

Série de TD N°1
Rappels mathématiques
Partie I : Analyse dimensionnelle

Exercice 1 :

1. Compléter le tableau suivant :

Grandeur physique	Symbole de la grandeur	Formule utilisée	dimension	Unité (SI)
Surface				
Volume				
Masse volumique				
Vitesse				
Accélération				
force				
pression				
Energie				
Puissance				

2. L'unité de la force dans le système international est le Newton et dans système GCS est la dyne. Trouve le rapport entre les deux unités de la force.

Exercice 2 :

La force d'attraction qui s'exerce entre deux points matériels de masse m et m' , séparés par une distance r , est donnée en module par la loi de Newton :

$$F = G \cdot \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

G est la constante de gravitation.

1. Quelle est la dimension de la constante de gravitation.
2. Déduire son unité dans le système SI.

Exercice 3 :

Les expressions suivantes sont-elles homogènes, c'est-à-dire susceptibles d'être physiquement acceptables ?

- a) $m_1^2 - m_2 = m^3$
- b) $m_1 \cdot l_1 = m_2 \cdot l_2 \cdot e^{-t_1}$
- c) $\frac{l_1}{l_2} = \ln \left(\frac{t_1}{t_2} \right)$
- d) $m_1 \cdot \cos \left(\frac{l_1 t_1}{l_2 t_2} \right) = m_2 \cdot e^{-\frac{t_1}{t_2}}$

Où l_i représente une longueur, m_i une masse et t_i un temps.

Exercice 4 :

1. L'expérience démontre que la force avec laquelle agit un liquide sur une bille immergée dedans est proportionnelle au rayon de la bille R ainsi qu'à sa vitesse linéaire v . On écrit son expression : $F = 6\pi\eta^x R^y v^z$ où η est un Coefficient de dimension $[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$. Trouve x , y et z .
2. Quand la vitesse est un peu élevée, l'expression de la force devient $F = kSv^2$ où k est une Constante et S la surface du grand cercle. Trouvez la dimension de la constante k .

Partie II : Calcul d'incertitude

Exercice 1 :

Cinq étudiants se sont relayés pour mesurer le diamètre d'un disque compact, ils inscrivent leurs résultats dans le tableau suivant :

Etudiant 1	Etudiant 2	Etudiant 3	Etudiant 4	Etudiant 5
120,5 mm	119,0 mm	119,7 mm	118,9 mm	120,0 mm

1. Donner le résultat de cet ensemble de mesures par deux méthodes différentes.
2. Quelle est la précision de mesure dans chaque cas.

Exercice 2:

La résistivité électrique (ρ) d'un fil cylindrique de longueur l , de diamètre D et de résistance (R) est donnée par la relation :

$$\rho = \frac{\pi \cdot R \cdot D^2}{4 \cdot l}$$

1. Donner l'incertitude sur la résistivité électrique (ρ) en utilisant :
 - a. La méthode de la différentielle totale.
 - b. La méthode logarithmique.
2. Calculer ρ , l'incertitude absolue ($\Delta\rho$) et donner la précision de la mesure ($\Delta\rho/\rho$).

On donne pour l'application numérique :

$l = (2,0000 \pm 0,0001)\text{m}$, $R = (2,4562 \pm 0,0002)\Omega$, $D = (2,30 \pm 0,01)\text{mm}$. On suppose connu exactement.

Exercices additionnels

Exercice 1 :

La trajectoire $y=f(x)$ d'un projectile lâché avec une vitesse initiale (v_0) à partir d'un point (o) situé à une hauteur (h) du plan d'impact, est donnée par la formule suivante :

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$$

Démontrez que cette formule est homogène. (g est l'accélération de la pesanteur)

Exercice 2 :

Dans un fluide, une bille de rayon r animée d'une vitesse v est soumise à une force de frottement donnée par : $F = 6\pi r\eta v$, où η est la viscosité du fluide.

1. Quelle est la dimension de η ?
2. Lorsque la bille est lâchée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$, sa vitesse s'écrit pour $t > 0$:

$$v = a(1 - \exp(-t/b))$$

Où a et b sont deux grandeurs qui dépendent des caractéristiques du fluide. Quelles sont les dimensions de a et b ?

Exercice 3 :

L'expérience a montré que la vitesse v du son dans un gaz n'est fonction que de la masse volumique du gaz ρ et de son coefficient de compressibilité χ . Elle est donnée par $v = k\rho^x\chi^y$. On rappelle que χ est homogène à l'inverse d'une pression et k est une constante sans dimension. Déterminer la relation de la vitesse du son v .

Exercice 4 :

La mesure du rayon d'un disque donne $r = 5 \pm 0.4$ cm. Calculer la surface S du disque, ainsi que les incertitudes de la mesure (absolue et relative).

Exercice 5 :

Pour calculer l'accélération terrestre g utilisant un pendule simple, on mesure la longueur du pendule l ainsi que la période d'oscillation T et on utilise la loi $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

avec $l = (0,997 \pm 0.005)$ m et $T = (2.03 \pm 0.01)$ s. Donner les incertitudes absolue et relative de la mesure de g .

Exercice 6 :

Si on lance depuis le sol un objet avec une vitesse v et sous un angle α par rapport à l'horizontale, la hauteur maximale atteinte par l'objet est donnée par la formule :

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$$

Les mesures sur la vitesse et l'angle donnent $v_0 = 3 \pm 1$ m/s et $\alpha = 1 \pm 0,05$ rad. On donne $g = 9,80$ m/s² (l'accélération gravitationnelle). Déterminer l'incertitude relative sur h ($\Delta h/h$) et également l'incertitude absolue Δh .

Exercice 7 :

L'énergie d'un mobile en mécanique relativiste est donnée par la relation suivante :

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Où m_0 est la masse du mobile, v sa vitesse et c vitesse de la lumière. Sachant que : $m_0 = (1.000 \pm 0.001)$ kg, $c = (2997280.0 \pm 0.8)$ km/s et $v = (200000.0 \pm 0.8)$ km/s.

Calculer l'incertitude relative ($\frac{\Delta E}{E}$).

Exercice 8 :

Afin de calculer le périmètre et l'aire d'un rectangle, nous avons répété les mesures de sa longueur L et de sa largeur l cinq fois. Nous avons obtenu les valeurs suivantes en cm :

L	9	9.1	8.9	8.8	9
l	6.1	5.9	6.2	6.1	6

- Donner des valeurs approchées de L et l ;
- Déterminer les incertitudes sur les mesures de L et l en prenant les Ecartés absolus ;
- Donner les valeurs approchées du périmètre P et de l'aire A du rectangle en question ;
- Calculer les incertitudes absolues et relatives sur les mesures de P et A .