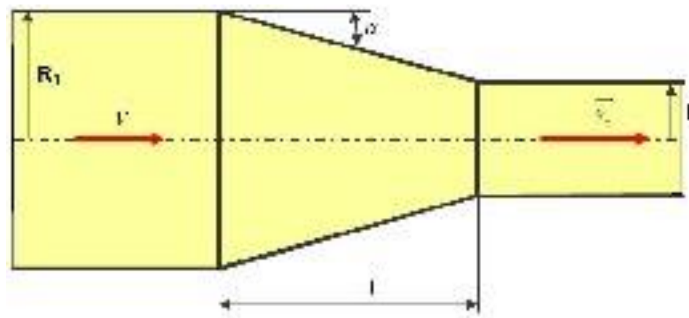
Exercice 1:

On veut accélérer la circulation d'un fluide parfait dans une conduite de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle (schéma ci-dessus).



1) Calculer le rapport des rayons (R_1/R_2).
2) Calculer (R_1-R_2) en fonction de L et α. En déduire la longueur L. (R_1=50 mm, α=15°).

Exercice 2:

Un fluide parfait incompressible s'écoule d'un orifice circulaire situé sur le côté d'un réservoir avec un débit volumique $q_v = 0{,}4 l{=}s$. Le diamètre de l'orifice est d=10mm.

1) Déterminer la vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice.
2) Appliquer le théorème de Bernoulli.
3) A quelle distance de la surface libre se trouve l'orifice ?

Exercice 3:

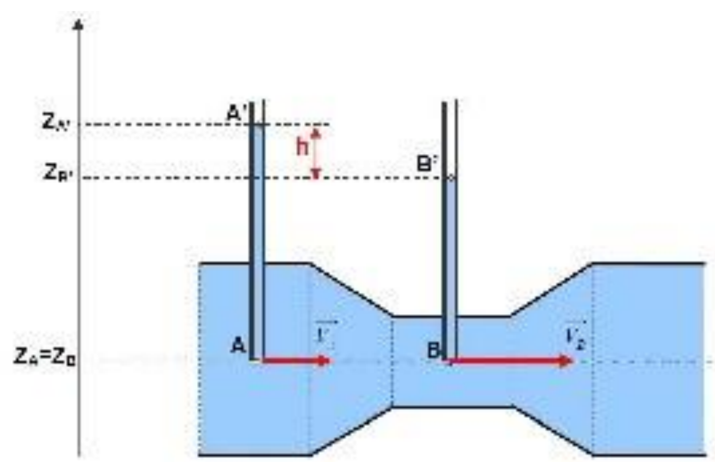
Le fuel contenu dans le réservoir source (1) est transféré vers le réservoir (2) par l'intermédiaire d'une pompe et d'une canalisation. On donne :

- Le débit volumique q_v= 200 l/s.

- La densité du fuel d= 0,85.
- Z_1=15 m et Z_2=55 m.
- On suppose le fuel comme fluide parfait et que les niveaux des réservoirs varient lentement. Déterminer, alors, la puissance Pa mécanique sur l'arbre de la pompe si son rendement est de 0,8.

Exercice 4:

Une conduite de section principale S_A et de diamètre d subit un Étranglement en B où sa section est S_B. On désigne par $\alpha = \dfrac{S_A}{S_B}$ le rapport des sections. Un fluide parfait incompressible de masse volumique, s'écoule l'intérieur de cette conduite. Deux tubes plongent dans la conduite ayant des extrémités respectivement A et B. Par lecture directe de la dénivellation h, les deux tubes permettent de mesurer le débit volumique q_v qui traverse la conduite.



1) Ecrire l'équation de continuité. En déduire l'expression de la vitesse V_B en fonction de V_A et .
2) Ecrire la relation de Bernoulli entre les points A et B. En déduire l'expression de la différence de pression (P_A-P_B) en fonction de , V_A et .
3) Ecrire la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et A .

4) Ecrire la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points B et B .
5) En déduire l'expression de la vitesse d'écoulement V_A en fonction de g, h, et .
6) Donner l'expression du débit volumique q_v en fonction de d, g, h, et .

Faire une application numérique pour :

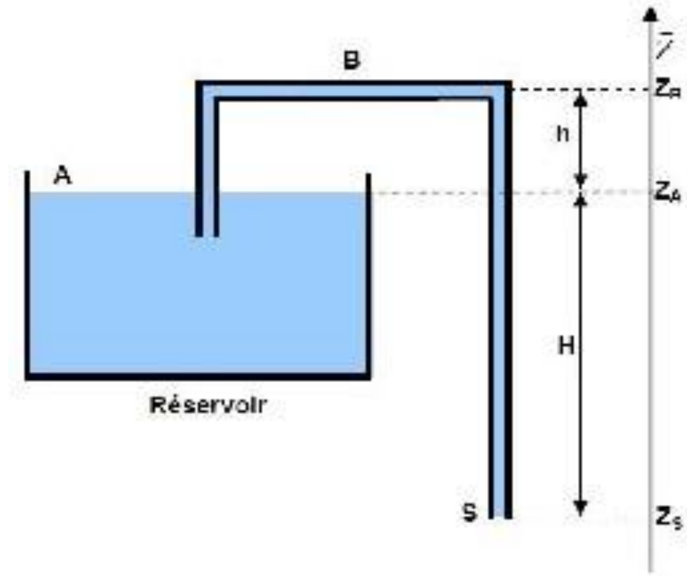
- un diamètre de la section principale d=50 mm,
- un rapport de section = 2 ,
- une accélération de pesanteur : g= 9,81 m/s², - une dénivellation h=10 mm.

