SOMMAIRE

Chapitre 3
SUPERPOSITION DES ECOULEMENTS ELEMENTAIRES

Chapitre 4
PROGRAMME DE VISUALISATION
DES ECOULEMENTS POTENTIELS

INTRODUCTION GENERALE

L'objectif de ce travail est d'acquérir une certaine expérience quant à l'utilisation du logiciel de calcul symbolique "*Maple*" afin de pouvoir établir n'importe quelle relation relevant du calcul formel notamment pour les écoulements potentiels en Mécanique des Fluides. La finalité de ce travail est de pouvoir mettre à la disposition des enseignants un programme à caractère pédagogique intuitif et facile à utiliser. Il permettra ainsi de faciliter aux étudiants la compréhension des écoulements à potentiels de vitesses (ou écoulements irrotationnels) qui sont souvent à l'origine de certaines ambiguïtés.

CHAPITRE 1

DEFINITIONS ET PROPRIETES

1.1- Introduction

Malgré que les effets visqueux sont négligés dans l'ecoulement idéal, les équations de mouvement (Euler) demeurent difficiles à resoudre à cause des termes non linéaires.
Dans ce travail, nous allons traiter certains types d'écoulements dans lesquels les éléments de fluide ne subissent pas de rotation pendant leur muovement. Un tel écoulement est dit irrotationnel ou potentiel. Avec cette restriction, les équations obtenues sont linéaires et donc faciles à resoudre. On peut avoir ce type d'écoulement dans les régions où l'effet de la viscosité est négligeable c'est–à-dire loin des couches limites adjacentes aux frontières des corps.

1.2- Définitions

1.2.1- Circulation du vecteur vitesse

On appelle circulation Γ du vecteur vitesse $\vec{q}$ le long d'une courbe $A\tilde{B}$, dont l'abscisse curviligne (ou élément d'arc) **ds** (Fig 1.1), l'intégrale curviligne :

$$\Gamma_{AB} = \int_{AB} \vec{q}.ds \qquad (1)$$

Avec :

$$\vec{q} = u.\vec{i} + v.\vec{j} + w.\vec{k}$$

$$d\vec{s} = dx.\vec{i} + dy.\vec{i} + dz.\vec{k}$$

Dans le cas général, $\mathbf{\Gamma_{AB}}$ dépond des points **A** et **B** et de la forme du trajet **AB**

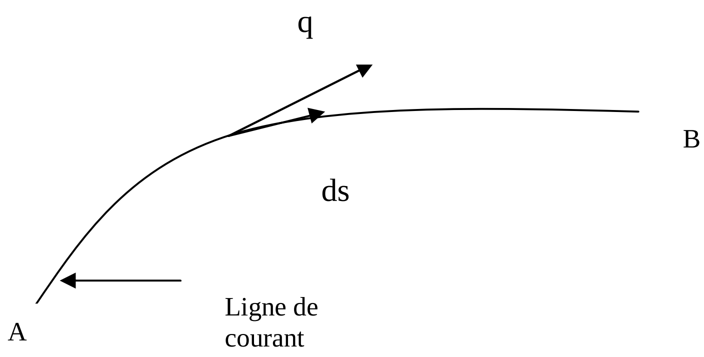

Fig 1.1- ***Circulation du vecteur vitesse.***

1.2.2- Potentiel des vitesses

Si le champ des vitesses est tel que Γ_{AB} ne dépend que de la position des points **A** et **B** et non de chemin suivi, on dit que le champ dérive d'un potentiel ,on peut alors écrire :

$$\Gamma_{AB} = \Phi_B - \Phi_A = \int_{AB} d\Phi \tag{2}$$

Avec :

$$\vec{q} = \vec{\nabla}\Phi = g\vec{r}ad\Phi$$

$$\begin{cases} u = \dfrac{\partial \Phi}{\partial x} \\ v = \dfrac{\partial \Phi}{\partial y} \\ w = \dfrac{\partial \Phi}{\partial z} \end{cases} \tag{3}$$

Remarques :

1- Dans un écoulement avec potentiel de vitesse et à un instant donné, le vecteur vitesse est en tout point perpendiculaire à la surface équipotentielle Φ (x,y,z) =C^{te} qui passe par ce point. Par suite, les lignes de courant sont orthogonales aux surfaces équipotentielles. Le sens des lignes de courant est celui des Φ croissants.

2- En coordonnées cylindriques, les composantes du vecteur vitesse sont u_r , v_θ , w_z . leurs expressions en fonction du potentiel s'écrivent :

$$\begin{cases} u_r = \dfrac{\partial \Phi}{\partial r} \\ v_\theta = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \Phi}{\partial \theta} \\ w_z = \dfrac{\partial \Phi}{\partial z} \end{cases} \qquad (4)$$

3- La circulation Γ_{AB} est constante de **A** à **B** si l'écoulement est irrotationnel (ou à potentiel de vitesse).

1.2.3- Fonction de courant

Soit une tranche d'épaisseur unité et deux lignes de courant Ψ_A et Ψ_B . Soit ***ds*** l'abscisse curviligne de la courbe reliant les points **A** et **B** et passant par le point **M**. Soit **q** la vitesse du fluide en M (Fig 1.2) . Le débit volumétrique à l'intérieur du tube de courant est :

$$q_v = \Psi_A - \Psi_B$$

q_v *:* débit par unité de profondeur [m^2/sec].

Les composantes du vecteur vitesse en fonction de Ψ en coordonnées cartésiennes sont :

$$\begin{cases} u = \dfrac{\partial \Psi}{\partial y} \\ v = -\dfrac{\partial \Psi}{\partial x} \end{cases} \qquad (5)$$

et en coordonnées cylindriques :

$$\begin{cases} u_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \Psi}{\partial_\theta} \\ v_\theta = -\dfrac{\partial \Psi}{\partial r} \end{cases} \qquad (6)$$

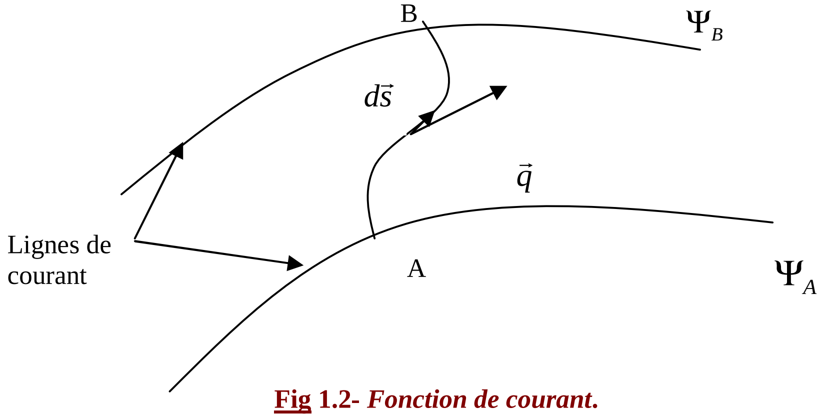

Fig 1.2- ***Fonction de courant.***

1.3- Propriétés importantes

- L'écoulement irrotationnel est décrit par la fonction Φ et les lignes de courant par la fonction Ψ.

- Les fonctions Φ et Ψ sont des fonctions des coordonnées du point considéré et sont en tout point orthogonales.

- Les fonctions Φ et Ψ sont des fonctions harmoniques c'est –à-dire :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \\ \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0 \end{cases} \tag{7}$$

Il s'ensuit que toute solution de l'équation de la place peut être soit un équipotentiel de vitesses, soit une fonction de courant , en fait , chacune des fonctions est définie à un instant t par des conditions aux limites.

1.4- Utilisation de la variable complexe

1.4.1- Fonction analytique

L'étude des écoulements plans à potentiel des vitesses est facilité par l'introduction des fonction des fonctions complexes. En un point M(x,y) on fait correspondre un affixe complexe (Fig 1.3) tel que :

$$z = x + iy = r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{i\theta}$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan \dfrac{y}{x} \end{cases}$$

Avec :

r : module de z

θ : argument de z

De même, la vitesse $\vec{q}$ au point M de composantes (u,v) peut être écrite sous forme vectorielle complexe :

$$q = u + iv \tag{9}$$

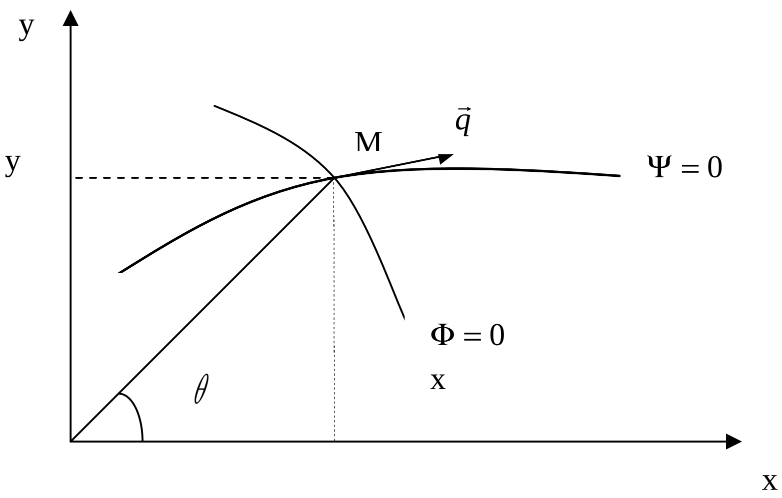

Fig1.3- ***Coordonnées complexes*.**

Nous avons vue que Ψ et Φ peuvent être introduites à partir des composantes de la vitesse $\vec{q}$, l'une satisfaisant l'équation de continuité, l'autre l'irrotationnalité de l'écoulement :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Phi}{\partial x} = \dfrac{\partial\Psi}{\partial y} \\ \dfrac{\partial\Phi}{\partial y} = -\dfrac{\partial\Psi}{\partial x} \end{cases} \tag{10}$$

Les relations de l'equation (10) sont dites : *conditions de Cauchy-Riemann*.

Dans le cadre de l'étude analytique, on introduit Ψ et Φ par l'intermidiaire de la fonction F(z) :

$$F(z) = \Phi + i\Psi$$

La fonction F(z) pour laquelle Ψ et Φ satisfont aux relations (10) est une fonction analytique dont les parties réelle et immaginaire satisfont l'équation de Laplace.

1.4.2- Propriétés de la fonction potentiel complexe

F(z) possède une dérivée unique en un point M quelconque, elle est donnée par:

$$\frac{dF}{dz} = u - iv \tag{11}$$

qui est une vitesse complexe $\vec{q}'$ appelée vitesse conjuguée de $\vec{q}$ et définit par :

$$q' = qe^{-i\alpha} \qquad (12)$$

1.4.3- Détermination de Φ et Ψ sous Maple

D'après les définitions avancées plus haut, on remarque que la connaissance des caractéristiques d'un écoulement est liée à la détermination de la fonction de courant et du potentiel des vitesses. Ces informations sont contenues dans la fonction potentielle complexe de l'écoulement F(z). Nous proposons donc en premier lieu et afin de faciliter cette tache à l'utilisateur, le programme (annexe 2) qui permet d'extraire les fonctions Ψ et Φ de n'importe quel écoulement donné par sa fonction F(z).

Fonctionnement de Programme :

L'utilisation de ce programme est très simple, à son exécution, une fenêtre s'affiche contenant les cvomposants suivants (Fig.1.4) :

- Un champ de saisie de la fonction F(z).
- Deux champs de lecture des fonctions Φ et Ψ .
- Deux bouttons de commande
- Un boutton menu sert à quitter le programme.

A titre d'exemple, soit la fonction : F(z) = A . B . ln(z) où A et B sont des contstantes.

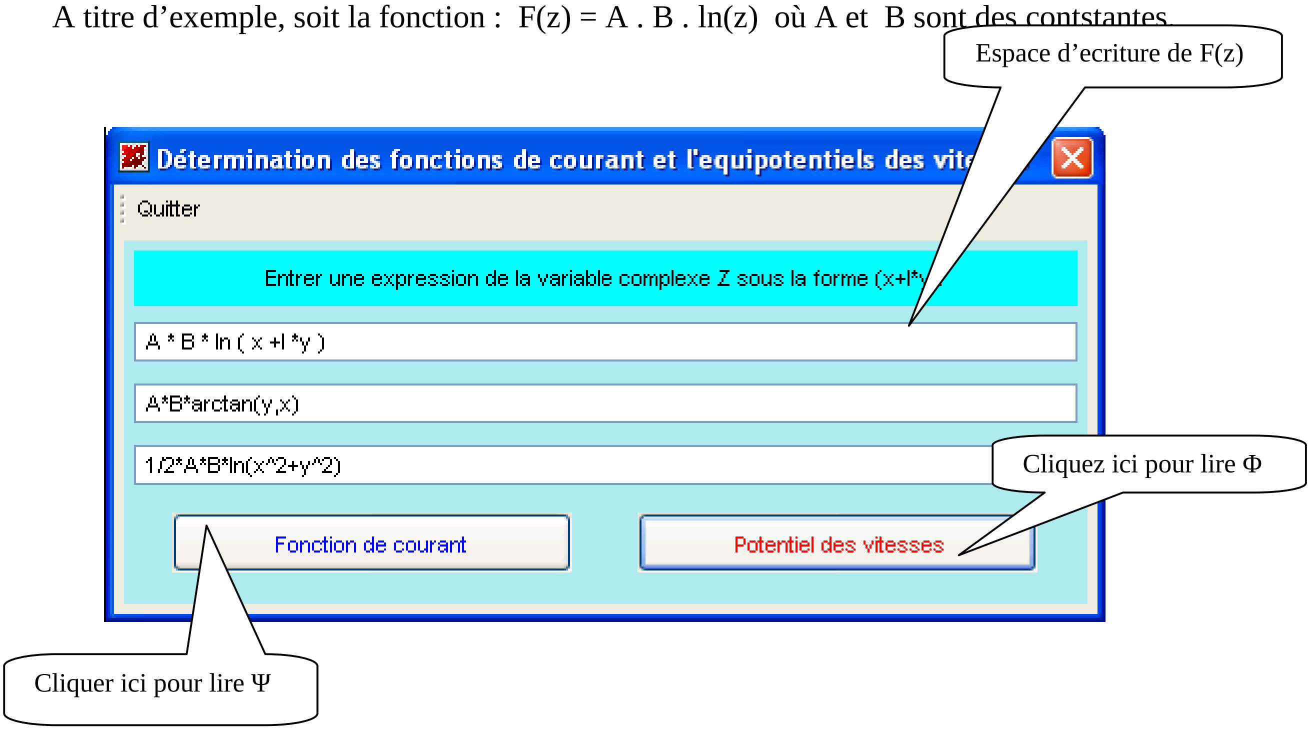

Fig 1.4- Programme de détermination de *Ψ* et *Φ*.

1.5- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons passé en revue et d'une façon très succinte la théorie ainsi que certaines définitions et propriétés relatives aux écoulements à potentiel des vitesses. Ceci nous a permi dans un pemier temps d'établir un premier programme qui pemet de déterminer la fonction de courant et le potentielle des vitesses d'un écoulement à partir de la seule connaissance de la fonction potentielle complexe de cet écouement.

Dans le prochain chapitre, nous allons utiliser le logiciel **Maple** afin d'étudier les écoulements élémentaires.

CHAPITRE 2

ECOULEMENTS ELEMENTAIRES

2.1- Introduction

Le but de ce chapitre est d'étudier analytiquement les écoulements potentiels élémentaires en utilisant directement les commandes du logiciel **Maple** pour établir les équations régissantes. On tiens à signaler que ces commandes sont définies par la couleur rouge et les résultats par la couleur bleue. On trouvera en annexe 1 les définitions de toutes les commandes utilisées.

