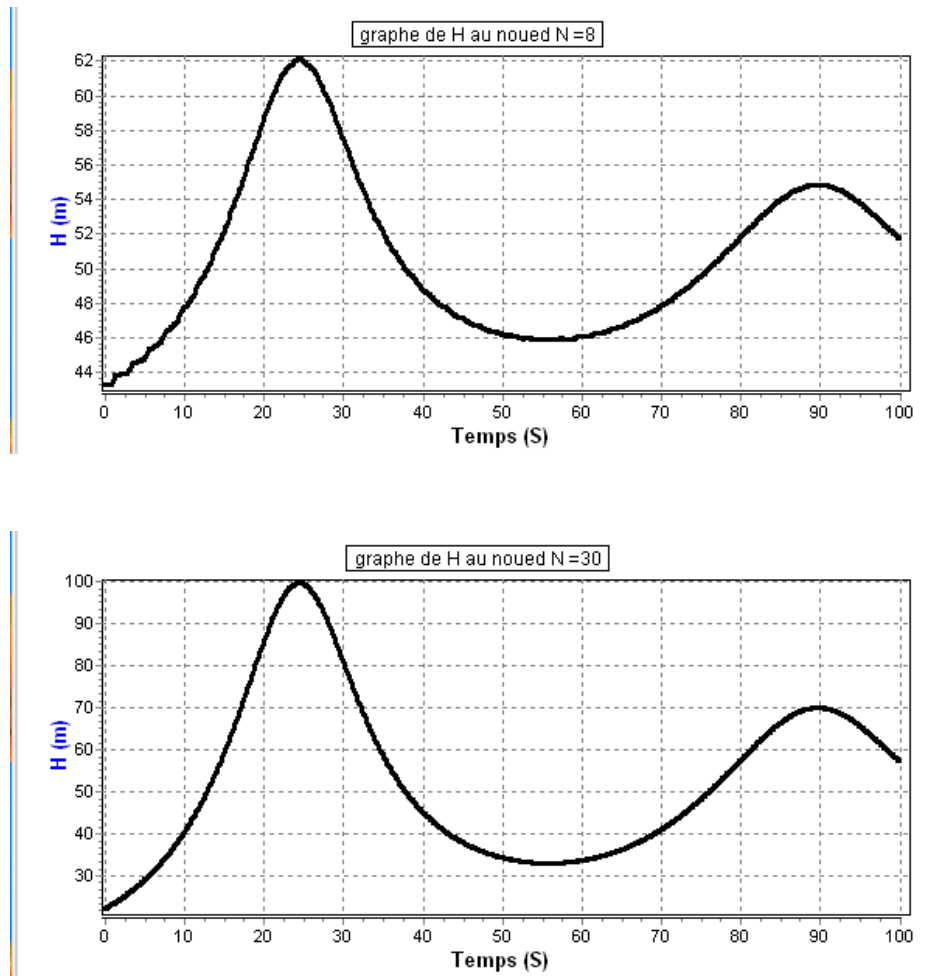


Fig (4.35)- Variation temporelle de H au nœuds 8 et 30 (antibélier installer au nœud 30)

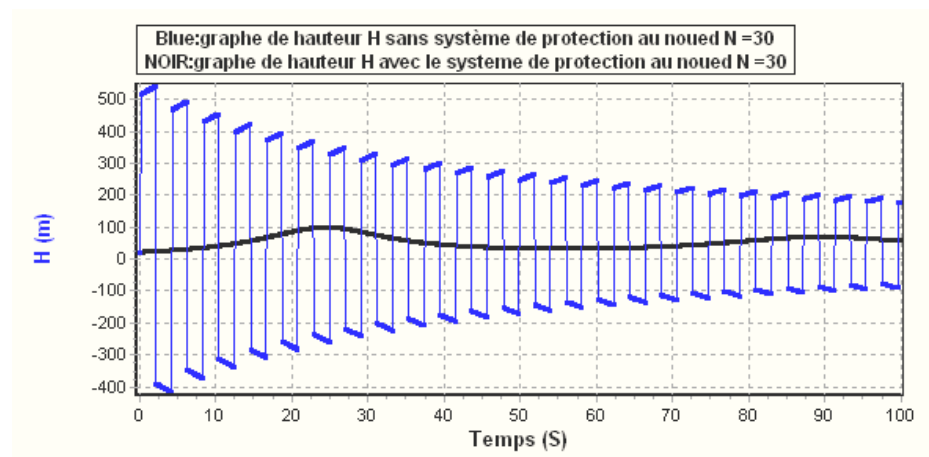


Fig (4.36)- variation temporelle de H au niveau de la vanne (Système avec anti-bélier et système sans protection)