Exercice 5:

On considère un siphon de diamètre d=10 mm alimenté par un réservoir d'essence de grandes dimensions par rapport d et ouvert l'atmosphère. On suppose que :

- le fluide est parfait.
- le niveau du fluide dans le réservoir varie lentement.
- L'accélération de la pesanteur g=9.81 m.s ^{2}.
- le poids volumique de l'essence: ϖ= 6896 N/m^3 .
- $H=Z_A - Z_S$ =2,5 m.

1) En appliquant le Théorème de Bernoulli entre les points A et S, calculer la vitesse d'écoulement VS dans le siphon.
2) En déduire le débit volumique q_V.
3) Donner l'expression de la pression P_B au point B en fonction de h, H, ϖ et P_{atm}. Faire une application numérique pour h=0.4 m.
4) h peut-elle prendre n'importe quelle valeur ? Justifier votre réponse.

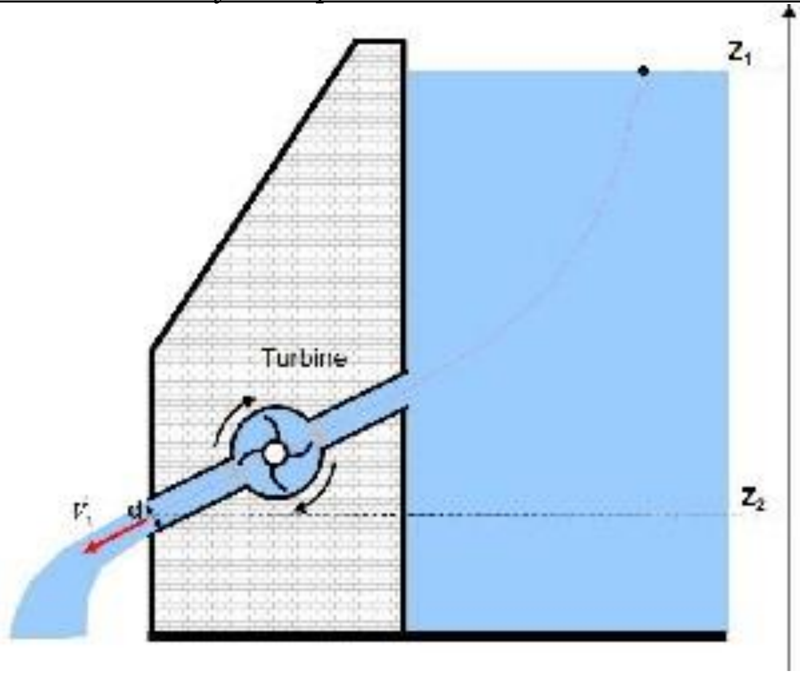


Exercice 6:

La figure ci-dessous représente un barrage qui est équipé d'une turbine dont les aubes sont entra nées par un jet d'eau sous pression. La conduite de sortie de diamètre d= 2,5 m est situé une altitude Z_1=5m. Le débit volumique q_v=25 m^3/s. On suppose que le niveau d'eau dans le barrage (Z_1=30 m) varie lentement (V_1=0), et les pertes de charges sont évaluées à J_{12} =-32,75 J/kg. On donne :

- la masse volumique de l'eau: 1000 kg/m^3*:*
- l'accélération de la pesanteur : g=9,81 m/s^2*:*

1) Calculer la vitesse V_2 d'écoulement d'eau la sortie de la canalisation en m/s.
2) En appliquant le théorème de Bernoulli, déterminer la puissance Pa disponible sur l'arbre de la turbine en MW si son rendement est de 60%.



Solution 01:

1) On applique l'équation de continuité :

$V_1 .S_1 = V_2 .S_2$ ou encore: or $S_1 =\pi.R^2{}_1$ et $S_2=\pi.R_2{}^2$ d'où : $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}} = 2$

2) $tg\alpha = \frac{R_1 - R_2}{L}$, donc: $L = \frac{R_1 - R_2}{tg\alpha}$, or : $R_1=2R_2$, donc: $L = \frac{R_1}{2tg\alpha}$, A.N.: L = 93,3 mm.