2.2- Ecoulement uniforme

Il est définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F(z):=q[0]*z*exp(-I*alpha);
```

$$F(z) := q_0\, z\, \mathbf{e}^{(-I\,\alpha)}$$

Avec :

q_0 : la vitesse d'écoulement en [m/s]

α : l'angle d'incidence en [°]

z étant le nombre complexe définit par:

```
> z:=x+I*y;
```

$$z := x + I\,y$$

Donc:

```
> F(z):= q[0]*z*exp(-I*alpha); F(z):= evalc(F(z));
```

$$F(x + I\,y) := q_0\,(x + I\,y)\,\mathbf{e}^{(-I\,\alpha)}$$

$$F(x + I\,y) := q_0\,x\cos(\alpha) + q_0\,y\sin(\alpha) + I\,(q_0\,y\cos(\alpha) - q_0\,x\sin(\alpha))$$

La fonction de courant et le potentiel des vitesses sont définis par :

```
> psi:= evalc(Im(F(z))):
   psi:= collect(psi,q[0]);
  phi:= evalc(Re(F(z))):
   phi:= collect(phi,q[0]);
```

$$\psi := (y\cos(\alpha) - x\sin(\alpha))\, q_0$$

$$\varphi := (x\cos(\alpha) + y\sin(\alpha))\, q_0$$

Les composantes du champ de vitesses u et v sont données par :

```
> u:=diff(phi,x);
  v:=diff(phi,y);
```

$$u := q0\cos(\alpha)$$

$$v := q0\sin(\alpha)$$

Pour le tracé graphique, nous utilisons l'interface graphique que nous avons réalisé à l'aide d'un programme utilisant des *Maplets* (annexe 3).

Exemple: On donne la vitesse d écoulement q_0 = 1 m/s et l'angle d'incidence α = 0° ,on remarque que les lignes de courant et les équipotentiels des vitesses forment un damier (Fig.2.1).

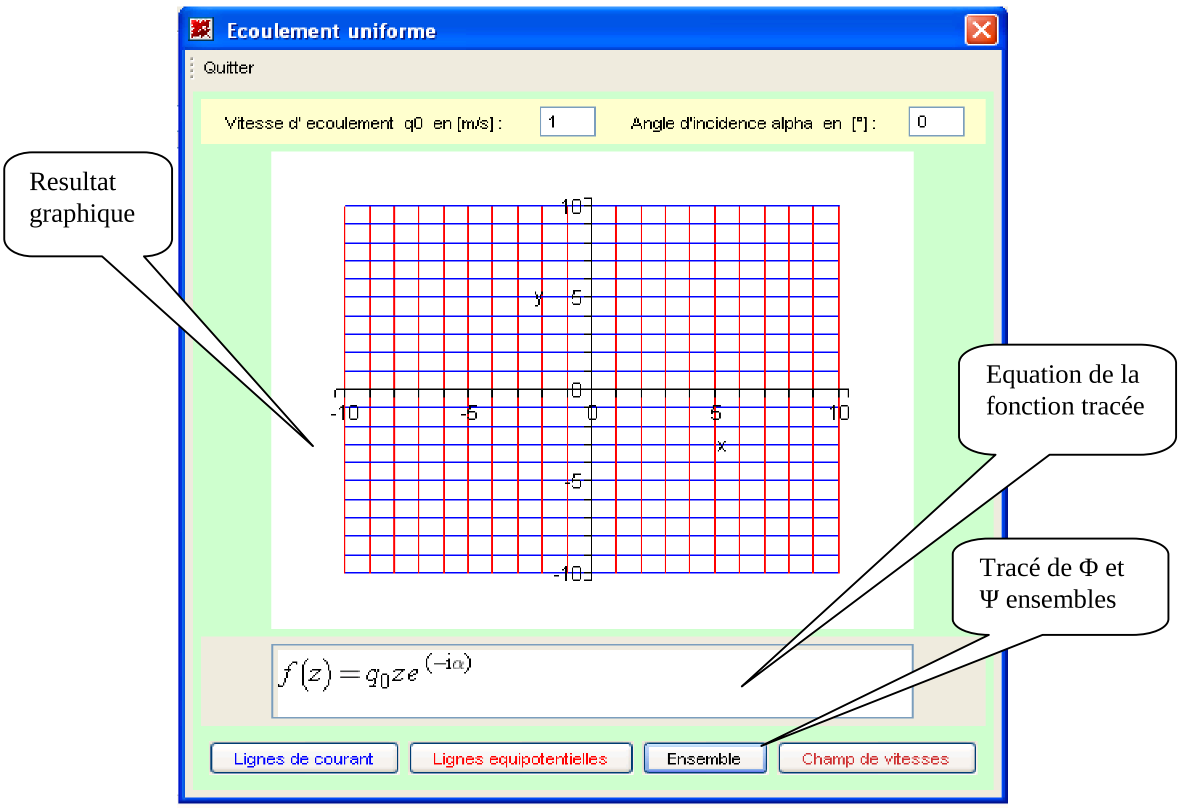

***Fig** 2.1- Lignes de courant et équipotentiels de vitesses : Ecoulement uniforme.*

Dans le cas où l'écoulement forme un angle α = 45° avec l'horizontale, le résultat sera (Fig.2.2) :

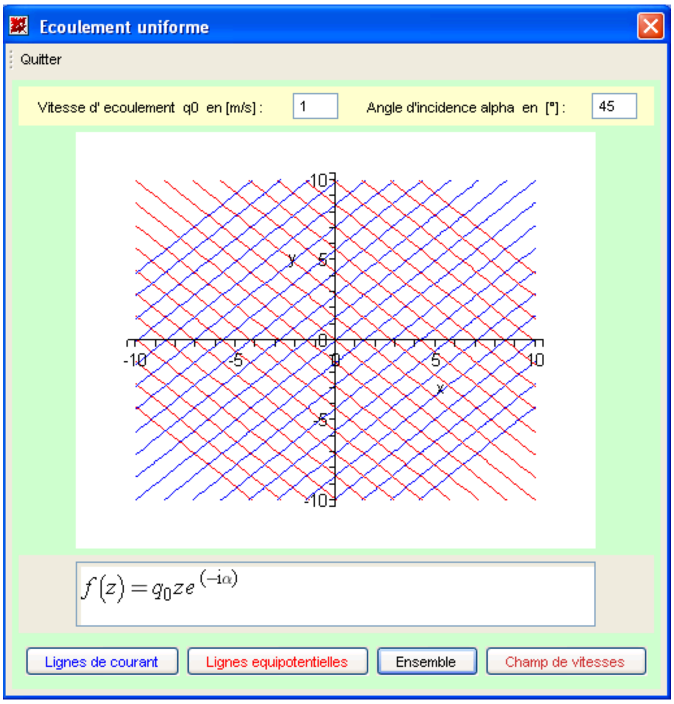

Fig 2.2 - Lignes de courant et équipotentiels de vitesses : Ecoulement uniforme avec a=45°.

Dans ce cas, le champ de vitesses est donné par la figure (Fig2.3) ci-dessous :

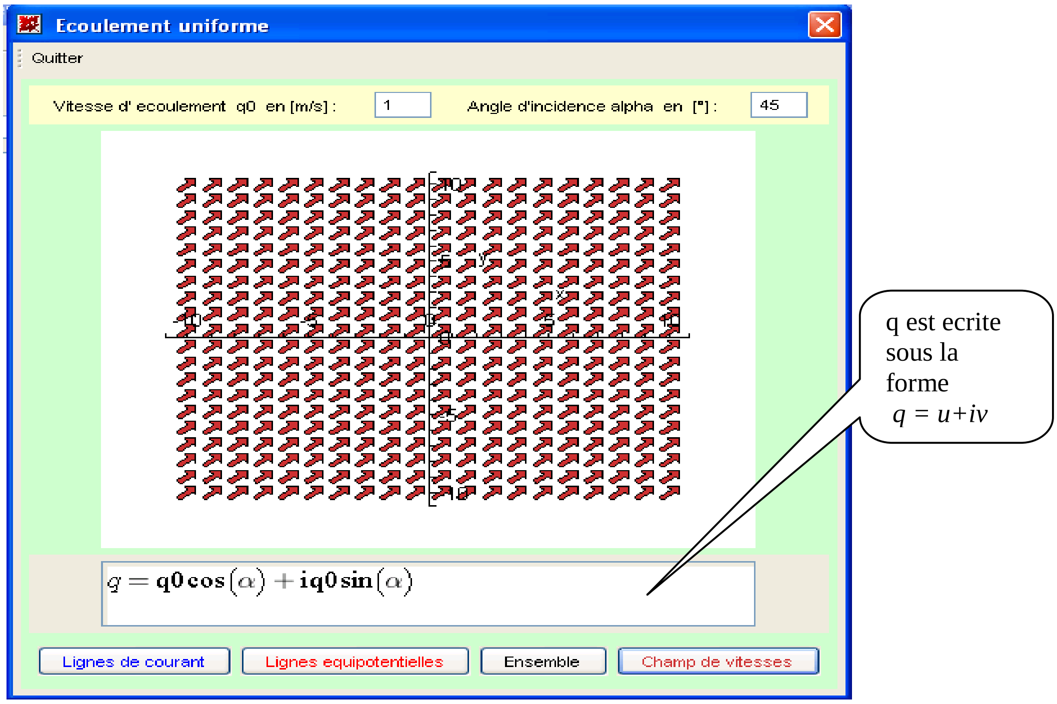

Fig 2.3- Ecoulement uniforme avec a=45°: Champ de vitesses.

2.3- Ecoulement de type source

Il est définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F(z):=qv/(2*pi)*ln(z-zs);
```

$$F(z) := \frac{qv \ln(z - zs)}{2\pi}$$

Avec :

qv : le débit volumique par unité de profondeur en [m^2/ s].

zs : l'affixe du centre de la source.

```
> z:= x+I*y; zs:= xs+I*ys;
```

$$z := x + I\,y$$

$$zs := xs + I\,ys$$

Donc:

```
> F(z):=qv/(2*pi)*ln(z-zs): F(z):= evalc(F(z));
```

$$F(x + I\,y) := \frac{qv \ln((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}{4\pi} + \frac{\frac{1}{2}\,I\,qv \arctan(y - ys, x - xs)}{\pi}$$

La fonction de courant et le potentiel des vitesses sont définit par :

```
> psi:= evalc(Im(F(z)));
  phi:= evalc(Re(F(z)));
```

$$\psi := \frac{qv \arctan(y - ys, x - xs)}{2\pi}$$

$$\varphi := \frac{qv \ln((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}{4\pi}$$

Les composantes du champ de vitesses u et v sont données par :

```
> u:=diff(phi,x);
  v:=diff(phi,y);
```

$$u := \frac{qv\,(2\,x - 2\,xs)}{4\pi\,((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}$$

$$v := \frac{qv\,(2\,y - 2\,ys)}{4\pi\,((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}$$

En prenant un débit qv = 30 m^2/s, la source étant centrée en xs = 0 m et ys = 0 m.

Nous aurons alors le résultats suivant (Fig.2.4) :

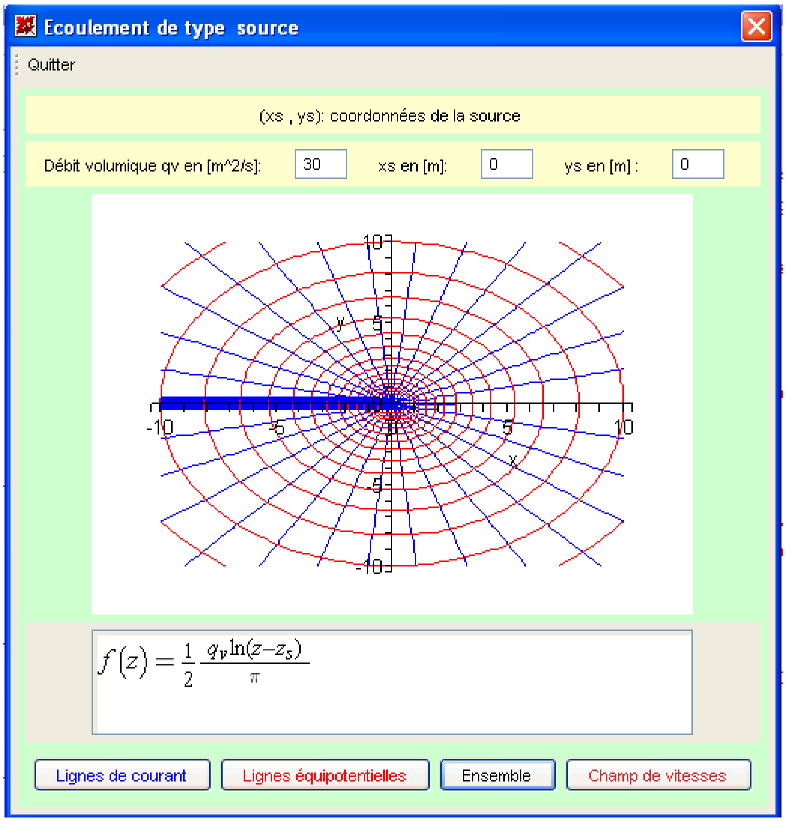

Fig 2.4- Lignes de courant et équipotentiels des vitesses : Ecoulement de type source.

Si la source est décentré de l'affixe zs (2, 2), nous aurons alors le résultats suivant (Fig.2.5) :

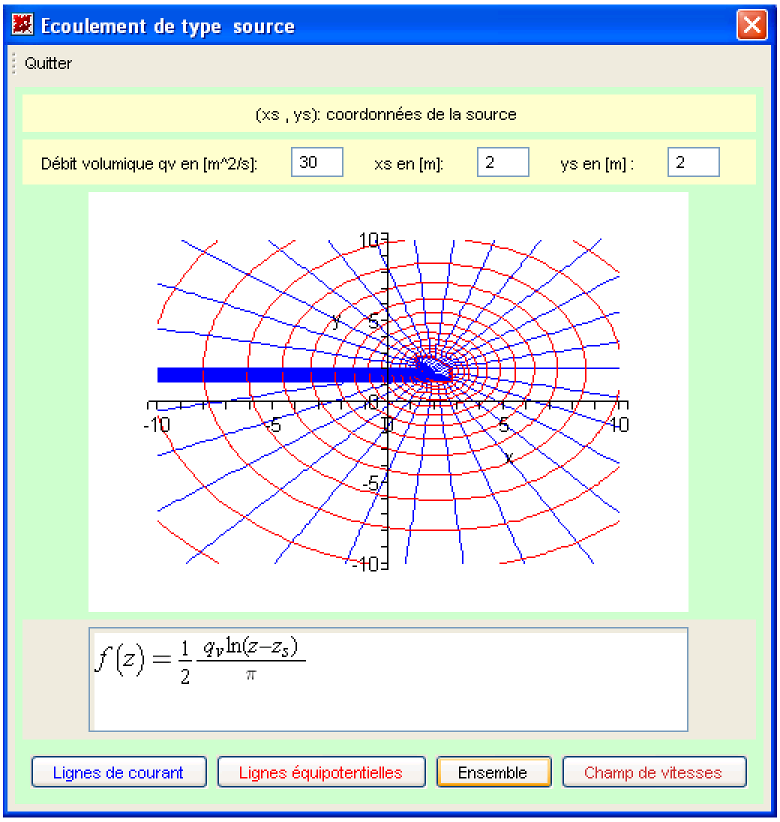

Fig 2.5- Lignes de courant et équipotentiels des vitesses : Ecoulement de type source décentrée.

Le champ de vitesses est donnée par (Fig.2.6) :

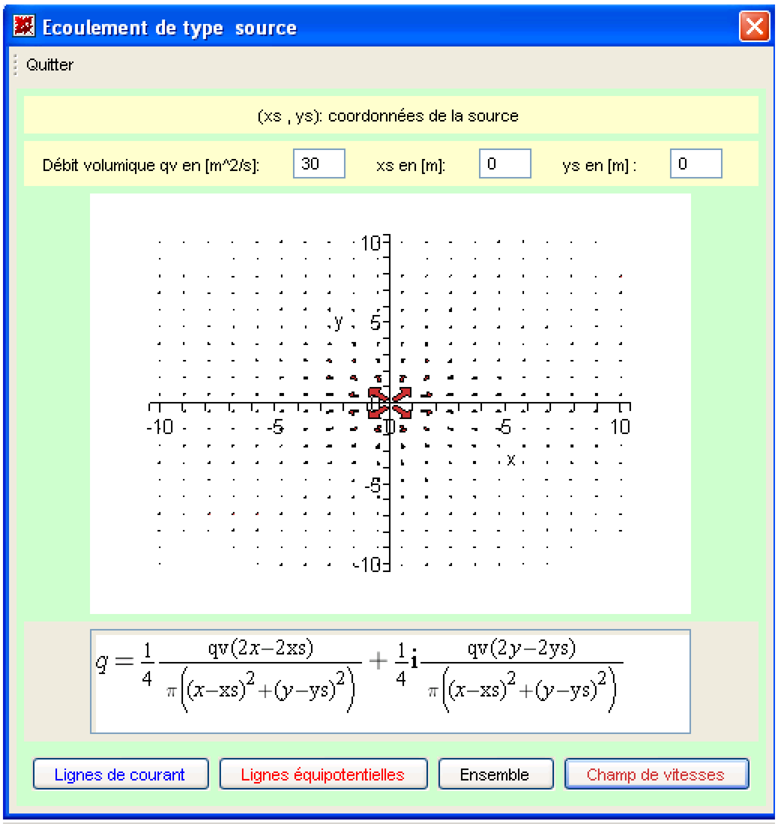

***Fig** 2.6- Ecoulement de type source décentrée : Champ de vitesses.*

2.4- Ecoulement de type puits

Il est définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F(z):=-qv/(2*pi)*ln(z-zp);
```

$$F(z) := -\frac{qv\ln(z-zp)}{2\pi}$$

Avec :

zp : l'affixe du centre du puits.