4.5.3- Influence du volume d'air dans le réservoir anti-bélier

Prenons les mêmes données que le paragraphe &4.5.1 et faisons varier le volume d'aire V_0 :

- $V_0 = 2 \text{ m}^3$.

- $V_0 = 7 \text{ m}^3$.

- $V_0 = 15 \text{ m}^3$.

On remarque un abaissement de la pression dans la section avec l'augmentation du volume d'air Fig.(4.37).

Pour $V_0 = 2 \text{ m}^3$ on a $H_{\max} = (197-50) = 147 \text{ m}$.

Pour $V_0 = 7 \text{ m}^3$ on a $H_{\max} = (84-50) = 34 \text{ m}$.

Pour $V_0 = 15 \text{ m}^3$ on a $H_{\max} = (65-50) = 15 \text{ m}$.

Le choix du volume d'air est très important, un volume faible peut provoquer des endommagement de l'installation à cause de l'amplitude élevée de l'onde, par contre, un volume excessif n'est pas rentable du point de vue économique (volume exagéré de réservoir)

Pour choisir le volume d'air initial il existe plusieurs méthodes, citons par exemple l'abaque de Vibert donnée en annexeIII.

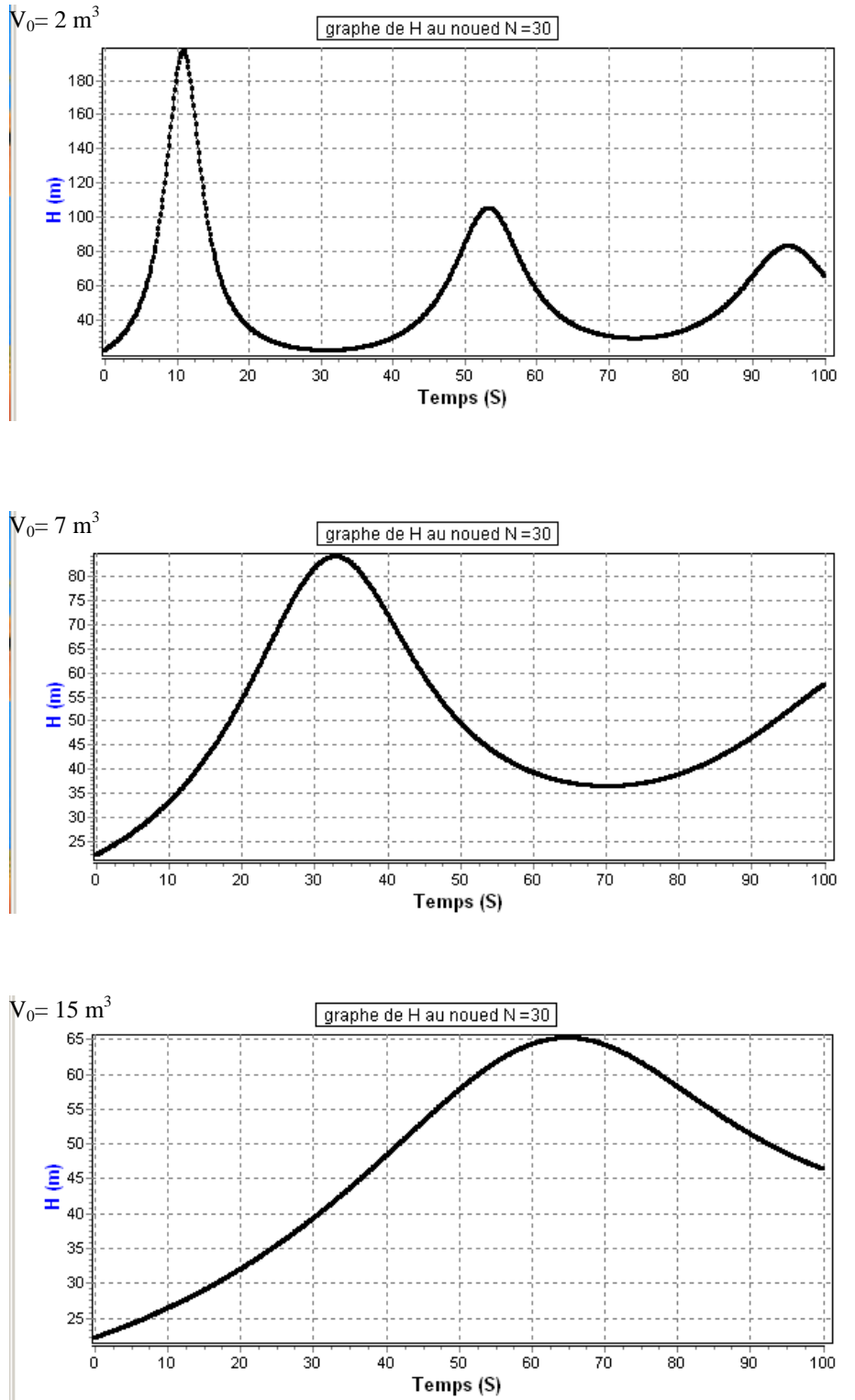
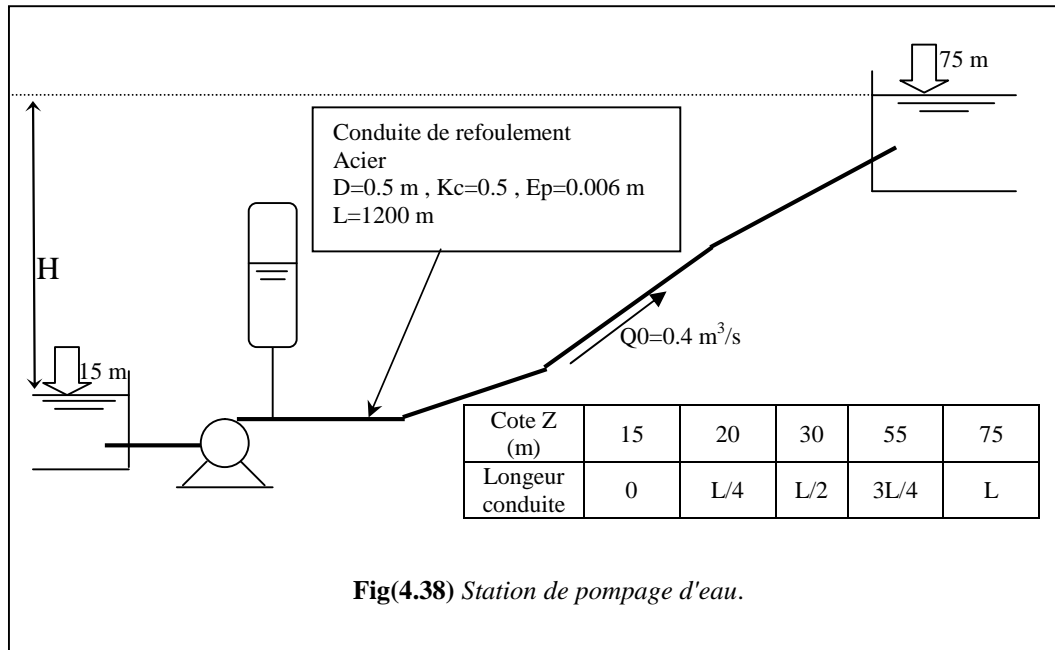


Fig.(4.37)- Influence du volume d'aire $V_0 = 2 \text{ m}^3$, $V_0 = 7 \text{ m}^3$ et $V_0 = 15 \text{ m}^3$.

