**Solution TD N 1**

**Série de TD N°1: les systèmes de numération et codes binaires**

**Exercice N°1:**

***1) Méthode de conversion décimal en binaire, octal et* hexadécimal*:***

**1.1) la règle générale de la conversion décimal-binaire :**

**Conversion de la partie entière:** Il s'agit de répéter la division successive par 2. **Conversion de la partie fractionnelle:** Il s'agit de répéter la multiplication successive par 2. **Remarque :**

1-dans la Conversion de la partie entière (division par 2)**,** le nombre binaire résultant s'obtient en écrivant le premier reste à la position du bit de poids le plus faible (LSB) et le dernier reste à la position du bit de poids le plus fort (MSB).

**2-**dans la Conversion de la partie fractionnelle (multiplication par 2), le nombre binaire résultant s'obtient en écrivant le premierchiffre à la position du bit de poids le plus fort (MSB).

**D (23.21124)10=( ؟ )2**

**La partie entière :**

1. 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | **11** |  | 2 |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1 |  | **5** |  | 2 |  |  |  |  |
|  |  |  | 1 | |  | **2** |  | 2 |  |  |
|  |  |  |  |  | 0 | |  | **1** |  | 2 |
|  |  |  |  |  |  |  | 1 | |  | **0** |
| **la partie fractionnelle :** | | |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **0.21124 x 2=0,42248 →0** | | | | |  |  |  |  |  |  |
| **0,42248 x 2=0,84496** | | | **→0** | |  |  |  |  |  |  |
| **0, 84496** | **x 2=1,68992 →1** | | | |  |  |  |  |  |  |
| **0, 68992** | **x 2=1,37984 →1** | | | |  |  |  |  |  |  |
| **0, 37984** | **x 2=0,75968 →0** | | | |  |  |  |  |  |  |
| **0, 75968** | **x 2=1,51936 →1** | | | |  |  |  |  |  |  |

Le résultat est donc (23,21124**)10**=( 10111,001101)2

1. **(27)10=( ؟ )2**
2. 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | **13** | 2 |  |  |  |  |  |  |
|  | 1 | **6** |  | 2 |  |  |  |  |
|  |  | 0 |  | **3** |  | 2 |  |  |
|  |  |  | 1 | |  | **1** |  | 2 |
|  |  |  |  |  | 1\* | |  | **0** |

Le résultat est donc 2710=110112.

1. **(657)10=( ؟ )2**
2. 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | **328** | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | **164** |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 0 |  | **82** |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 0 | |  | **41** |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 1 | |  | **20** |  | **2** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **0** | |  | **10** |  | **2** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | **0** | |  | **5** |  | **2** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **1** | |  | **2** |  | **2** |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **0** | |  | **1** |  | **2** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **1msb** |  | **0** |

Le résultat est donc **657)10**=( 1010010001)2

1. **(0.6425)10=( ؟ )2**

**0.6425 x 2=1,285→1**

**0,285 x 2=0,57 →0**

**0,57 x 2=1,14 →1**



1

**Solution méthodique de la série TD N 1**

**0,14 x 2=0,28 →0**

**0,28 x 2=0,56 →0**

**0,56 x 2=1,12 →1**

**0,12 x 2=0,24 →0**

Le résultat est donc (0,**6425)10**=( 0,1010010)2

**1.2) la règle générale de la Conversion décimal-octal:**

**Conversion de la partie entière**: cette fois Il s'agit de répéter la division successive par 8.

**Conversion de la partie fractionnelle :** Il s'agit de répéter la multiplication successive par 8.

**1.3) la règle générale de la Conversion décimal-hexadécimal:**

**Conversion de la partie entière**: cette fois Il s'agit de répéter la division successive par 16.

**Conversion de la partie fractionnelle :** Il s'agit de répéter la multiplication successive par 16.

**D (23.21124)10=( ؟ )H**

**La partie entière :**

1. 16

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 7 | **1** | 16 |

1. **0**

**la partie fractionnelle :**

**0.21124 x 16=3,37984 →3**

**0. 37984 x 16=6,07744 →6**

Le résultat est donc (23,21124)10=( 17,36 )H

1. **(27)10=( 1B )H**
2. 16

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 11 | **1** | 16 |

* 1. **0**

1. **(657)10=( 291 )H**
2. 16

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | **41** | 16 |  |
|  | 9 | **2** | 16 |