```
> z:=x+I*y; zp:=xp+I*yp; F(z):=-qv/(2*pi)*ln(z-zp): F(z):=evalc(F(z));
```

$$z := x + I\,y$$

$$zp := xp + I\,yp$$

$$F(x+I\,y) := -\frac{qv\ln((x-xp)^2+(y-yp)^2)}{4\pi} - \frac{\frac{1}{2}I\,qv\arctan(y-yp,\,x-xp)}{\pi}$$

La fonction de courant et le potentiel des vitesses sont définis par :

```
> psi:= evalc(Im(F(z)));
  phi:= evalc(Re(F(z)));
```

$$\psi := -\frac{qv\ \arctan(y - yp, x - xp)}{2\,\pi}$$

$$\varphi := -\frac{qv\ \ln((x - xp)^2 + (y - yp)^2)}{4\,\pi}$$

Les composantes du champ des vitesses u et v sont données par :

```
> u:=diff(phi,x);
  v:=diff(phi,y);
```

$$u := -\frac{qv\ (2\,x - 2\,xp)}{4\,\pi\,((x - xp)^2 + (y - yp)^2)}$$

$$v := -\frac{qv\ (2\,y - 2\,yp)}{4\,\pi\,((x - xp)^2 + (y - yp)^2)}$$

En prenant un débit qv = 30 m^2/s, la source étant centrée en xs = 0 m et ys = 0 m.

Nous aurons alors le résultats suivant (Fig.2.7) :

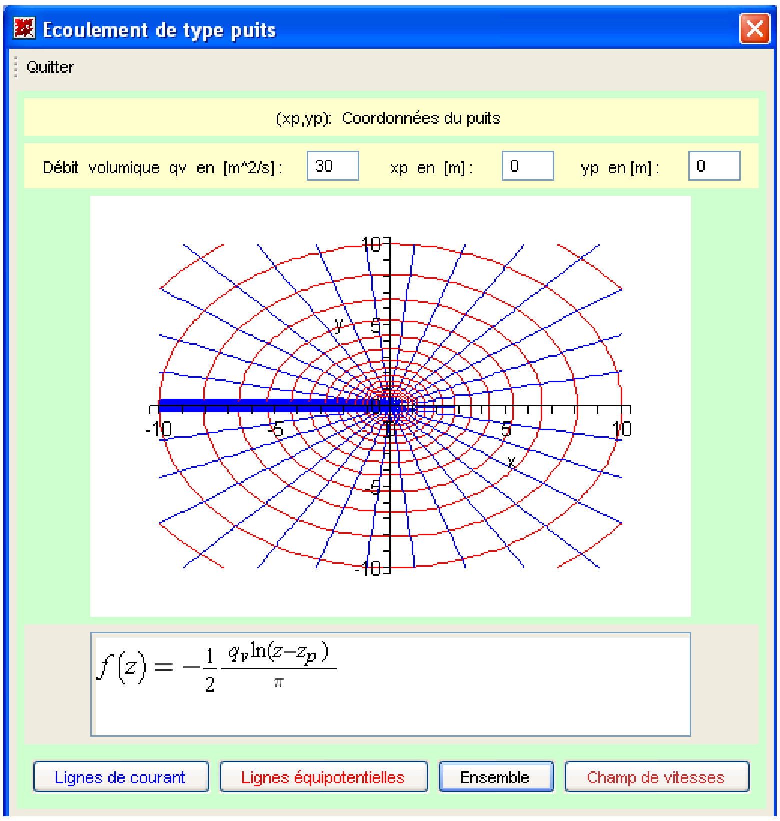

***Fig** 2.7- Lignes de courant et équipotentiels des vitesses : Ecoulement de type puits.*

Le champ de vitesses est donnée par (Fig.2.8) :

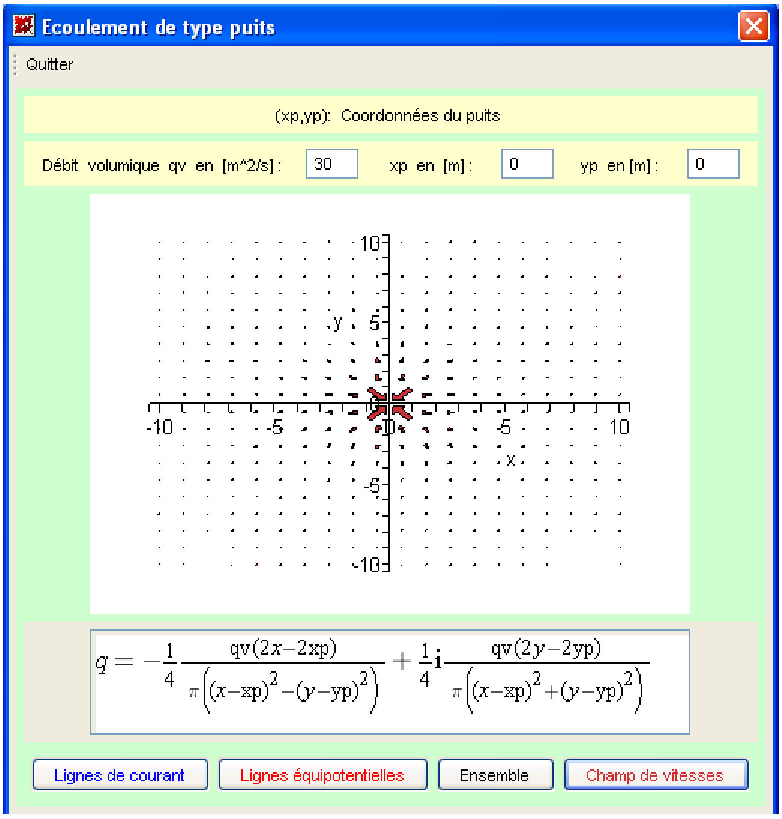

***Fig** 2.8- Ecoulement de type puits: Champ de vitesses.*

2.5- Ecoulement tourbillonnaire

Il est définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F(z):=-Gamma/(2*pi)*ln(z-zv);
```

$$F(z) := -\frac{\Gamma \ln(z - zv)}{2\,\pi}$$

Avec :

Γ : représante la circulation de vecteur vitesse [m^2 / s].

xv : represente l'affixe du centre du vortex .

```
> z:= x+I*y; zv:=xv+I*yv; F(z):=-Gamma/(2*pi)*ln(z-zv):  F(z):=evalc(F(z));
```

$$z := x + I\,y$$

$$zv := xv + I\,yv$$

$$F(x + I\,y) := -\frac{\Gamma \ln((x - xv)^2 + (y - yv)^2)}{4\,\pi} - \frac{\frac{1}{2}\,I\,\Gamma \arctan(y - yv,\, x - xv)}{\pi}$$

La fonction de courant et le potentiel des vitesses sont définis par :

```
> psi:= evalc(Im(F(z)));
  phi:= evalc(Re(F(z)));
```

$$\psi := -\frac{\Gamma \arctan(y - yv, x - xv)}{2\pi}$$

$$\varphi := -\frac{\Gamma \ln((x - xv)^2 + (y - yv)^2)}{4\pi}$$

Les composantes de champs de vitesses u et v sont données par :

```
> u:=diff(phi,x);
  v:=diff(phi,y);
```

$$u := -\frac{\Gamma (2x - 2xv)}{4\pi((x - xv)^2 + (y - yv)^2)}$$

$$v := -\frac{\Gamma (2y - 2yv)}{4\pi((x - xv)^2 + (y - yv)^2)}$$

En prenant une circulation $\Gamma = 30\ m^2/s$, le tourbillon étant centré en xv = 0 m et yv = 0 m. Nous aurons alors le résultats suivant (Fig.2.9) :

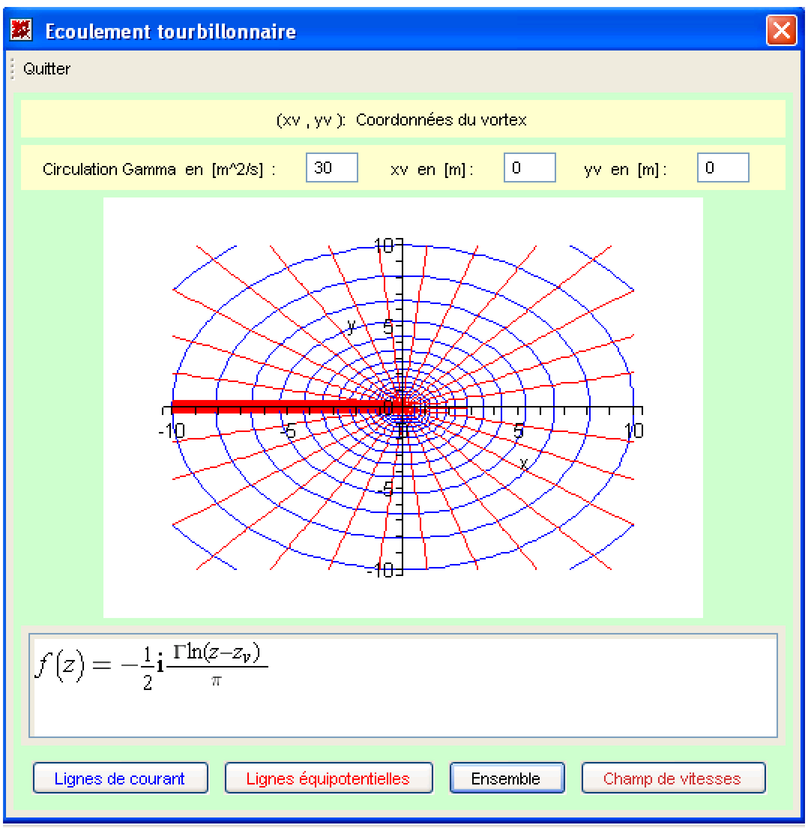

Fig 2.9- Lignes de courant et équipotentiels des vitesses : Ecoulement tourbillonnaire.

Le champ de vitesses est donnée par (Fig.2.10) :

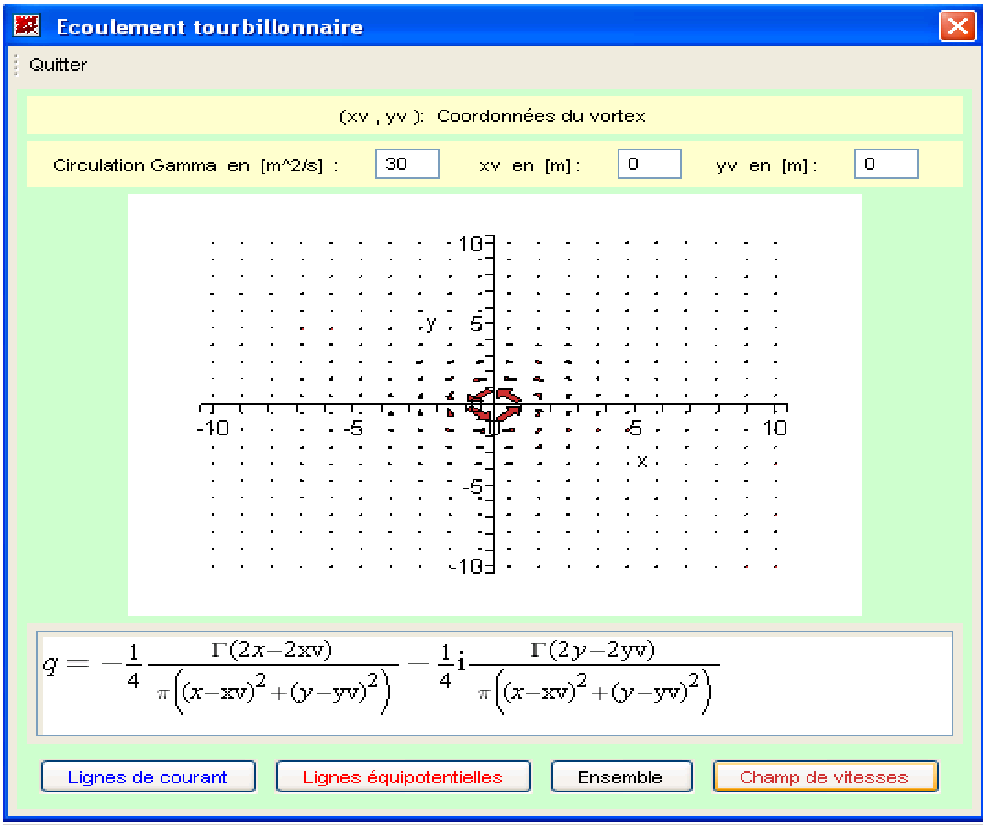

Fig 2.10- Ecoulement tourbillonnaire: Champ de vitesses.

2.6- Ecoulement autour d'un angle

Il est définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F(z):=A*z^n;
```

$$F(z) := A\, z^n$$

Avec :

A : une constante.

$n = \dfrac{\pi}{\alpha}$ où α est l'angle entre les deux parois.

```
> z:=x+I*y; F(z):=A*z^n: F(Z):= evalc(F(z));
```

$$z := x + I\,y$$

$$F(Z) := A\, \mathbf{e}^{\left(\frac{1}{2} n \ln(x^2+y^2)\right)} \cos(n \arctan(y, x)) + I\, A\, \mathbf{e}^{\left(\frac{1}{2} n \ln(x^2+y^2)\right)} \sin(n \arctan(y, x))$$

La fonction de courant et le potentiel des vitesses sont définis par :

```
> psi:=evalc(Im(f(z)));
  phi:= evalc(Re(f(z)));
```

$$\psi := A\,\mathbf{e}^{\left(\frac{1}{2}\,n\ln(x^2+y^2)\right)}\sin(n\arctan(y,x))$$

$$\varphi := A\,\mathbf{e}^{\left(\frac{1}{2}\,n\ln(x^2+y^2)\right)}\cos(n\arctan(y,x))$$

Les composantes du champs de vitesses u et v sont données par :

```
> u:=collect(diff(phi,x),exp);
  v:=collect(diff(phi,y),exp);
```

$$u := \left(\frac{A\,n\,x\cos(n\arctan(y,x))}{x^2+y^2}+\frac{A\sin(n\arctan(y,x))\,n\,y}{x^2\left(1+\frac{y^2}{x^2}\right)}\right)\mathbf{e}^{\left(\frac{1}{2}\,n\ln(x^2+y^2)\right)}$$

$$v := \left(\frac{A\,n\,y\cos(n\arctan(y,x))}{x^2+y^2}-\frac{A\sin(n\arctan(y,x))\,n}{x\left(1+\frac{y^2}{x^2}\right)}\right)\mathbf{e}^{\left(\frac{1}{2}\,n\ln(x^2+y^2)\right)}$$

Pour le tacé graphique il y a deux cas à considérer :

le premier pour n > 1 c'est-à-dire $\alpha < 180°$;

le deuxième pour n < 1 c'est-à-dire $\alpha > 180°$.

<u>Cas où n > 1 :</u> On prends par exemple : $A = 0.5$ et $n = 4 \Rightarrow \alpha = 45^{\circ}$.

Nous aurons alors (Fig.2.11) :

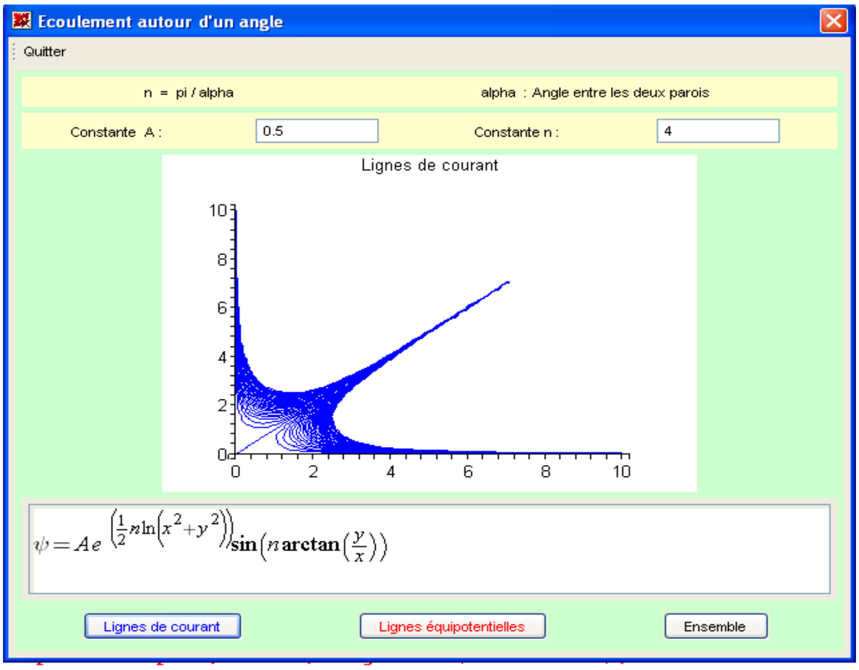

Fig 2.11- Ecoulement autour d'un angle: Lignes de courant pour n > 1.

Cas où n < 1 :   On prends par exemple :   A = 4 et   n = 0.5 $\Rightarrow \alpha = 360^{\circ}$

Nous aurons alors (Fig.2.12) :

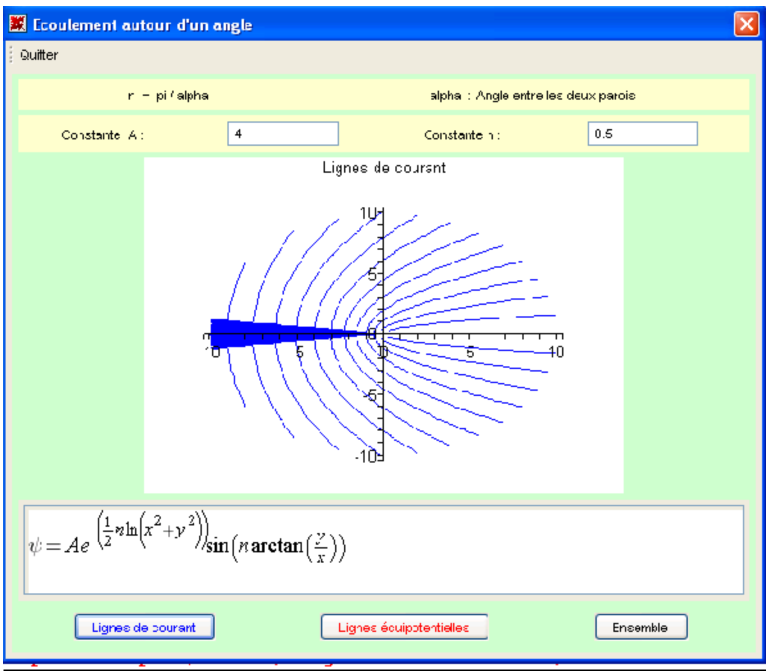

Fig 2.12- Ecoulement autour d'un angle: Lignes de courant pour n < 1.

2.7- Ecoulement autour d'une plaque verticale

Il est définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F(z):=abs(q0)*(sqrt(z^2+a^2));
```

$$F(z) := |q0|\ \sqrt{z^2 + a^2}$$

Avec :

a : la longueur de la plaque en [m].

q0 : la vitesse d'écoulement en [m/s].