4.6- Station de pompage d'eau

Afin de compléter cette étude, nous avons essayé d'aborder le cas le plus général où il y a présence d'une pompe. Pour bien assimiler cette étude, nous allons prendre l'installation ci-dessous comme exemple:



L'importance du volume d'air dans l'anti-bélier nécessite d'indiquer la méthode de dimensionnement de réservoir.

Nous allons maintenant dimensionner le ballon anti-bélier afin que la conduite soit protégée dans son ensemble dans le cas le plus grave d'arrêt brusque et total de la pompe. Ensuite, nous utiliserons le programme que nous avons développé pour tracer l'épure de Bergéron.

On va utiliser les abaques de Puech et Meunier [2] dont l'utilisation nécessite la détermination de deux nombres A et K caractéristiques de la conduite:

- Détermination de A [2]:

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48.3 + \frac{Kc \cdot D}{e}}} = \frac{9900}{\sqrt{48.3 + \frac{0.5 \cdot 0.5}{0.006}}} = 1043.745 \text{ m/s}$$

$$u_0 = \frac{Q_0}{s} = 2.037 \text{ m/s}$$

$$H_0 = H + 10 = 70 \text{ m}$$

$$A = \frac{a \cdot u_0}{g \cdot H_0} = \frac{1043.745 \cdot 2.037}{9.81 \cdot 70} = 3$$

- Détermination des pertes de charge en régime permanent δ_0 :

$$\delta_0 = \lambda \cdot \frac{u_0 \cdot u_0 \cdot L}{2 \cdot g \cdot D}$$

est le coefficient de Darcy, on utilise la formule de Nikuradse pour le calculer.

$$\lambda = (1.14 - 0.86 \cdot \ln(\frac{rug}{D}))^{-2}$$

rug est la régiosité qui vaut 1.8 mm, donc

$$\delta_0 = 14.2m$$

- Détermination de K:

$$H_{abs} = H_0 + \delta_0 = 84.2 \text{ m}$$

$$K = \frac{H_{abs} - H_0}{H_0} = 0.2$$

- Caractéristique du réservoir B:

Nous devrions considérer la famille des courbes pour $A=3$ et $K=0.2$ mais comme nous ne disposons pas de ces abaques, nous allons superposer le profil en long absolu aux familles de courbes Fig.(4.39).

$$K = 0.2 \quad A = 2$$

$$K = 0.2 \quad A = 4$$

Complétons d'abord le tableau du profil en long:

Cote Z (m)	15	20	30	55	75
Longueur	0	L/4	L/2	3L/4	L
$w = \frac{\Delta Z + 10}{H + 10}$	0.35	0.2	0.35	0.57	1
X/L	0	0.25	0.5	0.75	1

Traçons l'épure de w en fonction de X/L sur les diagrammes (voir annexe I) et choisissons la valeur B correspondant à la courbe qui enveloppe notre épure, nous aurons donc:

$$B = 1$$

Le volume initial du réservoir est donné par la formule [2]:

$$V_0 = \frac{u_0^2 \cdot L \cdot s}{g \cdot H_{abs} \cdot B}$$

$$V_0 = 1.161 \text{ m}^3$$

La pression est plus faible lorsque le volume d'air du réservoir est plus grand.

on a donc (voir annexe I)

$$\frac{P_{\min}}{H_0} = 0.35 \Rightarrow P_{\min} = 24.5 \text{ m}$$

donc on a une dépression maximale égale à $70 - 24.5 = 45.5 \text{ m}$.

et donc le volume maximal d'air sera:

$$V_{\max} = V_0 \left(\frac{H_{abs}}{P_{\min}} \right)^{1.2}$$

$$V_{\max} = 2.8 \text{ m}^3$$

Le plus grand volume d'air est 2.8 m^3 , si nous voulons qu'il reste encore 20% d'eau lors de la dépression maximale, il nous faudra prévoir un ballon de volume égal à:

$$= 3.4 \text{ m}^3$$

- Surpression et détermination du diamètre du diaphragme:

utilisons l'abaque de DUBIN et GUENEAU [2] (voir annexe II).