* 1. **0**

1. **°(0.6425)10=(A4 )H**

**0,6425 x 16=10,28 →10**

**0, 28 x 16=4,48** **→4**

1. ***Méthode de conversion d’un nombre présenté dans une base b en décimal :***

La représentation polynomiale d’un nombre est sous la forme suivante (dans la base b):

=  −   −  +  −   −  +  −   −  + ⋯ + + + + −  −  + −  −  + −  −  **(1.1)**

Où *b* est appelée la base, bn-1, ……,b2 ;b1….b-m : sont les poids, et an-1,………, a2 ; a1,……, a-m sont symboles ou les bits.

***La représentation polynomiale d’un nombre binaire (somme de poids multiplié par les bits):***

|  |  |
| --- | --- |
| =  −   −  + ⋯ ++++ −  −  + −  −  + −  − | **(1.2)** |

2n-1, ……,22 ;21….2-m : sont les poids en puissance de 2, et an-1,………, a2 ; a1,……, a-m sont symboles ou les bits :{0,1}

1. **(11,01101)2=( ؟)10**

11,011012 = 1. 21 + 1. 20 + 0.2−1 + 1. 2−2 + 1. 2−3 + 0.2−4 + 1. 2−5

11,011012 = 2 + 1 + 0.25 + 0.125 + 0.03125 = 3,40625

***La représentation polynomiale d’un nombre octal:***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| =  −   −  + ⋯ ++++ −  −  + −  −  + −  − | | | | **(1.3)** |  |
| **b)** | **(134)8=( ؟)10** | |  |  |  |
|  |  | =.+.+.=++= |  |  |  |
|  |  |  |  |

***La représentation polynomiale d’un nombre hexadécimal.***

=  −   − + ⋯ + + + + −  − + −  −  + −  −  **(1.4)**

1. **(EA7)H=( ؟)10**

= . +. +. = . + . + =

***Règle générale :*** On convertit un nombre présenté dans une base b en son équivalent décimal en multipliant chaque chiffre par

son poids positionnel.



2

**Solution méthodique de la série TD N 1**

**Exercice N°2:**

**Méthode de conversion code binaire –code Gray :** il faut ajouter le Code Binaire à lui-même décalé d’un rang vers la gauche,sans tenir compte de l’éventuelle retenue et en abandonnant dans le résultat le bit de poids faible.

1. **(11100)2=(10010)Gray**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **1** | **1** | **1** | **0** | **0** |
| **+** | **1** | **1** | **1** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **=** | **1** | **0** | **0** | **1** | **0** | **0** |

1. **(10000)2=(11000)Gray**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **1** | **0** | **0** | **0** | **0** |
| **+** | **1** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **=** | **1** | **1** | **0** | **0** | **0** | **0** |

**Méthode de conversion du code Gray - code binaire :**

Un nombre de code de Gray donné peut être converti en son équivalent binaire en passant par les étapes suivantes [2]:

1. Commencez par bit le plus significatif (MSB). Le bit de poids fort du nombre binaire est le même que le MSB du nombre en code de Gray.
2. Le bit MSB suivant (le second MSB) du nombre binaire est obtenu en ajoutant le MSB du nombre binaire à la seconde MSB du nombre en code de Gray. Sans tenir compte du report.
3. Le troisième MSB du nombre binaire est obtenue en ajoutant le deuxième MSB du nombre binaire à la troisième MSB du nombre en code Gray. Encore une fois, le report doit être ignoré.
4. Le processus se poursuit jusqu'à ce que l'on obtient le LSB du nombre binaire.
   1. **(11100)Gray=(10111)2**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Gray** | **1** | **1** | **1** | **0** | **0** |
| **+** |  | **1** | **0** | **1** | **1** |
|  |  |  |  |  |  |
| **binaire** | **1** | **0** | **1** | **1** | **1** |

1. **(10000)Gray=(11111)2**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Gray** | **1** | **0** | **0** | **0** | **0** |
| **+** |  | **1** | **1** | **1** | **1** |
|  |  |  |  |  |  |
| **binaire** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** |



3

**Solution méthodique de la série TD N 1**

**Exercice N°3:**

**Conversion décimal- BCD :**

Le décimal équivalent d'un nombre BCD est écrit en remplaçant chaque quatre-bit BCD dans la partie entière et fractionnaire par son équivalent décimal.