Cette dernière est donnée sous la forme :

```
> q0:=limit((y/a)/(sqrt((1-(y/a)^2))),y=ymax);
```

$$q0 := \frac{ymax}{a\sqrt{1 - \frac{ymax^2}{a^2}}}$$

Les expressions de la fonction de courant, du potentiel des vitesses ainsi que les composantes du champ des vitesses sont assez longues et pourrons être directement consultées au niveau du programme Maple.

Choisissons pour la représentation graphique les valeurs suivantes : q0 = 1 m/s et a = 10 m. Nous aurons alors (Fig.2.13) :

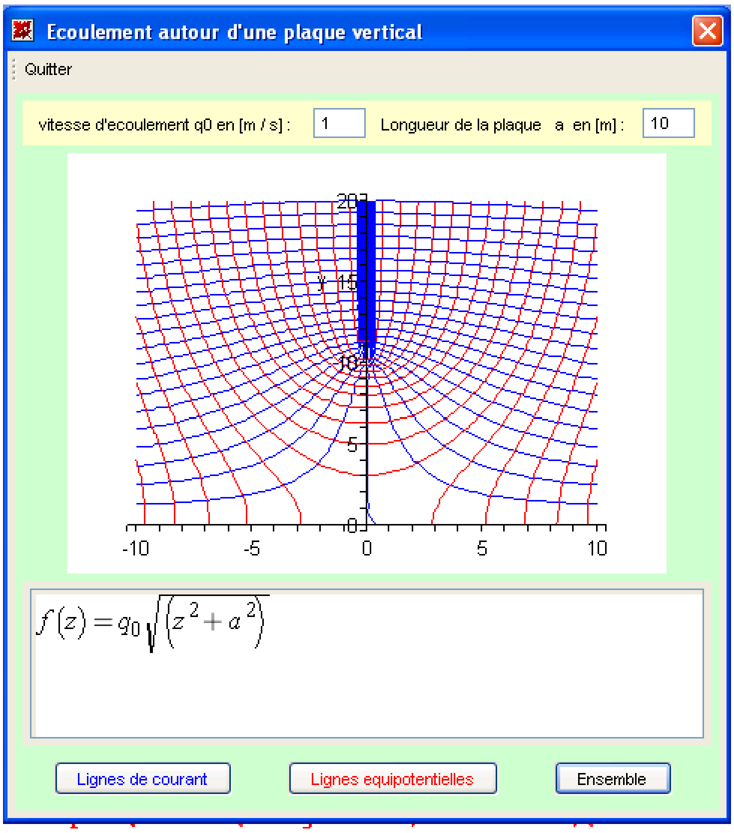

***Fig* 2.13- Lignes de courant et équipotentiels des vitesses : Ecoulement autour d'une plaque verticale.**

2.8- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé les principaux éléments de la théorie des écoulements potentiels élémentaires en se servant des commandes du logiciel « *Maple* ». Les visualisations des carcatéristiques de ces écoulements sont aussi faites grâce à ce logiciel très puissant qui nous a permi d'économiser des centaines de lignes de programmation par l'utilisation des « *Maplets* ».

La finalité de ce chapitre est de pouvoir faire la superposition de ces écoulements élémentaires, ce qui fera l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE 3

SUPERPOSITION DES ECOULEMENTS ELEMENTAIRES

3.1- Introduction

Le but de ce chapitre est de faire la superposition des écoulements élémentaires étudiés dans le précédent chapitre. Nous allons donc établir les équations de ces superpositions grâce aux commandes *Maple* et aussi visualiser les résultats de ces superpostions en utilisant les *Maplets* pour réaliser l'intrface graphique.

3.2- Théorie de superposition des écoulements élémentaires

D'une manière assez succinte, nous donnons le pricipe de superposition de deux écoulements distincts définies par leurs fonctions potentielles complexes $F_1(z)$ et $F_2(z)$:

$$F_1(z) = \phi_1 + i\,\psi_1 \qquad \text{et} \qquad F_2(z) = \phi_2 + i\,\psi_2$$

La superposition de ces deux écoulements auras comme potentiel complexe résultant :

$$F(z) = F_1(z) + F_2(z) = \phi + i\,\psi \tag{3.1}$$

Donc

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$
$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$

3.3- Exemples de superpostion des écoulements élémentaires

Nous allons seulement étudier quelques unes des superpositions les plus significatives et les plus utiles en mécanique des fluides .

3.3.1- Superposition d'un écoulement uniforme et d'une source : « Demi-solide de Rankine »

Soit un écoulement uniforme définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F[1](z):=q[0]*z*exp(-I*alpha);
```

$$F_1(z) := q_0\, z\, \mathbf{e}^{(-I\,\alpha)}$$

et l'écoulement autour d'une source définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F[2](z):=qv/(2*pi)*ln(z-zs);
```

$$F_2(z) := \frac{qv \ln(z - zs)}{2\pi}$$

La superposition de ces deux écoulements aura comme potentiel complexe :

```
> F(z)=F[1](z)+F[2](z);
```

$$F(z) = q_0 z \mathbf{e}^{(-I\alpha)} + \frac{qv \ln(z - zs)}{2\pi}$$

```
> z:=x+I*y; zs:=xs+I*ys; F[1](z):=q[0]*z*exp(-I*alpha):
  F[2](z):=qv/(2*pi)*ln(z-zs): F(z)=F[1](z)+F[2](z):
  F(z)=evalc(F[1](z)+F[2](z));
```

$$z := x + I y$$

$$zs := xs + I ys$$

$$F(x + I y) = q_0 x \cos(\alpha) + q_0 y \sin(\alpha) + \frac{qv \ln((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}{4\pi} + I\left(q_0 y \cos(\alpha) - q_0 x \sin(\alpha) + \frac{qv \arctan(y - ys, x - xs)}{2\pi}\right)$$

La fonctions de courant et le potentiel des vitesses sont définis par :

```
> psi:=evalc(Im(F[1](z)+F[2](z)));
  phi:=evalc(Re(F[1](z)+F[2](z)));
```

$$\psi := q_0 y \cos(\alpha) - q_0 x \sin(\alpha) + \frac{qv \arctan(y - ys, x - xs)}{2\pi}$$

$$\varphi := q_0 x \cos(\alpha) + q_0 y \sin(\alpha) + \frac{qv \ln((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}{4\pi}$$

Les composantes du champs des vitesses u et v sont données par :

```
> u:=diff(phi,x);
  v:=diff(phi,y);
```

$$u := q_0 \cos(\alpha) + \frac{qv (2x - 2xs)}{4\pi ((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}$$

$$v := q_0 \sin(\alpha) + \frac{qv (2y - 2ys)}{4\pi ((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}$$

Prenons par exemple : q0 = 1 m/s , α = 0° , qv = 30 m^2/s , xs = 0 m et ys = 0 m.

Nous aurons alors (Fig.3.1) :

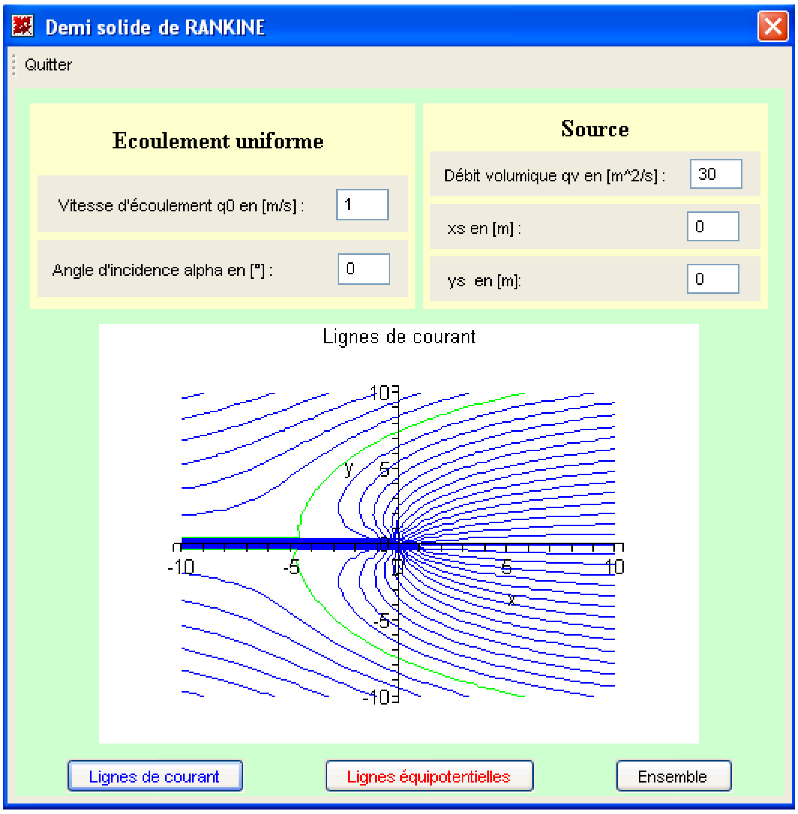

***Fig** 3.1- Demi-solide de Rankine.*

La ligne de courant Ψ = 0 est obtenue pour y = 0 et $y0 = \dfrac{-qv}{2\pi q_0}\theta$ correspondant à la courbe en trait vert. C'est une courbe à deux asympototes distantes de $\dfrac{qv}{q_0}$ et obtenue pour $\theta = -\pi$ et $\theta = +\pi$.

3.3.2- Superposition d'un écoulement uniforme, d'une source et d'un puits: « Solide de Rankine »

Soientt un écoulement uniforme définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F[1](z)= q[0]*z*exp(-I*alpha);
```

$$F_1(z) = q_0\, z\, \mathbf{e}^{(-I\,\alpha)}$$

l'écoulement autour d'une source définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F[2](z):=qv/(2*pi)*ln(z-zs);
```

$$F_2(z) := \frac{qv\ \ln(z - zs)}{2\ \pi}$$

et l'écoulement autour d'un puits définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F[3](z):=qv/(2*pi)*ln(z-zp);
```

$$F_3(z) := \frac{qv\ \ln(z - zp)}{2\ \pi}$$

La superposition de ces écoulements aura comme potentiel complexe :

```
> F(Z):= F[1](z)+F[2](z)+F[3](z);
```

$$F(Z) := q_0\ z\ \mathbf{e}^{(-I\ \alpha)} + \frac{q_v\ \ln(z - zs)}{2\ \pi} + \frac{q_v\ \ln(z - zp)}{2\ \pi}$$

```
> z:=x+I*y: zp:=xp+I*yp: zs:=xs+I*ys:
  F[1](z)= q[0]*z*exp(-I*alpha):
  F[2](z):=qv/(2*pi)*ln(z-zs): F[3](z):=qv/(2*pi)*ln(z-zp):
  F(z)=F[1](z)+F[2](z)+F[3](z):
  F(z)=evalc(q[0]*z*exp(-I*alpha)+F[2](z)+F[3](z));
```

$$F(x + I\ y) = q_0\ x\ \cos(\alpha) + q_0\ y\ \sin(\alpha) + \frac{qv\ \ln((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}{4\ \pi} + \frac{qv\ \ln((x - xp)^2 + (y - yp)^2)}{4\ \pi}$$
$$+ I\left(q_0\ y\ \cos(\alpha) - q_0\ x\ \sin(\alpha) + \frac{qv\ \arctan(y - ys,\ x - xs)}{2\ \pi} + \frac{qv\ \arctan(y - yp,\ x - xp)}{2\ \pi}\right)$$

La fonctions de courant et le potentiel des vitesses sont définis par :

```
> psi:=evalc(Im(F(z)));
  phi:=evalc(Re(F(z)));
```

$$\psi := q_0\ y\ \cos(\alpha) - q_0\ x\ \sin(\alpha) + \frac{qv\ \arctan(y - ys,\ x - xs)}{2\ \pi} + \frac{qv\ \arctan(y - yp,\ x - xp)}{2\ \pi}$$

$$\varphi := q_0\ x\ \cos(\alpha) + q_0\ y\ \sin(\alpha) + \frac{qv\ \ln((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}{4\ \pi} + \frac{qv\ \ln((x - xp)^2 + (y - yp)^2)}{4\ \pi}$$

Les composantes du champs de vitesses u et v sont données par :

```
> u:=diff(phi,x);
  v:=diff(phi,y);
```

$$u := q_0\ \cos(\alpha) + \frac{qv\ (2\ x - 2\ xs)}{4\ \pi\ ((x - xs)^2 + (y - ys)^2)} + \frac{qv\ (2\ x - 2\ xp)}{4\ \pi\ ((x - xp)^2 + (y - yp)^2)}$$

$$v := q_0\ \sin(\alpha) + \frac{qv\ (2\ y - 2\ ys)}{4\ \pi\ ((x - xs)^2 + (y - ys)^2)} + \frac{qv\ (2\ y - 2\ yp)}{4\ \pi\ ((x - xp)^2 + (y - yp)^2)}$$

Prenons par exemple : q0 = 1 m/s , $\alpha = 0°$, qv = 30 m^2/s , xs = -2 m et ys = 0 m.

et pour le puits : qv = 30 m^2/s , xp = 2 m et yp = 0 m .

Nous aurons alors (Fig.3.2) :

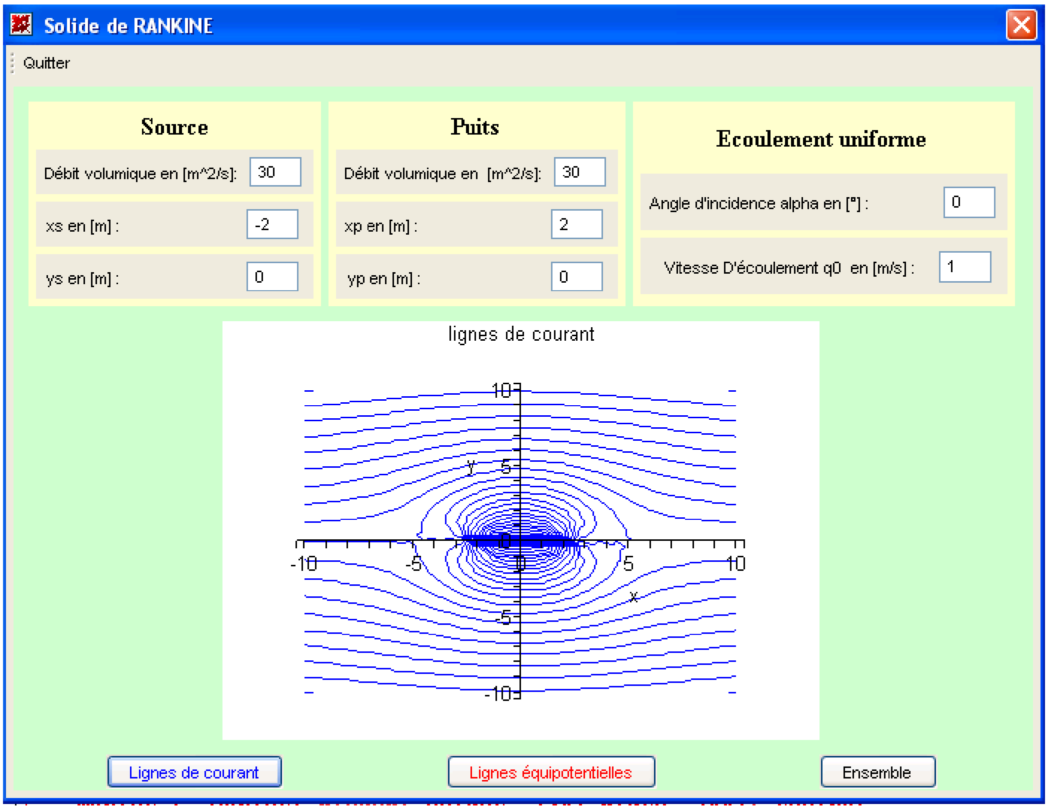

Fig 3.2- Solide de Rankine.

3.3.3- Superposition d'une source et d'un puits : « Doublet »

L'écoulement de type doublet est pdéfinit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F(z):=(qv^2)*exp(-I*alpha)/(z-zd);
```

$$F(x + I\,y) := \frac{qv^2\,\mathbf{e}^{(-I\,\alpha)}}{x + I\,y - zd}$$

Avec :

qv : le débit volumique du doublet par unité de profendeur.

```
> z:= x+I*y; zd:=xd+I*yd; F(z):=(qv^2)*exp(-I*alpha)/(z-zd): evalc((F(z)));
```

$$z := x + I\,y$$

$$zd := xd + I\,yd$$

$$\frac{qv^2\cos(\alpha)\,(x - xd)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2} - \frac{qv^2\sin(\alpha)\,(y - yd)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2} + I\left(-\frac{qv^2\sin(\alpha)\,(x - xd)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2} - \frac{qv^2\cos(\alpha)\,(y - yd)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2}\right)$$

La fonctions de courant et le potentiel des vitesses sont définis par :

```
> psi:=evalc(Im(F(z)));
  phi:=evalc(Re(F(z)));
```

$$\psi := -\frac{qv^2 \sin(\alpha)\,(x - xd)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2} - \frac{qv^2 \cos(\alpha)\,(y - yd)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2}$$

$$\varphi := \frac{qv^2 \cos(\alpha)\,(x - xd)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2} - \frac{qv^2 \sin(\alpha)\,(y - yd)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2}$$

Les composantes de champs de vitesses u et v sont données par :

```
> u:=diff(phi,x);
  v:=diff(phi,y);
```

$$u := \frac{qv^2 \cos(\alpha)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2} - \frac{qv^2 \cos(\alpha)\,(x - xd)\,(2\,x - 2\,xd)}{((x - xd)^2 + (y - yd)^2)^2} + \frac{qv^2 \sin(\alpha)\,(y - yd)\,(2\,x - 2\,xd)}{((x - xd)^2 + (y - yd)^2)^2}$$

$$v := -\frac{qv^2 \cos(\alpha)\,(x - xd)\,(2\,y - 2\,yd)}{((x - xd)^2 + (y - yd)^2)^2} - \frac{qv^2 \sin(\alpha)}{(x - xd)^2 + (y - yd)^2} + \frac{qv^2 \sin(\alpha)\,(y - yd)\,(2\,y - 2\,yd)}{((x - xd)^2 + (y - yd)^2)^2}$$

Prenons par exemple : $\alpha = 45$ °, $qv = 5$ m^2/s , $xd = 0$ m et $yd = 0$ m.