$$\left. \begin{array}{l} A = 3 \\ B = 1 \end{array} \right\} \text{ nous lisons } \left\{ \begin{array}{l} n = \alpha \frac{u_0^2}{H_0} = 9.4 \\ \text{avec } \alpha = \frac{1}{2 \cdot g} \left[\frac{D^2}{0.6 \cdot d^2} - 1 \right]^2 \\ \frac{P_{\max}}{H_0} = 1.05 \end{array} \right.$$

la pression maximale dans la conduite est:

$$P_{\max} = 73.5 \text{ m}$$

Donc on a une surpression par rapport à la pression statique égale à 3.5 m.

et le diamètre du diaphragme est:

$$dt = 85.66 \text{ mm}$$

finalement nous aurons d'après les calculs précédents:

- Volume d'air initial 1.161 m^3 .
- Volume du ballon 3.4 m^3 .
- Dépression maximale 45.5 m .
- Supression maximale 3.5 m .
- Diamètre de diaphragme 0.08566 m .

Utilisons maintenant notre programme pour valider ces résultats.

Données initiales

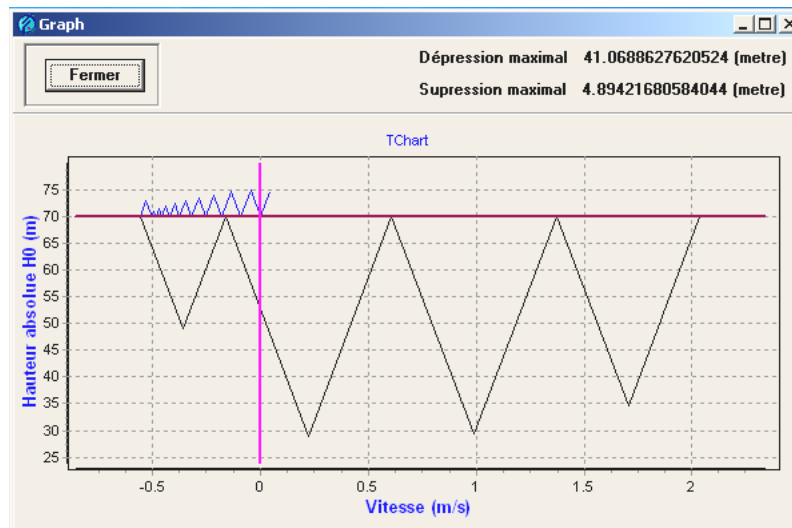
H	60	m	Rug	1.8	mm	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Type de conduite</th> <th>Rugosité [mm]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>verre</td><td>0.0001</td></tr> <tr><td>cuivre ou laiton</td><td>0.001</td></tr> <tr><td>acier laminé, neuf</td><td>0.05</td></tr> <tr><td>acier laminé, rouillé</td><td>0.15 à 0.25</td></tr> <tr><td>acier laminé, incrusté</td><td>1.5 à 3</td></tr> <tr><td>acier laminé, bitumé</td><td>0.015</td></tr> <tr><td>acier soudé, neuf</td><td>0.03 à 0.1</td></tr> <tr><td>acier soudé, rouillé</td><td>0.4</td></tr> </tbody> </table>	Type de conduite	Rugosité [mm]	verre	0.0001	cuivre ou laiton	0.001	acier laminé, neuf	0.05	acier laminé, rouillé	0.15 à 0.25	acier laminé, incrusté	1.5 à 3	acier laminé, bitumé	0.015	acier soudé, neuf	0.03 à 0.1	acier soudé, rouillé	0.4
Type de conduite	Rugosité [mm]																							
verre	0.0001																							
cuivre ou laiton	0.001																							
acier laminé, neuf	0.05																							
acier laminé, rouillé	0.15 à 0.25																							
acier laminé, incrusté	1.5 à 3																							
acier laminé, bitumé	0.015																							
acier soudé, neuf	0.03 à 0.1																							
acier soudé, rouillé	0.4																							
Lr	1200	m	Q0	0.4	m ³ /S																			
Dr	0.5	m	V0	1.161	m ³																			
Ep	0.006	m	Dt	0.08566	m																			
Kc	0.5	----																						

H : hauteur de refoulement
 Lr : longueur de conduite de refoulement
 Dr : Diametre de conduite de refoulement
 Ep : Epaisseur de conduite
 Kc : coefficient de nature
 Rug : rugosité de conduite
 Q0 : Débit en régime permanent
 V0 : volume d'air initiale de réservoir
 Dt : diametre de diaphragme

Graph

Precedent

Fremer



Le programme nous donne une dépression de 41.06 m et une surpression de 4.89 m. Ces résultats concorent très bien avec le calcul par abaque effectué ci-dessus.

