Université Batna2 -Institut HSI-
1°année LMD
Physique 2 (électricité) /F212

<u>TD N°02</u>

<u>Electrostatique</u>

<u>Exercice 01:</u>

Soit une sphère, de rayon $\boldsymbol{a = 5cm}$, chargée avec une densité de charge volumique constante $\boldsymbol{\rho = 5.3\ 10^{-5} C/m^3}$. En utilisant le théorème de ***GAUSS***, déterminer les expressions du champ électrostatique ***E(r)*** et du potentiel électrique ***V(r)*** en un point (M) situé à une distance (r) du centre de la sphère. On donne$\boldsymbol{V}(\infty) = \boldsymbol{0}$.

1° cas : le point (M) est à l'intérieur de la sphère$(r < a)$.

2° cas : le point (M) est situé sur la surface de la sphère$(r = a)$.

3° cas : le point (M) est à l'extérieur de la sphère$(r > a)$.

<u>Exercice 02:</u>

Soit un fil conducteur de longueur infinie, chargé avec une densité de charge linéaire ***(λ)*** constante. Ce fil est entouré d'une enveloppe d'épaisseur ***(e)***, de rayon intérieur ***(a)*** et de rayon extérieur ***(b).*** L'enveloppe est chargée en volume avec une densité constante$(\boldsymbol{\rho})$. En utilisant le théorème de ***GAUSS***, déterminer les expressions du champ électrostatique ***E(r)*** et du potentiel électrique ***V(r)*** en un point (M) situé à une distance (r) du fil.

1° cas : le point (M) est situé entre le fil et son enveloppe$(r < a)$.

2° cas : le point (M) est situé dans l'enveloppe$(a < r < b)$.

3° cas : le point (M) est à l'extérieur de l'enveloppe$(r > b)$.

Solution:

Exercice 01:

Théorème de GAUSS: $\oiint_{(s)} \vec{E}\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$

Pour le cas d'une sphère, $\vec{E}//\overrightarrow{ds} \Rightarrow \oiint_{(s)} \vec{E}\overrightarrow{ds} = \oint_{(s)} E.ds = E\oiint_{(s)} ds = E.S = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$

Donc : $E = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0 .S}$.

On choisi une surface de Gauss, la surface d'une sphère de centre(o) et de rayon (r), alors $S = 4\pi r^2$.

$\sum Q_i$ est la charge réelle à l'intérieur de la surface de Gauss.

$$Q = \iiint_v \rho dv = \rho \iiint_v dv = \rho.V$$

Avec V : volume réel qui contient la charge Q contenue dans la sphère de Gauss.

1. ***Calcul du champ électrique E(r).***

<u>***1^er^ cas** : $(r < a)$*</u> $E_1 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0 S_1}$

Tels que : $S_1 = 4\pi r^2$, $Q_1 = \rho V_1$ et $V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$

V_1 : volume de la sphère de rayon $r < a$.

donc $E_1(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r$

<u>***2ème cas** : $(r = a)$*</u> $E_2 = \frac{Q_2}{\varepsilon_0 S_2}$

avec : $S_2 = 4\pi a^2$, $Q_2 = \rho V_2$ et $V_2 = \frac{4}{3}\pi a^3$ donc $E_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} a$

<u>***3ème cas** : $(r > a)$*</u> $E_3 = \frac{Q_3}{\varepsilon_0 S_3}$

$S_3 = 4\pi r^2$ et $Q_3 = \rho V_3$.

V_3: le volume qui contient la charge réelle, c.à.d. la charge de la sphère donnée, donc $V_3 = \frac{4}{3}\pi a^3$ Alors $E_3(r) = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$

2. ***Détermination du potentiel électrique V(r).***

On a $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \Rightarrow E(r) = -\frac{dV}{dr}$, donc $dV = -E(r).dr \Rightarrow V(r) = -\int E(r)dr + C$

C : Cte déterminée par les conditions aux limites.

<u>1^er^ cas</u> <u>: $(r < a)$</u> :

$V_1(r) = -\int E_1(r)dr = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\int r dr = -\frac{\rho}{6\varepsilon_0}r^2 + C_1$

<u>3^ème^ cas</u> <u>: $(r > a)$</u>

$V_3(r) = -\int E_3(r)dr = -\frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0}\int \frac{1}{r^2}dr = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r} + C_2$

3. ***Détermination des constantes d'intégration C_1 et C_2.***

On a $V(\infty) = 0 \Rightarrow \lim_{r\to\infty} V_3(r) \Rightarrow \lim_{r\to\infty}(\frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r}) + C_2 = 0 \Rightarrow c_2 = 0$

Donc pour $(r > a)$, $V_3(r) = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r}$.

Le potentiel électrique est une grandeur contenue, c.à.d. :

$$\lim_{\substack{r\to a\\<}} V(r) = \lim_{\substack{r\to a\\>}} V(r) = V(r = a)$$

$$\Rightarrow V_1(r = a) = V_3(r = a) = V_2$$

$$\Rightarrow -\frac{\rho}{6\varepsilon_0}a^2 + C_1 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}a^2 \Rightarrow C_1 = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}a^2$$

Donc pour $(r < a)$, $\quad V_1(r) = -\frac{\rho}{6\varepsilon_0}r^2 + \frac{\rho}{2\varepsilon_0}a^2$

Et pour $(r = a)$, $\quad V_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}a^2$