Nous aurons alors (Fig.3.3) :

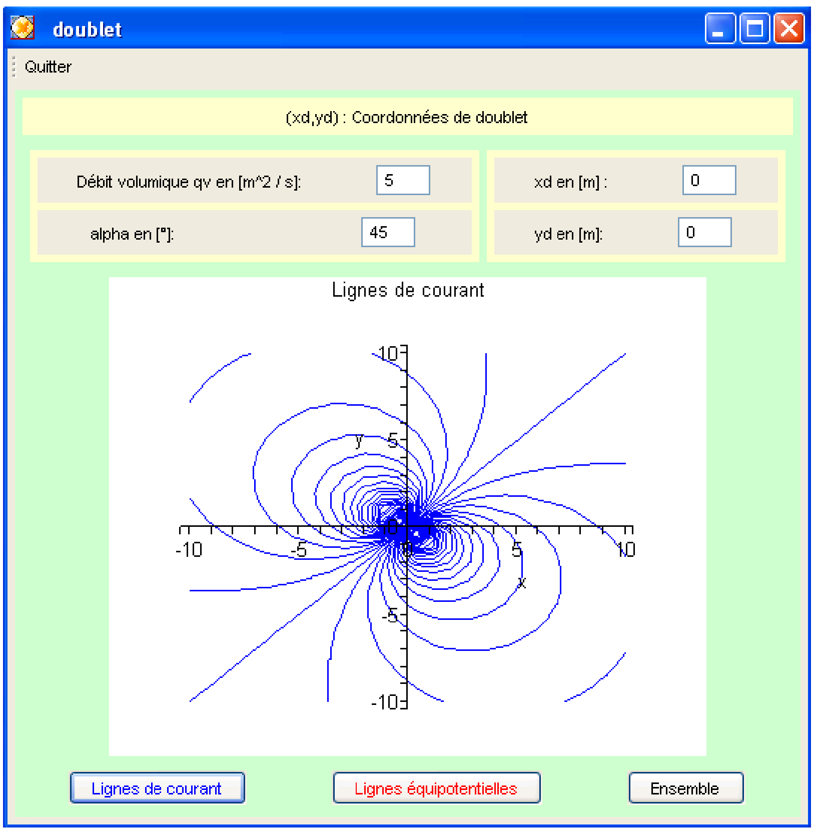

***Fig** 3.3- Doublet.*

3.3.4- Superposition d'une source et d'un vortex

Soit l'écoulement autour d'une source définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F[1](z):=qv/(2*pi)*ln(z-zs);
```

$$F_1(z) := \frac{qv \ln(z - zs)}{2\pi}$$

L'écoulement turbillonnaire est définit par la fonction potentiel complexe suivante :

```
> F[2](z):=-I*Gamma/(2*pi)*ln(z-zv);
```

$$F_2(z) := -\frac{\frac{1}{2} I \Gamma \ln(z - zv)}{\pi}$$

Leur superposition aura comme potentiel complexe :

```
> F[1](z):=qv/(2*pi)*ln(z-zs):
  F[2](z):=-I*Gamma/(2*pi)*ln(z-zv):
  F(z)=F[1](z)+F[2](z);
```

$$F(z) = \frac{qv \ln(z - zs)}{2\pi} - \frac{\frac{1}{2} I \Gamma \ln(z - zv)}{\pi}$$

```
> z:=x+I*y: zv:=xv+I*yv: zs:=xs+I*ys:
  F[1](z):=qv/(2*pi)*ln(z-zs):
  F[2](z):=-I*Gamma/(2*pi)*ln(z-zv):
  F(z)=F[1](z)+F[2](z):
  F(z):=evalc(F[1](z)+F[2](z));
```

$$F(x + I y) := \frac{qv \ln((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}{4\pi} + \frac{\Gamma \arctan(y - yv, x - xv)}{2\pi} + I\left(\frac{qv \arctan(y - ys, x - xs)}{2\pi} - \frac{\Gamma \ln((x - xv)^2 + (y - yv)^2)}{4\pi}\right)$$

La fonctions de courant et le potentiel des vitesses sont définis par :

```
> psi:=evalc(Im(F[1](z)+F[2](z)));
  phi:=evalc(Re(F[1](z)+F[2](z)));
```

$$\psi := \frac{qv \arctan(y - ys, x - xs)}{2\pi} - \frac{\Gamma \ln((x - xv)^2 + (y - yv)^2)}{4\pi}$$

$$\varphi := \frac{qv \ln((x - xs)^2 + (y - ys)^2)}{4\pi} + \frac{\Gamma \arctan(y - yv, x - xv)}{2\pi}$$

Les composantes du champs de vitesses u et v sont données par :

```
> u:=diff(phi,x);
  v:=diff(phi,y);
```

$$u := \frac{qv\,(2\,x - 2\,xs)}{4\,\pi\,((x - xs)^2 + (y - ys)^2)} - \frac{\Gamma\,(y - yv)}{2\,\pi\,(x - xv)^2\left(1 + \frac{(y - yv)^2}{(x - xv)^2}\right)}$$

$$v := \frac{qv\,(2\,y - 2\,ys)}{4\,\pi\,((x - xs)^2 + (y - ys)^2)} + \frac{\Gamma}{2\,\pi\,(x - xv)\left(1 + \frac{(y - yv)^2}{(x - xv)^2}\right)}$$

Prenons comme exemple :

$\Gamma = 15\ m^2/s$, xv = 0 m, yv = 0 m, qv = 15 m^2/s , xs = 0 m , ys = 0 [m].

Nous aurons alors (Fig.3.4) :

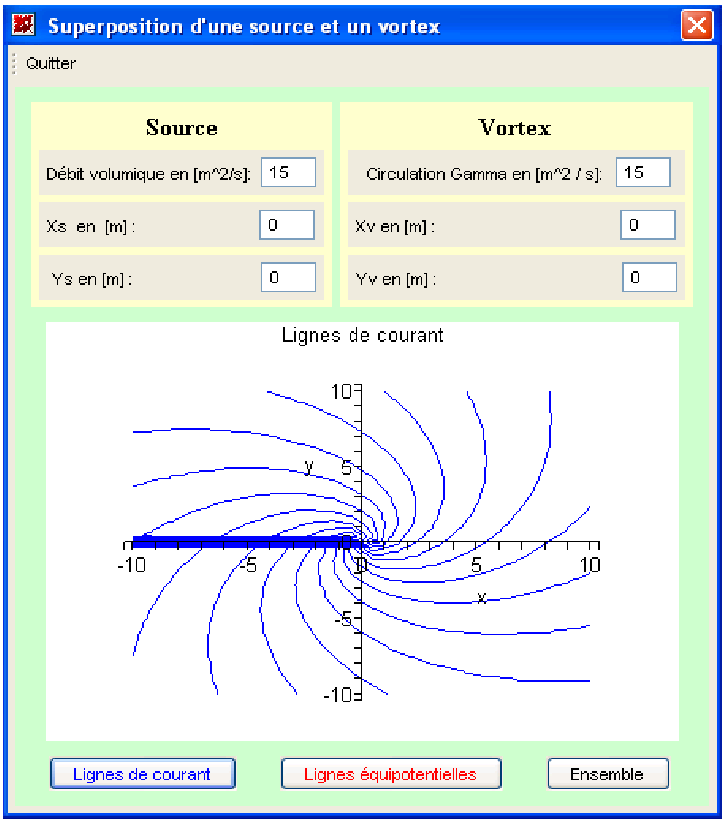

Fig 3.4- Superposition d'une souce et d'un vortex.

3.4- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu retrouver et valider (Cours TEC 371) toutes les relation des principales superpositions rencontrées en Mécanique des Fluides et ce gràce aux commandes du logiciel *Maple.* Ce logiciel nous a aussi permi de visualiser les écoulements résultants des ces diverses superpositions.

Le prochain chapitre sera une conclusion de tous les travaux effectués avant par la réalisation d'une interface graphique commune qui pemettra, en plus, de visualiser n'importe quelle superposition d'écoulements élémentaires.

CHAPITRE 4

PROGRAMME DE VISUALISATION DES ECOULEMENTS POTENTIELS

4.1- Introduction

Ce chapitre sera le regroupement de tous les travaux effectués dans les précédents chapitres par la réalisation d'une interface graphique commune qui pemettra, en plus, de visualiser n'importe quelle superposition d'écoulements élémentaires.

4.2- Programme de visualisation

Le programme que nous avons développé (voir annexe 3) sous *Maple* est composé d'une interface graphique très convivale et intuitive. Elle est composée de plusieurs rubriques que nous allons détailler plus bas.

4.2.1- Fenêtre principale

Au lancement du programme, la fenêtre principale apparaît, à partir de laquelle nous pouvons choisir les sous-programmes désirés (Fig. 4.1):

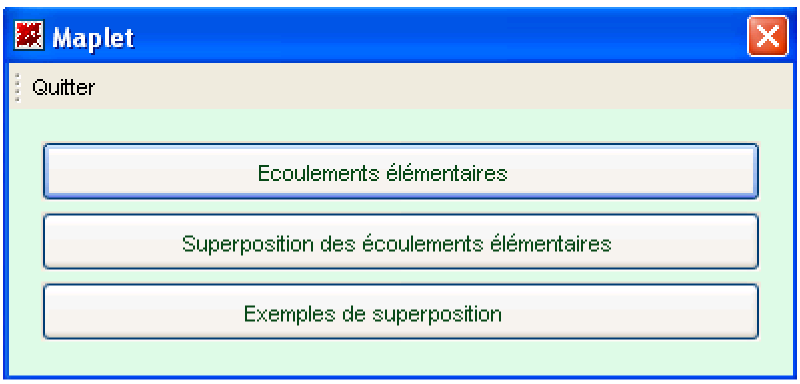

Fig 4.1- Fenêtre principale du programme.

4.2.2- Fenêtre des écoulements élémentaires

L’utilisateur peut choisir l’un des écoulements élémentaires dont les détails ont déjà été avancés au second chapitre.

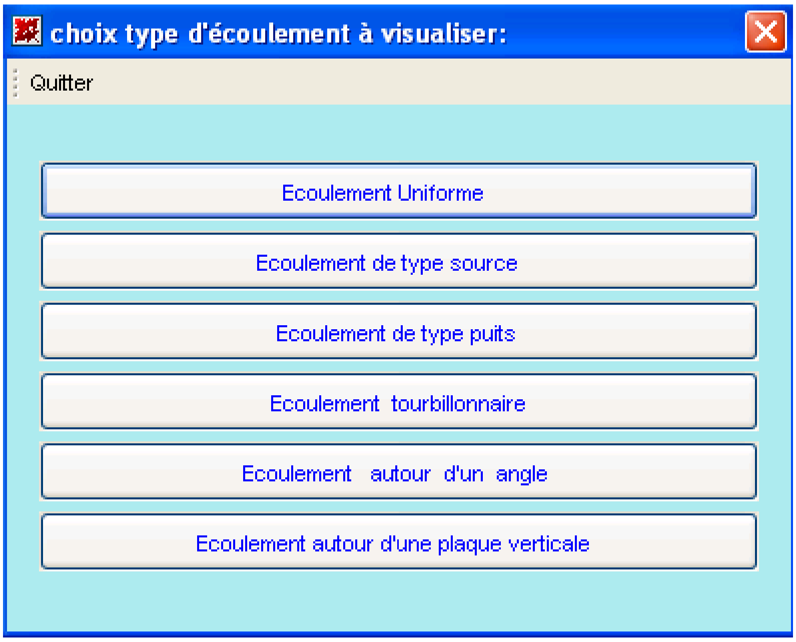

***Fig** 4.2- Fenêtre des écoulements élémentaires.*

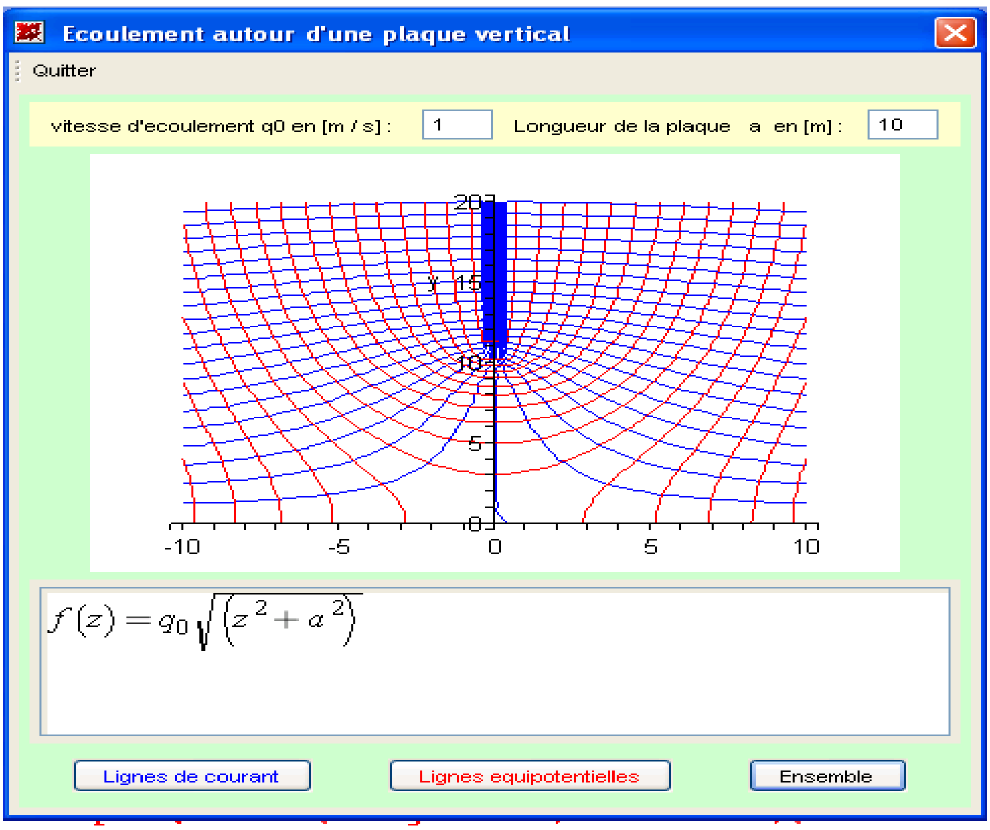

***Fig** 4.3- Exemple d’écoulements élémentaires : Ecoulement autour d’une plaque verticale.*

4.2.3- Fenêtre des superpositions

Cette fenêtre permet à l'utilisateur de choisir une multitude de combinaisons afin de superposer diverses écoulements élémentaires.

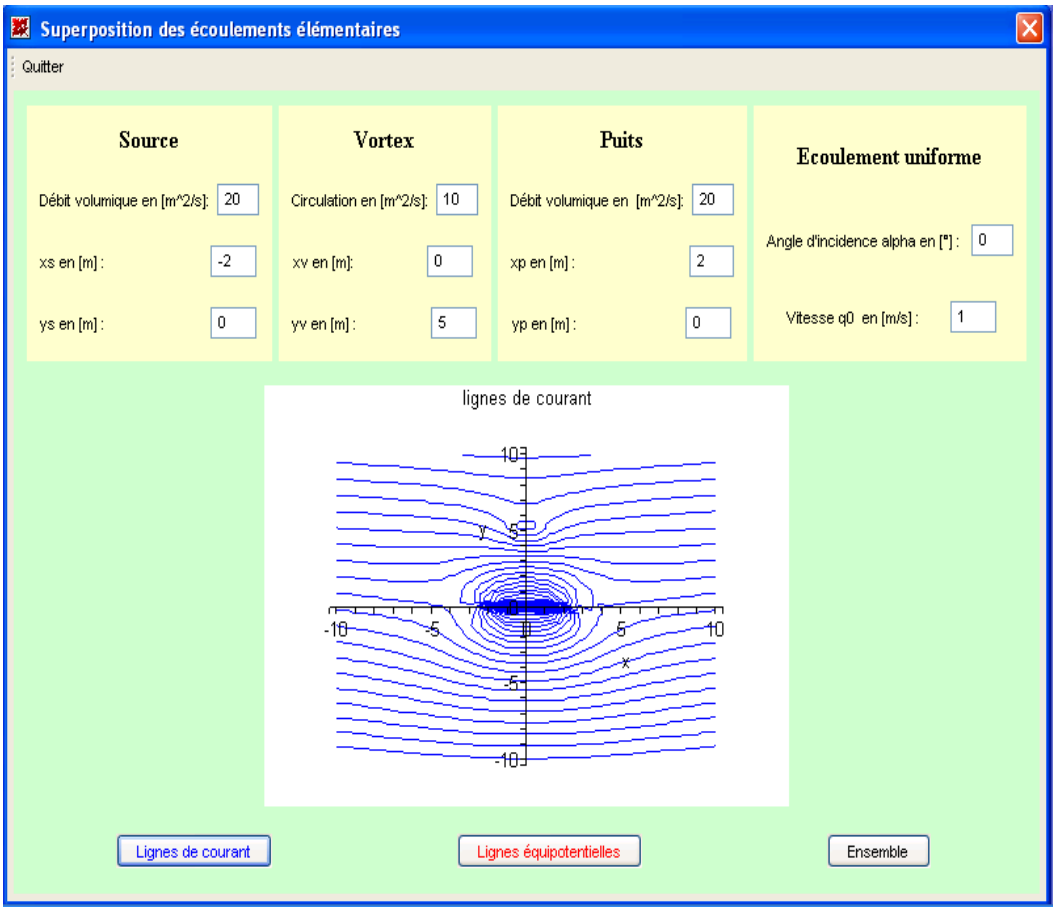

__Fig__ 4.4- Exemple de superpositions quelconques.

4.2.4- Fenêtre des exemples prédéfinies de superpositions

Cette fenêtre permet à l'utilisateur de choisir l'une des supperpositions les plus utilisées en Mécanique des Fluides. Elles sont prédéfinies avec des valeurs par défauts afin d'éviter à l'utilisateur de rentrer des valeurs incohérentes.

Fig 4.5- Fenêtre des exemples de superpositions.

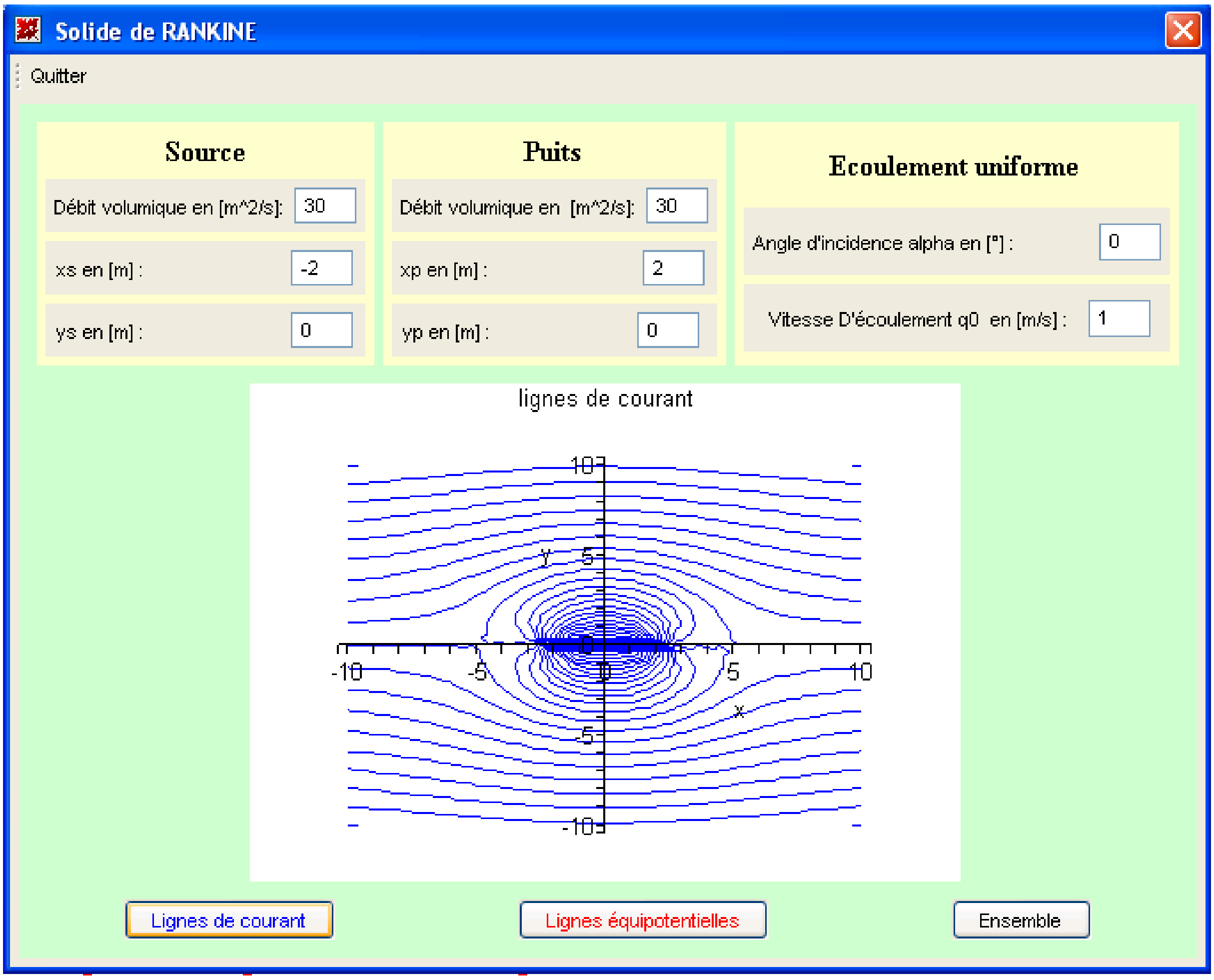

Fig 4.6- Exemple de superpositions prédéfinies : Solide de Rankine.

4.3- Conclusion

Tous les sous programmes réalisés dans les précédents chapitres se sont concrétisés par la réalisation d'un seule programme à travers une interface graphique commune, facile à utiliser, qui permet le lancement des divers sous programmes en fonction du choix de l'utilisateur.

Ce programme pincipale contient aussi une rubrique qui permet de visualiser n'importe quelle superposition d'écoulements élémentaires.

CONCLUSION GENERALE

Nous pouvons dire que l'objectif final de ce travail a été pleinement atteint. En effet, nous avons, d'une part, introduit l'utilisation du logiciel de calcul symbolique "*Maple*" dans le calcul scientifique notamment pour les écoulements potentiels en Mécanique des Fluides. D'autre part, nous avons réalisé un programme à caractère pédagogique qui apportera une aide aux enseignants dans cette discipline afin de faciliter aux étudiants la compréhension des écoulements à potentiels de vitesses (ou écoulements irrotationnels).

Dans ce travail, nous avons donc effectué tous les calculs nécessaires et visualisé graphiquement n'importe quel écoulement potentiel en utilisant le principe de superposition des écoulements élémentaires en utilisant uniquement les commandes du logiciel "*Maple*".

Dans une première partie, nous avons donné les fonctions de courant et potentiel des vitesses ainsi que les composantes du champ de vitesses pour les écoulements élémentaires. Ensuite, nous avons appliqué le principe de superposition des écoulements élémentaires afin d'obtenir des écoulements plus complexes. Nous avons ainsi déterminé la fonction de courant, le potentiel des vitesses et le champ de vitesses pour chaque écoulement résultant. Finalement, nous avons développé un programme utilisant les "*Maplets*" qui donne automatiquement la fonction de courant et le potentiel des vitesses de n'importe quel écoulement par la seule connaissance de sa fonction potentielle complexe.

Dans une seconde partie, les programmes individuels réalisés dans la première partie sont regroupés en un seule programme à travers une interface graphique commune, facile à utiliser, qui permet le lancement des divers modules en fonction du choix de l'utilisateur.

Ce programme pincipale contient aussi une rubrique qui permet de visualiser n'importe quelle superposition d'écoulements élémentaires ainsi qu'une autre concernant certains types de superpositions prédéfinis.

En fin, nous pouvons dire que nous avons exposé les principaux éléments de la théorie des écoulements potentiels élémentaires en se servant des commandes du logiciel « *Maple* ». Les visualisations des carcatéristiques de ces écoulements sont aussi faites grâce à ce logiciel très puissant qui nous a permi d'économiser des centaines de lignes de programmation par l'utilisation des « *Maplets* ».

ANNEXES

Annexe 1 : *Instructions utilisées dans le programme.*

restart	Initialise tout le programme
Elements	Le sous-package Elements du package Maplets comporte différents outils permettant d'intégrer, dans les fenêtres des maplets, des éléments graphiques tels que les boutons, les menus, les barres d'outils, etc...
Action	Peut contenir plusieurs éléments de type *commande*. Lorsqu'une action est enclenchée, chaque commande élément de cette action est exécutée dans l'ordre.
Evaluate	Évalue une expression Maple.
ColorDialog	Permet à l'utilisateur de sélectionner une couleur à partir d'échantillons, ou des palettes HSB et RVB.
BoxCell	Spécifie une cellule dans un des éléments suivants: *BoxColumn*, *BoxLayout* ou *BoxRow*.
BoxColumn	Spécifie une disposition d'éléments en colonne dans un élément *BoxLayout.*
BoxRow	Spécifie une disposition d'éléments en ligne dans un élément *BoxLayout.*
BoxLayout	Définit une disposition d'éléments dans un maplet. Ceci permet de contrôler la façon dont les éléments apparaîtront (horizontalement ou verticalement) par rapport aux autres éléments.
MenuBar	Définit une barre de menus dans une fenêtre maplet.
Button	Définit un bouton dans une fenêtre maplet.
Label	Définit une étiquette dans une fenêtre maplet.
MathMLViewer	Définit un visualiseur d'expressions MathML dans une fenêtre maplet.
Plotter	Définit une zone de dessin dans une fenêtre maplet.
Get	Permet d'obtenir un résultat à partir d'une propriété d'un élément d'un Maplet.
Diff	Pour dériver une fonction.
Im	Partie imaginaire de la fonction.
Re	Partie réelle d'une fonction.
evalc	Evaluer une valeur.
Display	Permet d'exécuter et de visualiser un maplet depuis la feuille de calcul.
plottools	Commandes servant à générer et à manipuler des objets graphiques.

Annexe 2 : *Programme de calcul des fonctions Φ et Ψ.*