4.7- Conclusion générale

Nous avons essayé dans cette étude d'approcher le plus possible les phénomènes instationnaires dans les conduites d'une façon générale et, en particulier la compréhension du phénomène de coup de bélier dans une installation hydraulique. L'utilisation du programme que nous avons élaboré spécialement pour cette étude est de grande importance puisqu'il nous permet d'une part, de traiter, en plus des cas simples, plusieurs cas possibles (en faisant varier les différentes variables) et d'autre part, d'avoir des résultats rapides sous forme de tableaux et surtout sous forme plus exploitable en traçant directement les courbes nécessaires.

Globalement, d'après notre étude, nous pouvons faire les remarques suivantes:

- Il y a naissance d'une onde de surpression au niveau de la section de la vanne lors de la fermeture brusque de cette dernière.
- Il y a naissance d'une onde de dépression juste après le clapet de la pompe lors de l'arrêt brusque de la pompe.
- Si les paramètres caractérisant un écoulement permanent restent inchangés, la valeur de la dépression ou de la surpression ne dépend que des paramètres de la conduite.
- Une fermeture lente de la vanne permet de diminuer le risque de surpression et de dépression.
- L'allongement du temps de fermeture de la vanne réduit la valeur maximale que peut atteindre la pression.

Après avoir étudié le coup de bélier et le risque d'endommagement de l'installation, nous avons essayé de proposer un moyen de protection à réservoir d'air. La caractéristique de ce type d'anti-bélier est son efficacité de protéger la conduite contre les variations de pression néfastes pour l'installation.

- La position de l'anti-bélier est très importante. Généralement il faut l'installer à l'endroit où la naissance de l'onde se produit la première fois.
- Le dimensionnement du réservoir d'air est indésirable pour une protection totale et parfaite des équipements de l'installation :
 - ✓ Une diminution du volume d'air initial peut endommager l'installation.
 - ✓ Une augmentation exagérée du volume du réservoir n'est pas rentable du point de vue économique.

BIBLIOGRAPHIE

[1] **R.COMOLET**

Mécanique expérimentale des fluides

Tome 1

Imprimerie Durand [1979]

[2] **MICHEL A.MOREL**

Exercices de mécanique des fluides

Tome 2

Chihab Eyrolles [1994]

[3] **JAQUES BONNIN**

Collection de la direction des études et recherches

D'électricité de France

Edition Eyrolles ISSN 1982

[4] **R.OUZIAUX et J.PERRIER**

Mécanique des fluides

Appliquée

Dunod Université [1978]

[5] **RANALD V.GILES**

Mécanique des fluides

Et hydraulique

Serie Schaum[1975]

[6] **VICTOR L.STREETER et E. BENJAMINWYLIE**

Fluid mechanics

McGRAW.HILL BOOK COMPANY [1975]

[7] **E. A. BRUN et A. MARTINOT-LAGARDE**

Mécanique des fluides

Tome 3

DUNOD PARIS [1970]

[8] **Gueraich Zouaoui**

Thèse de magistère

Résolution du coup de bélier

Par la méthode des caractéristiques

Université de Biskra [1998]

[9] **OURAGH. Y**

Ecoulement forcé en hydraulique

Tome2

O.P.U Alger [1990]