Solution 02:

1) Vitesse d'écoulement : $V = \frac{q_v}{S} = \frac{4q_v}{\pi d^2}$, A.N. : $V = \frac{4.(0,4.10^{-3})}{\pi.(0,01)^2} =$ 5,1m/ s

2) Théorème de Bernoulli : $\frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{P_1}{\varpi} = \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + \frac{P_2}{\varpi}$
2

On a Z_1-Z_2=h ; $P_1=P_2=P_{atm}$; $V_1=0$, donc: $h = \frac{V_2}{2g}$

A.N. : $h = \frac{(5,1)^2}{2.9,81} = 1,32m.$

Solution 03::

Appliquons le Théorème de Bernoulli entre les surfaces libres S_1 et S_2 :

$$\frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1^2) + \rho g(Z_2 - Z_1) + (P_2 - P_1) = \frac{P_n}{q_v}$$

or $P_1=P_2=P_{atm}$ et $V_1 = V_2$ par hypothèse.

Donc : $P_n = q_v .[\rho g(Z_2 - Z_1)]$; or : $\eta = \frac{P_n}{P_a}$,

$$P_a = \frac{1}{\eta}.q_v \times [\rho g(Z_2 - Z_1)], or : \eta = \frac{P_n}{P_a}$$

A.N. : Pa=83,385 kW.

Solution 04:

1) Equation de continuité : $V_A.S_A = V_B.S_B \; d'ou : V_B = V_A \frac{S_A}{S_B}, donc : V_B = V_A.\alpha$

2) $P_A + \rho g Z_A + \frac{1}{2}\rho V_A^2 = P_B + \rho g Z_B + \frac{1}{2}\rho V_B^2$,

or: $Z_A = Z_B$; donc: $P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho(\alpha V_A)^2 - \frac{1}{2}\rho(V_A^2)$

ou encore: $P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho.V_A^2.(\alpha^2 - 1)....(1)$

3) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et A :

$P_A - P_{A'} = \rho\, g(Z_{A'} - Z_A)$ (2)

4) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points B et B :

$P_B - P_{B'} = \rho\, g(Z_{B'} - Z_B)$ (3)

5) On sait que : $P_{A'} = P_{B'} = P_{atm}$ et $Z_A = Z_B$; donc:

$P_A - P_B = (P_A - P_{A'})\ (P_B - P_{B'}) = \rho g[(Z_{A'} - Z_A) - (Z_{B'} - Z_B)] = \rho g(Z_{A'} - Z_{B'}) = \rho g h$

D'après la relation (1): $\rho g h = \frac{1}{2}\rho V_A^2(\alpha^2 - 1)$

Donc : $V_A = \sqrt{\frac{2gh}{(\alpha^2 - 1)}}$

6) On sait que $q_v = S_A\, V_A$ ou encore : $q_v = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2gh}{(\alpha^2 - 1)}}$, A.N.: $q_v = 0{;}5\ l{=}s$.

Solution 05:

1) Appliquant Bernoulli entre S et A: $\frac{V_S^2}{2g} + Z_S + \frac{P_S}{\varpi} = \frac{V_A^2}{2g} + Z_A + \frac{P_A}{\varpi}$

on a : $P_S = P_A = P_{atm}$, $V_A = 0$ et $Z_A - Z_S = H$

$V_S = \sqrt{2gH}$, A.N.: $V_S = \sqrt{2.9{,}81.2{,}5} = 7 m/s$

2) Le débit volumique : A.N.: $q_v = V_S \cdot \frac{\pi d^2}{4}$

$q_v = 7.\frac{\pi(0{,}01)^2}{4} = 5{,}5.10^{-4} m^3/s = 0{,}55 l/s$

3) Théorème de Bernoulli entre B et S : $\frac{V_B^2}{2g} + Z_B + \frac{P_B}{\varpi} = \frac{V_S^2}{2g} + Z_S + \frac{P_S}{\varpi}$,

Or $V_s = V_B$, $Z_B - Z_S = H + h$ et $P_s = P_{atm}$

$P_B = P_{atm} - \varpi(H + h)$ A.N.: $P_B = 10^5 - 6896.(2{,}5 + 0{,}4) = 80001{,}6 Pa = 0{,}8 bar$

4) Non ! Il faut que $P_B > 0$ $h < \frac{atm}{\varpi} - H$

Équivaut à : , A.N.: $h < \frac{10^5}{9{,}81 \cdot 700} - 2{,}5 = 12m.$

Solution 05:

1) $V_2 = \frac{4q_v}{\pi.d^2} = \frac{4.25}{\pi.(2,5)^2} = 5,093\ m/s$

2) Equation de Bernoulli entre (1) et (2):

$$\frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1^2) + (P_2 - P_1) + \rho g(Z_2 - Z_1) = \frac{P_n}{q_v} + \rho \cdot J_{12}$$

or: $P_1 = P_2\, , V_1 = 0\, et\, P_a = \eta.P_n$

donc : $P_a = \eta.\rho.q_v\left[g(Z_2 - Z_1) + \frac{V_2^2}{2} - J_{12}\right]$

A.N.: $$P_a = 0,6 \cdot 1000 \cdot 25 \cdot \left[9,81 \cdot (5 - 30) + \frac{25}{2} + 32,75\right] = -3 \cdot 10^6 W = -3MW$$