```
> restart;
> with(Maplets[Elements]):
> courant := proc()
          local fonction,z;

              use Maplets[Tools] in
                    fonction := Get( 'TF1'::algebraic );

               end use;

                    evalc(Im(fonction));
      end proc:
 poten := proc()
          local fonction,z;

              use Maplets[Tools] in
                    fonction := Get( 'TF1'::algebraic );

                end use;

                      evalc(Re(fonction));
  end proc:

> maplet := Maplet( Window( 'title'="Détermination des fonctions psi et phi",'height'=250,
                        'width'=500,'toolbar' = ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
 [
              'background'=turquoise,
           [        'background'=cyan,"Entrer une expression de la variable complexe z sous la
                     forme (x+I*y):"
            ],
                  TextField['TF1'](50,'value'=-gamma/(2*pi)*I*ln(x+I*y)),
                   TextField['TF2'](), TextField['TF3'](),
                       [         'background'=turquoise,Button( "Fonction de
                   courant",'height'=30,'width'=200,foreground=blue, Evaluate('TF2' = "courant"
                ) ),Button( " Potentiel des vitesses",'height'=30,'width'=200,foreground=red,
                            Evaluate('TF3' = "poten" ) )

                         ]
        ]
                              )            ):

Maplets[Display]( maplet );
```

Annexe 3 : *Programme de visualisation des écoulements potentiels.*

```
> restart;with(plottools):with(plots):with(Maplets[Elements]):
> reference:=proc(refe)
      local myprog,maplet,superpos,Affichage,result,maplet3d,champ;

##############################################################################
######               PROCEDURE GLOBALE                                  ###
##############################################################################
>       if (refe=1) then
                  myprog:=proc(prog)
                        local maplet3d,result,Affichage;
                             if (prog=1) then
                                  Affichage:=proc(cas)
>                                      local qv,k,p,psi,phi,N,xs,ys;
>
##############################################################################
######       PROCEDURE DES ECOULEMENTS ELEMENTAIRES                           ###
##############################################################################

## ###              ECOULEMENT DE TYPE SOURCE                       #################

                                               use Maplets[Tools] in
>                                                xs := Get( 'xs1'::numeric );
>                                                qv := Get( 'qv1'::numeric );
                                                  ys := Get( 'ys1'::numeric );
>                                               end use;
>
>                                          N:=30;
>                                           psi:=qv/6.28*arctan(y-xs,x-ys):
                                            phi:=qv/12.56*ln((x-ys)^2+(y-xs)^2):
>                                            for k from -N to N do
>
                                                if (cas=1) then
p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=blue,'title'="Lignes de courant" )
>                                                 elif (cas=2) then
p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=red,'title'="Lignes equipotentielles")
>                                                 else
>   p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=-10..10,color=[blue, red])
>                                                 end if:
>                                              od:
>
>                                               display(seq(p[k],k=-N..N));
>                                       end:
                                          champ:=proc()
                                            local g0,phi,xs,ys,qv;
                                                use Maplets[Tools] in
>                                                      xs := Get( 'xs1'::numeric );
>                                                      qv := Get( 'qv1'::numeric );
```

```
                                                   ys := Get( 'ys1'::numeric );
>                                            end use;
                                                   phi:=qv/12.56*ln((x-ys)^2+(y-xs)^2):
g0:= fieldplot([diff(phi,x),diff(phi,y)],x=-10..10,y=-10..10,arrows=THICK,color=orange) :
display(g0);
                                       end:

maplet3d := Maplet(Window(( 'title'= "Ecoulement de type  source",'toolbar' =
                    ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
   [
     [        " (xs , ys): coordonnées de la source
                ",'background'="#FFFFCC"],'background'="#CCFFCC" ,

           [        "Débit volumique qv en [m^2/s]:",TextField['qv1'](3, 'value' = 30  ),
             "xs en [m]:", TextField['xs1'](3,'value' = 0),"ys en [m] :", TextField['ys1'](3,'value'
                     = 0),'background'="#FFFFCC"
             ],
                 Plotter['PL1']('height'=320),MathMLViewer['MMLV1']('height'=100,
                   'width'=550),
               [   background'="#CCFFCC", Button("Lignes de courant",foreground=blue,
                   Action(Evaluate('PL1' =
               'Affichage(1)'),Evaluate('MMLV1'='psi=q[v]/(2*pi)*arctan((y-x[s])/(x-y[s]))') )),
             Button("Lignes équipotentielles",foreground=red,Action( Evaluate('PL1' =
           'Affichage(2)'),Evaluate('MMLV1'='phi=q[v]/(4*pi)*ln((x-y[s])^2+(y-x[s])^2)') )),
              Button("Ensemble",Action( Evaluate('PL1' =
          'Affichage(3)'),Evaluate('MMLV1'='f(z)=q[v]/(2*pi)*ln(z-z[s])')) ), Button("Champ
           de vitesses",foreground=orange,Action( Evaluate('PL1' =
         'champ()'),Evaluate('MMLV1'='q= 1/4*qv*(2*x-2*xs)/(pi*((x-xs)^2+(y-ys)^2))+I*
                   1/4*qv*(2*y-2*ys)/(pi*((x-xs)^2+(y-ys)^2))')))
             ]

     ] )
         )      ):
> result := Maplets[Display](maplet3d):

              elif (prog=2)then
                    Affichage:=proc(cas)
>                    local q0,k,p,psi,phi,N,alpha;

############            ECOULEMENT UNIFORME   ##########################

>                       use Maplets[Tools] in
>                            q0:= Get( 'q01'::numeric );
>                             alpha := Get( 'alpha1'::numeric );
>                       end use;
                             N:=10;
>                             psi := q0*y*cos(alpha*3.14/180)-q0*x*sin(alpha*3.14/180):
>                             phi := q0*x*cos(alpha*3.14/180)+q0*y*sin(alpha*3.14/180):
>
>                    for k from -N to N do
```

```
>                                if (cas=1) then
                   p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=blue ,'title'="Lignes de
courant")
>                           elif (cas=2) then
p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=red,'title'="Lignes equipotentielles")
>                            else
>    p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=-10..10,color=[blue, red])
>                           end if:
>                                     od:
>                               display(seq(p[k],k=-N..N));
>
>                        end:
                          champ:=proc()
                             local g0,phi,q0,alpha;
                                 use Maplets[Tools] in
>                                    q0 := Get( 'q01'::numeric );
>                                      alpha := Get( 'alpha1'::numeric );
>                                  end use;
>                              phi := q0*x*cos(alpha*3.14/180)+q0*y*sin(alpha*3.14/180):
g0:= fieldplot([diff(phi,x),diff(phi,y)],x=-10..10,y=-10..10,arrows=THICK,color=orange) :
display(g0);
                     end:
maplet3d := Maplet(Window( 'title'= " Ecoulement uniforme",'toolbar' =
                        ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
     [
                      'background'="#CCFFCC" ,
                    [   " Vitesse d'écoulement  q0  en [m/s] : ", TextField['q01'](3,'value' = 1), "
                         Angle d'incidence alpha  en  [°] :", TextField['alpha1'](3,'value' =
                           0),'background'="#FFFFCC"
                      ],
                           Plotter['PL1']('height'=320),MathMLViewer['MMLV1']('height'=100,
                            'width'=550),
                      [
                           'background'="#CCFFCC", Button("Lignes de
                           courant",foreground=blue,Action( Evaluate('PL1' =
                            'Affichage(1)'),Evaluate('MMLV1'='psi=q[0]*y*cos(alpha)-
                              q0*x*sin(alpha)')) ), Button("Lignes
                                equipotentielles",foreground=red,Action( Evaluate('PL1' =
'Affichage(2)'),Evaluate('MMLV1'='phi=q[0]*x*cos(alpha)+q0*y*sin(alpha)')) ),
                                    Button("Ensemble", Action(Evaluate('PL1' =
                                  'Affichage(3)'),Evaluate('MMLV1'='f(z)=q[0]*z*exp(-I*alpha)'))
                   ), Button("Champ de vitesses",foreground=orange, Action(Evaluate('PL1' =
                      'champ()'),Evaluate('MMLV1'='q =  q0*cos(alpha)+I*q0*sin(alpha)')) )
                     ]
                 ]
                                   )):
          result := Maplets[Display](maplet3d):

       elif (prog=3) then
           Affichage:=proc(cas)
```

```
local Gamma,qv,k,p,psi,phi,N,xv,yv;