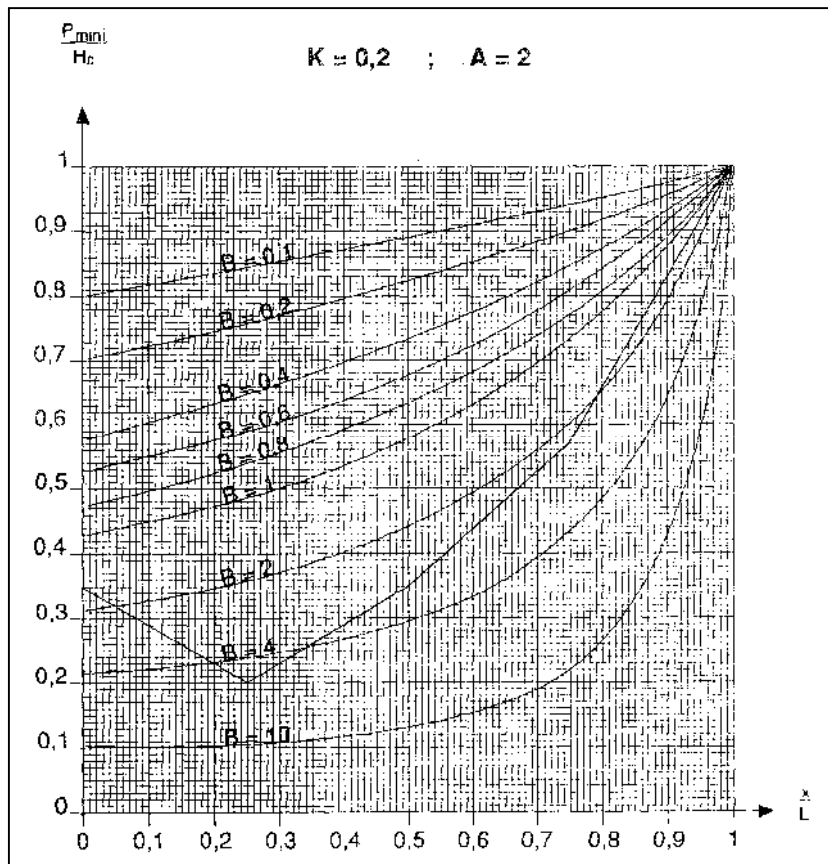
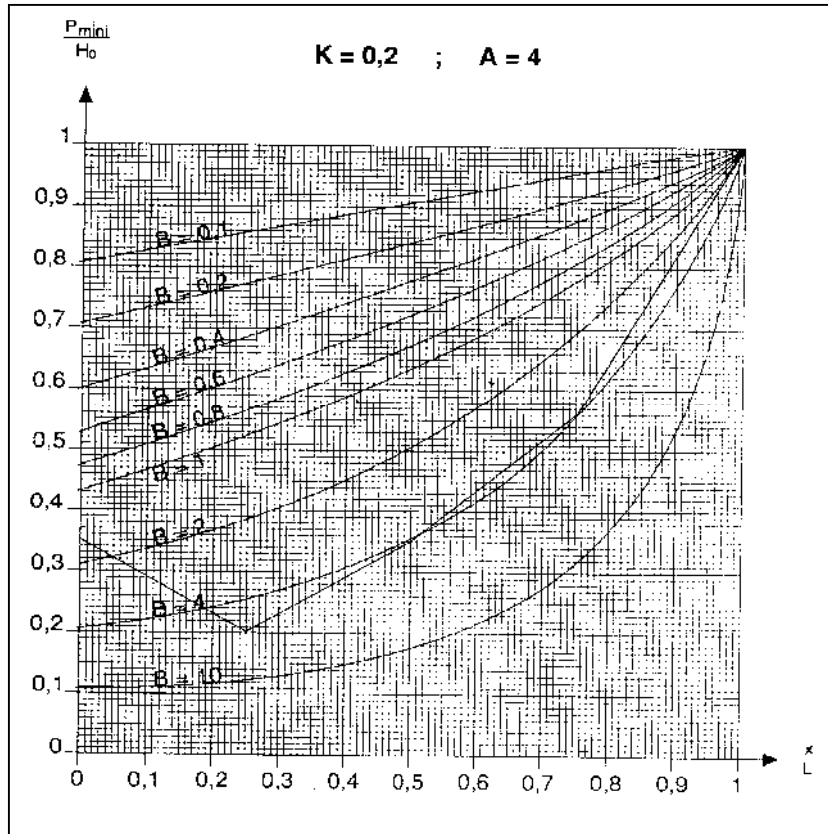
[10] **M. BARDOU**