###      ECOULEMENT TOURBILLONNAIRE        #############################

        use Maplets[Tools] in
            Gamma:= Get( 'Gamma1'::numeric );
             xv:= Get( 'xv1'::numeric );yv:= Get( 'yv1'::numeric );
          end use;

                N:=30;
                   psi := -1/12.56*Gamma*ln((x-xv)^2+(y-yv)^2):
                   phi := 1/6.28*Gamma*arctan(y-yv, x-xv):
                      for k from -N to N do
                                  if (cas=1) then
    p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=blue,'title'="Lignes de courant" )
                                  elif (cas=2) then
     p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=red,'title'="Lignes equipotentielles")
                                    else
  p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=-10..10,color=[blue, red])
                                    end if:
                              od:

                         display(seq(p[k],k=-N..N));

                      end:
              champ:=proc()
              local g0,phi,Gamma,xv,yv;
               use Maplets[Tools] in
                  Gamma := Get( 'Gamma1'::numeric );
                  xv:= Get( 'xv1'::numeric );
                  yv:= Get( 'yv1'::numeric );
               end use;
                phi := 1/6.28*Gamma*arctan(y-yv, x-xv):
   g0:= fieldplot([diff(phi,x),diff(phi,y)],x=-10..10,y=-10..10,arrows=THICK,color=orange) :
          display(g0);
       end:
maplet3d := Maplet(Window( 'title'= " Ecoulement tourbillonnaire",'toolbar' =
ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
[
      [    "  (xv , yv ):  Coordonnées du vortex  ",'background'="#FFFFCC"
       ],
  'background'="#CCFFCC",
          [  " Circulation Gamma  en  [m^2/s]  :", TextField['Gamma1'](3,'value' = 30)," xv
     en
              [m] :", TextField['xv1'](3,'value' = 0),"yv  en  [m] :", TextField['yv1'](3,'value'
               = 0),'background'="#FFFFCC"
           ],
      Plotter['PL1']('height'=280),MathMLViewer['MMLV1']('height'=70, 'width'=500),
       [       'background'="#CCFFCC",Button("Lignes de courant",foreground=blue,
            Action(Evaluate('PL1' = 'Affichage(1)'),Evaluate('MMLV1'='psi=-
```

```
                    1/4*Gamma*ln((x-
                     x[v])^2+(y-y[v])^2)/pi') )), Button("Lignes
                       équipotentielles",foreground=red,Action(
                      Evaluate('PL1' = 'Affichage(2)'),Evaluate('MMLV1'='phi=
                    1/(2*pi)*Gamma*arctan((y-y[v])/ (x-x[v]))') )),

      Button("Ensemble",Action( Evaluate('PL1' = 'Affichage(3)'),Evaluate('MMLV1'='f(z) = -
                    I * Gamma / (2*pi) * ln(z-z[v])')) ),Button("Champ de
                      vitesses",foreground=orange,Action( Evaluate('PL1' =
                        'champ()'),Evaluate('MMLV1'='q = -1/4*Gamma*(2*x-2*xv)/(pi*((x-
                              xv)^2+(y-
                          yv)^2))-I*
                            1/4*Gamma*(2*y-2*yv)/(pi*((x-xv)^2+(y-yv)^2))')))
               ]
]
             )):
                              result := Maplets[Display](maplet3d):

                          elif (prog=4) then

                      Affichage:=proc(cas)
>                      local qv,k,p,psi,phi,N,xp,yp;

>  ###       ECOULEMENT DE TYPE PUITS         ##############################
>                              use Maplets[Tools] in
>                                 xp:=Get( 'xp1'::numeric );
                                  yp:=Get( 'yp1'::numeric );
>                                 qv := Get( 'qv1'::numeric );
>                              end use;
>                           N:=100;
                               for k from -N to N do
>                                  phi := -1/12.56*qv*ln((x-xp)^2+(y-yp)^2):
                                   psi := -1/6.28*qv*arctan(y-yp, x-xp):
>                                     if (cas=1) then
p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=blue,'title'="Lignes de courant" )
>                                    elif (cas=2) then
 p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=red,'title'="Lignes equipotentielles")
>                                     else
>   p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=-10..10,color=[blue, red])
>                                      end if:
>                                od:
>
>                              display(seq(p[k],k=-N..N));
>
>                      end:
                         champ:=proc()
                           local g0,phi,qv,xp,yp;
                               use Maplets[Tools] in
>                                   qv := Get( 'qv1'::numeric );
>                                   xp := Get( 'xp1'::numeric );
```

```
                                        yp := Get( 'yp1'::numeric );
>                                  end use;
                                      phi := -1/12.56*qv*ln((x-xp)^2+(y-yp)^2):
g0:= fieldplot([diff(phi,x),diff(phi,y)],x=-10..10,y=-10..10,arrows=THICK,color=orange) :
                              display(g0);
                    end:
> maplet3d := Maplet(Window( 'title'= "Ecoulement de type puits",'toolbar' =
ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
[
      [ "(xp,yp):  Coordonnées du puits
",'background'="#FFFFCC"],'background'="#CCFFCC",

       [  " Débit  volumique  qv  en  [m^2/s] :", TextField['qv1'](3,'value' = 30), "  xp  en  [m] :
", TextField['xp1'](3,'value' = 0)," yp  en [m] : ", TextField['yp1'](3,'value' =
0),'background'="#FFFFCC"
         ],
     Plotter['PL1']('height'=320),MathMLViewer['MMLV1']('height'=70, 'width'=600),
             [
                  'background'="#CCFFCC", Button("Lignes de courant",foreground=blue,
             Action(Evaluate('PL1' = 'Affichage(1)'),Evaluate('MMLV1'='psi=-
               1/(2*pi)*qv*arctan(y-y[p])/ (x-x[p])') )), Button("Lignes
                  équipotentielles",foreground=red,Action( Evaluate('PL1' =
              'Affichage(2)'),Evaluate('MMLV1'='phi=-1/(4*pi)*q[v]*ln((x-x[p])^2+(y-
                   y[p])^2)') )),
                Button("Ensemble",Action( Evaluate('PL1' =
              'Affichage(3)'),Evaluate('MMLV1'='f(z)=-q[v]/(2*pi)*ln(z-z[p])')) )
                 ,Button("Champ de vitesses",foreground=orange,Action( Evaluate('PL1' =
                'champ()'),Evaluate('MMLV1'='q = -1/4*qv*(2*x-2*xp)/(pi*((x-xp)^2-(y-
                 yp)^2))+I* 1/4*qv*(2*y-2*yp)/(pi*((x-xp)^2+(y-yp)^2))')))
                 ]
      ]
      )):
>                             result := Maplets[Display](maplet3d):
              elif (prog=5) then
               Affichage:=proc(cas)
>               local A,n,k,p,psi,phi,N;

   ####  ECOULEMENT AUTOUR D'UN ANGLE     ##############################

>                       use Maplets[Tools] in
>                          A:= Get( 'A1'::numeric );
>                           n := Get( 'n1'::numeric );
>                        end use;
>
>                           N:=30;
                             if (n<=1) then
> psi := A*exp(1/2*n*ln(r^2*cos(theta)^2+r^2*sin(theta)^2))*sin(n*arctan(r*sin(theta),
r*cos(theta))):
  phi := A*exp(1/2*n*ln(r^2*cos(theta)^2+r^2*sin(theta)^2))*cos(n*arctan(r*sin(theta),
r*cos(theta)))  :
```

```
>                        for k from -N to N do
                              if (cas=1) then
 p[k]:=implicitplot(psi=k,r=0..10,theta=0..2*Pi,color=blue, coords=polar,'title'="Lignes de
courant")
>                                elif (cas=2) then
p[k]:=implicitplot(phi=k,r=0..10,theta=0..2*Pi,color=red, coords=polar,'title'="Lignes
equipotentielles")
>                                  else
>    p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],r=0..10,theta=0..2*Pi,color=[blue, red], coords=polar)
>                                  end if:
>                         od:
>
>                              display(seq(p[k],k=-N..N));
>                  else
      psi := A*exp(1/2*n*ln(r^2*cos(theta)^2+r^2*sin(theta)^2))*sin(n*arctan(r*sin(theta),
r*cos(theta))):
>
>   phi := A*exp(1/2*n*ln(r^2*cos(theta)^2+r^2*sin(theta)^2))*cos(n*arctan(r*sin(theta),
r*cos(theta)))  :
                    for k from -N to N do
                                    if (cas=1) then
p[k]:=implicitplot(psi=k,r=0..10,theta=0..Pi/2,color=blue, coords=polar,'title'="Lignes de
courant")
>                                    elif (cas=2) then
 p[k]:=implicitplot(phi=k,r=0..10,theta=0..Pi/2,color=red, coords=polar,'title'="Lignes
equipotentielles")
>                                    else
>    p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],r=0..10,theta=0..Pi/2,color=[blue, red], coords=polar)
>                                  end if:
>                        od:
>
> display(seq(p[k],k=-N..N));
                       end if;
>              end:
 maplet3d := Maplet(Window( 'title'= "Ecoulement autour d'un angle",'toolbar' =
ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
[
         ["n  =  pi / alpha ",'background'="#FFFFCC"," alpha  : Angle entre les deux parois "
          ],'background'="#CCFFCC",

          [  "Constante  A :", TextField['A1'](10,'value' = 3)," Constante n : ",
                TextField['n1'](10,'value' = 0.5 ) ,'background'="#FFFFCC"
            ],
      Plotter['PL1']('height'=320),MathMLViewer['MMLV1']('height'=100,'width'=600),
                [  'background'="#CCFFCC", Button("Lignes de courant",foreground=blue,
                   Action(Evaluate('PL1' =
'Affichage(1)'),Evaluate('MMLV1'='psi=A*exp(1/2*n*ln(x^2+y^2))*sin(n*arctan(y/x))') )),
                    Button("Lignes équipotentielles",foreground=red,Action( Evaluate('PL1' =
'Affichage(2)'),Evaluate('MMLV1'='phi=A*exp(1/2*n*ln(x^2+y^2))*cos(n*arctan(y/x))') )),
>
```

```
    Button("Ensemble",Action( Evaluate('PL1' = 'Affichage(3)'),Evaluate('MMLV1'='f(z)=A
* Z^n ')) )
                ]
  ]
       )):
>               result := Maplets[Display](maplet3d):

          elif (prog=6) then
             Affichage:=proc(cas)
>                   local a,q0,k,p,psi,phi,N;

###      ECOULEMENT AUTOUR D'UNE PLAQUE VERTICALE #################

>                            use Maplets[Tools] in
>                                 q0:= Get( 'q01'::numeric );
>                                   a := Get( 'a1'::numeric );
>                              end use;
>
>                                 N:=50;
> psi := 1/2*abs(limit(y*exp(-.5*ln(abs(1-y^2/a^2)))*cos(.5*(1/2-1/2*signum(1-
y^2/a^2))*Pi)/a-I*y*exp(-.5*ln(abs(1-y^2/a^2)))*sin(.5*(1/2-1/2*signum(1-y^2/a^2))*Pi)/a,
y = 2*a))*csgn(2*x*y-I*x^2+I*y^2-I*a^2)*(2*(x^4+2*x^2*y^2+2*x^2*a^2+y^4-
2*y^2*a^2+a^4)^(1/2)-2*x^2+2*y^2-2*a^2)^(1/2):
> phi := 1/2*abs(limit(y*exp(-.5*ln(abs(1-y^2/a^2)))*cos(.5*(1/2-1/2*signum(1-
y^2/a^2))*Pi)/a-I*y*exp(-.5*ln(abs(1-y^2/a^2)))*sin(.5*(1/2-1/2*signum(1-y^2/a^2))*Pi)/a,
y = 2*a))*(2*(x^4+2*x^2*y^2+2*x^2*a^2+y^4-2*y^2*a^2+a^4)^(1/2)+2*x^2-
2*y^2+2*a^2)^(1/2):
>                                   for k from -N to N do
>                                       if (cas=1) then
p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=0..20,color=blue,'title'="Lignes de courant")
>                                       elif (cas=2) then
 p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=0..20,color=red,'title'="Lignes equipotentielles")
>                                        else
>    p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=0..20,color=[blue, red])
>                                         end if:
>                                    od:
>
>                                       display(seq(p[k],k=-N..N));
>                                 end:
     maplet3d := Maplet(Window( 'title'= " Ecoulement autour d'une plaque vertical",'toolbar' =
ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
[
   'background'="#CCFFCC" ,
   [   " Vitesse d'ecoulement q0 en [m / s] : ", TextField['q01'](3,'value'= 1), "Longueur de la
plaque   a  en [m] :", TextField['a1'](3,'value'= 10) ,'background'="#FFFFCC"
    ],
       Plotter['PL1']('height'=320),MathMLViewer['MMLV1']('height'=100, 'width'=600),
        [      'background'="#CCFFCC",Button("Lignes de courant",foreground=blue,Action(
             Evaluate('PL1' = 'Affichage(1)'),Evaluate('MMLV1'='psi = 1/2*q0*csgn(2*x*y-
              I*x^2+I*y^2-I*a^2)*(2*(x^4+2*x^2*y^2+2*x^2*a^2+y^4-2*y^2*a^2+a^4)^(1/2)-
```

```
            2*x^2+2*y^2-2*a^2)^(1/2)')) ), Button("Lignes
             equipotentielles",foreground=red,Action( Evaluate('PL1' =
             'Affichage(2)'),Evaluate('MMLV1'='phi =
             1/2*q0*(2*(x^4+2*x^2*y^2+2*x^2*a^2+y^4-2*y^2*a^2+a^4)^(1/2)+2*x^2-
              2*y^2+2*a^2)^(1/2)')) ),
                 Button("Ensemble",Action( Evaluate('PL1' =
                  'Affichage(3)'),Evaluate('MMLV1'='f(z)=q[0] * sqrt (z^2 + a^2)')) )
        ]
  ]
                          )):
> result := Maplets[Display](maplet3d):
               end if:
     end:
           maplet := Maplet( Window( 'title'= "choix type d'écoulement à
               visualiser:",('height'=320,'width'=400,'toolbar' =
             ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
                   [TextField['TF3']( 'editable' =    'false' )],
                  BoxLayout('background'=turquoise,
                   BoxColumn('halign'='left','valign'='none','background'=turquoise,
                        BoxCell(Button("            Ecoulement Uniforme
                     ",'height'=30,'width'=360,foreground=blue,Evaluate('TF3'='myprog(2)') )),
                          BoxCell(Button("      Ecoulement de type source
                      ",'height'=30,'width'=360,foreground=blue,Evaluate('TF3'='myprog(1)')
                        )),

         BoxCell(Button("         Ecoulement de type puits
                 ",'height'=30,'width'=360,foreground=blue,Evaluate('TF3'='myprog(4)') )),
                   BoxCell(Button("            Ecoulement  tourbillonnaire
                ",'height'=30,'width'=360,foreground=blue, Evaluate('TF3'='myprog(3)'))),
                    BoxCell(Button("        Ecoulement   autour  d'un  angle
                     ",'height'=30,'width'=360,foreground=blue,
                          Evaluate('TF3'='myprog(5)'))),BoxCell(Button("Ecoulement autour
                          d'une plaque verticale  ",foreground=blue,'height'=30,'width'=360,
                  Evaluate('TF3'='myprog(6)'))))
                        )
                    )

                                   )          ):
>  Maplets[Display](maplet):
          elif (refe=2) then
              superpos:=proc(choix)
                      local  Affichage,maplet3d,result;
                          if(choix=1)then
                                Affichage:=proc(cas)
                                       local alpha,qv,q0,k,p,psi,phi,N,xs,ys;

##########################################################################
######         PROCEDURE D'EXEMPLES DE  SUPERPOSITION                ####
##########################################################################
```

```
## ###                DEMI SOLIDE DE RANKINE          ##############################
>
                                        use Maplets[Tools] in
>                                            q0:= Get( 'q01'::numeric );
                                             alpha:= Get( 'alpha1'::numeric );
>                                            qv := Get( 'qv1'::numeric );
                                             xs:= Get( 'xs1'::numeric );
                                             ys:= Get( 'ys1'::numeric );
>                                       end use;
>
>                                      N:=30;
>                 psi:=q0*y*cos(alpha)-q0*x*sin(alpha)+qv/6.28*arctan(y-ys, x-xs):
>                 phi := q0*x*cos(alpha)+q0*y*sin(alpha)+qv/12.56*ln((x-xs)^2+(y-ys)^2):
>
>                                          for k from -N to N do
>                                             if (cas=1) then
p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=blue ,title="Lignes de courant")
>                                             elif (cas=2) then
p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=red,title="Lignes equipotentielles")
>                                              else
>    p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=-10..10,color=[blue, red])
>                                          end if:
>                                        od:
>
>                                            display(seq(p[k],k=-N..N));
>                                    end:
       maplet3d := Maplet(Window( 'title'= " Demi solide de
RANKINE",'height'=600,'width'=600,'toolbar' = ToolBar(ToolBarButton("Quitter",
Shutdown())),
 [
    'background'="#CCFFCC",
         [  'background'="#CCFFCC", [Label( "Ecoulement uniforme ", 'font' = Font(
"times",bold, 16)),'background'="#FFFFCC",[" Vitesse d'écoulement q0 en [m/s] : ",
TextField['q01'](3,'value'=1)],["Angle d'incidence alpha en [°] :        ",
TextField['alpha1'](3,'value'=0)]
          ],
          [  Label( "Source", 'font' = Font( "times",bold, 16)),'background'="#FFFFCC",
                                      [        "Débit volumique qv en [m^2/s] :",
                    TextField['qv1'](3,'value'=30)],[ "xs en [m] :                        ",
               TextField['xs1'](3,'value'=0)], ["ys  en [m]:                        ",
                TextField['ys1'](3,'value'=0)]
          ]
         ],
     Plotter['PL1']('height'=320,'width'=400),
     [    'background'="#CCFFCC",Button("Lignes de courant",foreground=blue,
          Evaluate('PL1' = 'Affichage(1)') ), Button("Lignes équipotentielles",foreground=red,
               Evaluate('PL1' = 'Affichage(2)') ),
                 Button("Ensemble", Evaluate('PL1' = 'Affichage(3)') )
     ]
   ]
```

```
                  )):
                         result := Maplets[Display](maplet3d):
                                elif (choix=2)then
                                    Affichage:=proc(cas)
>                                         local qvs,k,p,psi,phi,N,xs,ys,qvp,xp,yp,q0,alpha;

> ###       SOLIDE DE RANKINE         ##############################

>                                              use Maplets[Tools] in
>                                                   xs:= Get( 'xs1'::numeric );
                                                    ys:= Get( 'ys1'::numeric );
>                                                   qvs := Get( 'qvs1'::numeric );
                                                     xp:= Get( 'xp1'::numeric );
                                                    yp:= Get( 'yp1'::numeric );
                                                    q0:= Get( 'q01'::numeric );
                                                      alpha:= Get( 'alpha1'::numeric );
                                                      qvp:= Get( 'qvp1'::numeric )
>                                                end use;
>
>                                                        N:=30;
> psi := 1/6.28*qvs*arctan(y-ys, x-xs)-1/6.28*qvp*arctan(y-yp, x-
xp)+q0*y*cos(alpha*3.14/180)-q0*x*sin(alpha*3.14/180):


                 phi := 1/12.56*qvs*ln((x-xs)^2+(y-ys)^2)-1/12.56*qvp*ln((x-xp)^2+(y-
yp)^2)+q0*x*cos(alpha*3.14/180)+q0*y*sin(alpha*3.14/180):
>                              for k from -N to N do
>                                    if (cas=1) then
 p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=blue, title="lignes de courant")
>                                    elif (cas=2) then
 p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=red, title="lignes equipotentielles")
>                                     else
>    p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=-10..10,color=[blue, red])
>                                      end if:
>                                    od:
                             display(seq(p[k],k=-N..N));
>                              end:
         maplet3d := Maplet(Window( 'title'= " Solide de
RANKINE",'height'=600,'width'=600,'toolbar' = ToolBar(ToolBarButton("Quitter",
Shutdown())),
 [   'background'="#CCFFCC",
       [   'background'="#CCFFCC",[Label( "Source", 'font' = Font( "times",bold,
              16)),'background'="#FFFFCC",["Débit volumique en
                [m^2/s]:",TextField['qvs1'](3,'value'=30)], ["xs en [m] :                        ",
                      TextField['xs1'](3,'value'=-2)],["ys en [m] :                        ",
                  TextField['ys1'](3,'value'=0)]
         ],
            [   Label( "Puits", 'font' = Font( "times",bold, 16)),'background'="#FFFFCC",["Débit
                volumique en  [m^2/s]:", TextField['qvp1'](3,'value'=30)],["xp en [m] :
                                ", TextField['xp1'](3,'value'=2)],["yp en [m] :                        ",
```

```
                    TextField['yp1'](3,'value'=0)]
            ],
            [   Label( "Ecoulement uniforme ", 'font' = Font( "times",bold,
                16)),'background'="#FFFFCC",["Angle d'incidance alpha en [°] :              ",
                TextField['alpha1'](3,'value'=0)],["  Vitesse D'écoulement q0  en [m/s] :",
                      TextField['q01'](3,'value'=1)]]
            ],
      Plotter['PL1']('height'=320),
        [  'background'="#CCFFCC", Button("Lignes de courant",foreground=blue,

         Evaluate('PL1' = 'Affichage(1)') ),  Button("Lignes équipotentielles",foreground=red,
                      Evaluate('PL1' = 'Affichage(2)') ),

                     Button("Ensemble", Evaluate('PL1' = 'Affichage(3)') )
       ]
    ]
            )):

                 result := Maplets[Display](maplet3d):
                        elif (choix=3) then
                         Affichage:=proc(cas)
                             local qv,k,p,psi,phi,N,xd,yd,alpha;

>   ###                   DOUBLET         ##############################

>                                use Maplets[Tools] in
>                                          xd := Get( 'xd1'::numeric );
                                           yd:= Get( 'yd1'::numeric );
>                                          qv := Get( 'qv1'::numeric );
                                           alpha:= Get( 'alpha1'::numeric );
>                                       end use;
>
>                         N:=30;
            psi := -qv^2*sin(-alpha*3.14/180)*(x-xd)/((x-xd)^2+(y-yd)^2)-qv^2*cos(-
alpha*3.14/180)*(y-yd)/((x-xd)^2+(y-yd)^2):
            phi := qv^2*cos(-alpha*3.14/180)*(x-xd)/((x-xd)^2+(y-yd)^2)-qv^2*sin(-
alpha*3.14/180)*(y-yd)/((x-xd)^2+(y-yd)^2):
>                 for k from -N to N do
>                             if (cas=1) then
         p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=blue,'title'="Lignes de courant" )
>                          elif (cas=2) then
         p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=red,'title'="Lignes
equipotentielles")
>                             else
>    p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=-10..10,color=[blue, red])
>                            end if:
>                          od:
>
>                          display(seq(p[k],k=-N..N));
>
```

```
>                   end:
          maplet3d := Maplet(Window( 'title'= "  Doublet",'height'=600,'width'=600,'toolbar' =
                              ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
    [
        'background'="#CCFFCC",["(xd,yd) : Coordonnées de
              doublet",'background'="#FFFFCC"],

              [      'background'="#CCFFCC", [["Débit volumique qv en [m^2 / s]:",
                  TextField['qv1'](3,'value'=5)],["alpha en [°]:                  ",
                TextField['alpha1'](3,'value'=0)],'background'="#FFFFCC"], [["xd en [m] :",
                  TextField['xd1'](3,'value'=0)],["yd en [m]:",
                   TextField['yd1'](3,'value'=0)],'background'="#FFFFCC"]
              ],
      Plotter['PL1']('height'=320),
               [       'background'="#CCFFCC",Button("Lignes de courant",foreground=blue,
                    Evaluate('PL1' = 'Affichage(1)') ), Button("Lignes
                    équipotentielles",foreground=red, Evaluate('PL1' = 'Affichage(2)') ),
                      Button("Ensemble", Evaluate('PL1' = 'Affichage(3)') )
               ]
    ]
       )):
>              result := Maplets[Display](maplet3d):
                        elif (choix=4) then
                         Affichage:=proc(cas)
>                             local Gamma,qv,k,p,psi,phi,N,xs,xv,ys,yv;

> ###    SUPERPOSITION D'UNE SOURCE ET D'UN VORTEXE    ##################

>                   use Maplets[Tools] in
>                           Gamma:= Get( 'Gamma1'::numeric );
                              xs:= Get( 'xs1'::numeric );
                               xv:= Get( 'xv1'::numeric );
                                ys:= Get( 'ys1'::numeric );
>                                qv := Get( 'qv1'::numeric );
                                  yv:= Get( 'yv1'::numeric );
>                        end use;
>
>                     N:=30;
>             psi := -1/12.56*Gamma*ln((x-xv)^2+(y-yv)^2)+1/6.28*qv*arctan(y-ys, x-xs):
>             phi := 1/6.28*Gamma*arctan(y-yv, x-xv)+1/12.56*qv*ln((x-xs)^2+(y-ys)^2):
>                   for k from -N to N do
>                        if (cas=1) then
p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=blue, title="Lignes de courant")
>                         elif (cas=2) then
p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=red, title="Lignes equipotentielles")
>                         else
>   p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=-10..10,color=[blue, red])
>                         end if;
>                        od:
                              display(seq(p[k],k=-N..N));
```

```
>
>                              end:
maplet3d := Maplet(Window( 'title'= " Superposition d'une source et un
                           vortex",'height'=600,'width'=600,'toolbar' =
                             ToolBar(ToolBarButton("Quitter",
                                      Shutdown())),
                          [   'background'="#CCFFCC",
                               [   'background'="#CCFFCC",[ Label( "Source", 'font' = Font(
                                    "times",bold,
                                        16)),'background'="#FFFFCC", ["Débit volumique en
                                           [m^2/s]:",TextField['qv1'](3,'value'=15)], ["Xs  en  [m] :
                                   ",
                                         TextField['xs1'](3,'value'=0)],[" Ys en [m] :                        ",
                                       TextField['ys1'](3,'value'=0)]],[Label( "Vortex", 'font' = Font(
                                        "times",bold,
                                       16)),'background'="#FFFFCC",["  Circulation Gamma en [m^2
                                                  / s]:",
                                    TextField['Gamma1'](3,'value'=15)],["Xv en [m] :
                                                    ",
                                           TextField['xv1'](3,'value'=0)],["Yv en [m] :
                                                   ",
                                             TextField['yv1'](3,'value'=0)]
                              ]
                        ],
          Plotter['PL1']('height'=320),
      [       'background'="#CCFFCC",
            Button("Lignes de courant",foreground=blue, Evaluate('PL1' = 'Affichage(1)') ),
            Button("Lignes équipotentielles",foreground=red, Evaluate('PL1' = 'Affichage(2)') ),
           Button("Ensemble", Evaluate('PL1' = 'Affichage(3)') )
      ]
]
             )          ):
> result := Maplets[Display](maplet3d):
>                              end if:
                          end:

maplet := Maplet( Window('height'=220,'width'=420,( 'title'= " Exemples de superposition des
écoulements élémentaires:",'toolbar' = ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
 [ TextField['TF3']( 'editable' = 'false' )],

       BoxLayout('background'="#FFE7FD",
       BoxColumn('halign'='left','valign'='none','background'="#FFE7FD",
       BoxCell(Button("          Demi solide de RANKINE
            ",'height'=30,'width'=360,foreground="#990099",Evaluate('TF3'='superpos(1)') )),
               BoxCell(Button("           Solide de RANKINE
                 ",'height'=30,'width'=360,foreground="#990099",Evaluate('TF3'='superpos(2)')
                  )),

               BoxCell(Button("       Ecoulement de type doublet
            ",'height'=30,'width'=360,foreground="#990099",Evaluate('TF3'='superpos(3)') )),
```

```
              BoxCell(Button("Superposition d'une source et d'un vortex
              ",'height'=30,'width'=360,foreground="#990099", Evaluate('TF3'='superpos(4)')))
                         ))
                        )

                    )):

>       Maplets[Display](maplet):
>                   elif (refe=3) then
                        Affichage:=proc(cas)
>                          local Gamma,qvs,k,p,psi,phi,N,xs,xv,ys,yv,qvp,xp,yp,q0,alpha;
>
################################################################################
#######                PROCEDURE DE SUPERPOSITION                  #####
################################################################################
>                             use Maplets[Tools] in
>                                 Gamma:= Get( 'Gamma1'::numeric );
                                  xs:= Get( 'xs1'::numeric );
                                  xv:= Get( 'xv1'::numeric );
                                  ys:= Get( 'ys1'::numeric );
>                                 qvs := Get( 'qvs1'::numeric );
                                   yv:= Get( 'yv1'::numeric );
                                    xp:= Get( 'xp1'::numeric );
                                   yp:= Get( 'yp1'::numeric );
                                   q0:= Get( 'q01'::numeric );
                                   alpha:= Get( 'alpha1'::numeric );
                                   qvp:= Get( 'qvp1'::numeric )
>                              end use;
>
>                           N:=30;
>              psi := 1/6.28*qvs*arctan(y-ys, x-xs)-1/6.28*qvp*arctan(y-yp, x-
xp)+q0*y*cos(alpha*3.14/180)-q0*x*sin(alpha*3.14/180)-1/12.56*Gamma*ln((x-xv)^2+(y-
yv)^2):
            phi := 1/12.56*qvs*ln((x-xs)^2+(y-ys)^2)-1/12.56*qvp*ln((x-xp)^2+(y-
yp)^2)+q0*x*cos(alpha*3.14/180)+q0*y*sin(alpha*3.14/180)+1/6.28*Gamma*arctan(y-yv,
x-xv):
>                      for k from -N to N do
>                            if (cas=1) then
  p[k]:=implicitplot(psi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=blue, title="lignes de courant")
>                            elif (cas=2) then
p[k]:=implicitplot(phi=k,x=-10..10,y=-10..10,color=red, title="lignes equipotentielles")
>                              else
>   p[k]:=implicitplot([psi=k,phi=k],x=-10..10,y=-10..10,color=[blue, red])
>                              end if:
>                      od:
>
>               display(seq(p[k],k=-N..N));
>              end:
 maplet3d := Maplet(Window( 'title'= " Superposition des écoulements élémentaires
",'toolbar' = ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
```

```
 [   'background'="#CCFFCC",
      [     'background'="#CCFFCC",[Label( "Source", 'font' = Font( "times",bold,
         16)),'background'="#FFFFCC",['background'="#FFFFCC","Débit volumique en
           [m^2/s]:",TextField['qvs1'](3,'value'=20)], ["xs en [m] :                          ",
             'background'="#FFFFCC",TextField['xs1'](3,'value'=-2)],["ys en [m] :
              ",'background'="#FFFFCC", TextField['ys1'](3,'value'=0)]
        ],
             [          Label( "Vortex", 'font' = Font( "times",bold,
                 16)),'background'="#FFFFCC",["Circulation en

                    [m^2/s]:",'background'="#FFFFCC",TextField['Gamma1'](3,'value'=10)],
                       ["Xv en
               [m]:             ",'background'="#FFFFCC", TextField['xv1'](3,'value'=0)],["yv
               en [m] :              ",'background'="#FFFFCC",
                   TextField['yv1'](3,'value'=5)]
              ],
              [                           Label( "Puits", 'font' = Font( "times",bold,
                      16)),'background'="#FFFFCC",["Débit volumique en
                 [m^2/s]:",'background'="#FFFFCC", TextField['qvp1'](3,'value'=20)],["xp en
                   [m] :                        ",'background'="#FFFFCC",
                   TextField['xp1'](3,'value'=2)],["yp en [m] :
                    ",'background'="#FFFFCC", TextField['yp1'](3,'value'=0)]
              ],
              [          Label(
                      "Ecoulement uniforme", 'font' = Font( "times",bold,
                      16)),'background'="#FFFFCC",["alpha en [°] :
                      ",'background'="#FFFFCC", TextField['alpha1'](3,'value'=0)],["  Vitesse
                     q0  en [m/s] :",'background'="#FFFFCC", TextField['q01'](3,'value'=1)]]
             ],
>            Plotter['PL1']('height'=320),
>            [    'background'="#CCFFCC", Button("Lignes de courant",foreground=blue,
               Evaluate('PL1' = 'Affichage(1)') ),  Button("Lignes
                équipotentielles",foreground=red, Evaluate('PL1' = 'Affichage(2)') ),
>
                         Button("Ensemble", Evaluate('PL1' = 'Affichage(3)') )
        ]
     ]
  )):
> result := Maplets[Display](maplet3d):
    end if:
 end:

  maplet := Maplet( Window('height'=190,'width'=400,('toolbar' =
                ToolBar(ToolBarButton("Quitter", Shutdown())),
                [ TextField['TF3']( 'editable' = 'false' )],
               BoxLayout('background'="#DCFAE0",
                BoxColumn('halign'='left','valign'='none','background'="#DCFAE0",
               BoxCell(Button("           Ecoulements élémentaires
              ",'height'=30,'width'=360,foreground="#0B4B1C",Evaluate('TF3'='reference(1)')
                      )        ),
```

```
                BoxCell(Button(" Superposition des écoulements élémentaires
               ",'height'=30,'width'=360,foreground="#0B4B1C",Evaluate('TF3'='reference(3)')
                            )          ),
                BoxCell(Button("         Exemples de superposition
               ",'height'=30,'width'=360,foreground="#0B4B1C",Evaluate('TF3'='reference(2)')
                                )           )
                          )           )
                      )

)     ):
>           Maplets[Display](maplet):
```

===================== Fin du Programme ====================