Delphi5

BRTI EDITION

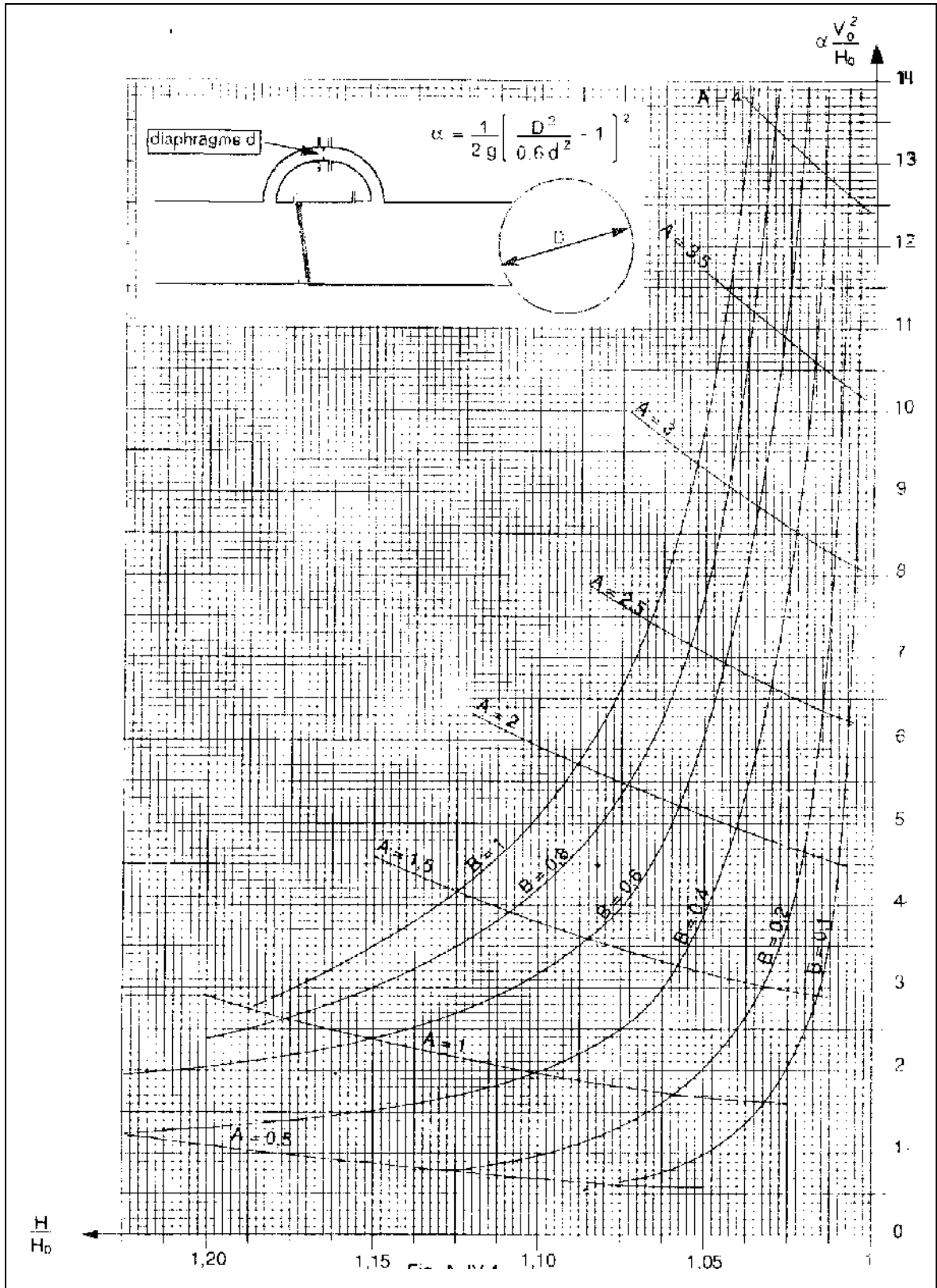
Annexe I

Abaques de PEUCH et MEUNIER



Annexe II

Abaques de DUBIN et GUENEAU



Annexe III

Abaque de VIBERT