1. (10000110)BCD=( **؟**)10

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 10000110BCD = | 1000 | 0110 |
| = | 8 | 6 |

* + 8610

1. (00010111)BCD=( **؟**)10

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 00010111BCD = | 0001 | 0111 |
| = | 1 | 7 |

* + 1710

1. (010101000011)BCD=( **؟**)10

0101 0100 0011BCD = 0101 0100 0011

= 5 4 3

= 54310

**Conversion BCD-décimal :**

Le BCD équivalent d'un nombre décimal est écrit en remplaçant chaque chiffre décimal dans la partie entière et fractionnaire par son équivalent binaire quatre-bit.

1. (13)10=( **؟**) BCD

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 13BCD = | 1 | 3 |
| = | 0001 | 0011 |

* + 00010011 BCD

1. (99,9)10=( **؟**)BCD

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 99 ,910 = | 9 | 9, | 9 |
| = | 1001 | 1001, | 1001 |

=10011001,1001 BCD



4

**Solution méthodique de la série TD N 1**

**Exercice N°4:**

**Règle générale d’addition binaire : En générale** Considérons deux nombres binaires généralisés de quatre bits (A3 A2 A1 A0)

et (B3 B2 B1 B0), avec A0 et B0 représentant le bit LSB), A3 et B3 représentant le MSB des deux nombres. L'addition de ces

deux nombres est effectuée comme suit.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **C3** | **C2** | **C1** | **C0** |  |
|  | **A3** | **A2** | **A1** | **A0** |
| **+** | **B3** | **B2** | **B1** | **B0** |
|  |  |  |  |  |
| **C3** | **S3** | **S2** | **S1** | **S0** |

1. **Addition binaire :**L'addition de deux nombres binaires est parfaitement analogue à l'addition de deux nombresdécimaux. Dans addition binaire il y a un report lorsque la somme de deux bits égale 2.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0 + 0 | = | 0 |
| 1 + 0 | = | 1 |
| 1 + 1 | = | 10 =0+report de 1 sur rang de gauche |

1 + 1+ 1= 11 =1+report de 1 sur rang de gauche

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a)37+28** | (37)10=(10010101)2 | | | |  | (28)10=(11100)2 | | | |
|  | **1** | | **1** | **1** | **1** | **0** | **0** |  |  |
|  |  |  | **1** | **0** | **0** | **1** | **0** | **1** |  |
|  | **+** | |  | **1** | **1** | **1** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **1** | | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **1** |  |

1. **addition octale:** dans addition octal il y a un report lorsque la somme de deux bits égale 8.

**a)37+28** (37)10=(45)8 (28)10=(34)8

1. **1**

**4 5**

* **3 4**
  1. **0 1**

1. **addition hexadécimale :** dans addition hexadécimale il y a un report lorsque la somme de deux bits égale 16.

**a)37+28** (37)10=(25)16 (28)10=(1C)16

**1**

* 1. **5**
* **1 C**
  1. **1**



**4) addition BCD:**

**Somme égale ou inférieure à 9:** L'addition est effectuée comme une addition binaire normale.

**Somme supérieure à 9:** si la somme supérieure à 9 il s'agit de l'une des six représentations codées de 4 bits interdites ou non

valides. Dans un tel cas, il faut corriger la somme en additionnant 6 (0110) afin de prendre en considération le fait qu'on saute six

présentations codées non valides:

Voyons un exemple (a) : additioner 37 à 28 en BCD :

**a)37+28** (37)10=(0011 0111)BCD (28)10=(0010 1000)BCD

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | **1** |  |  |  |  |  |  |  |
| **37** | **0** | | **0** | **1** | **1** | **0** | **1** | **1** | **1** | BCD de 37 |
| **+ 28** | **+ 0** | | **0** | **1** | **0** | **1** | **0** | **0** | **0** | BCD de 28 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **65** |  |  |  | **1** | **1** | **1** | **1** |  |  |  |
|  | **0** | | **1** | **0** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** | Somme non valide dans le 1er chiffre |
|  | **+** |  |  |  |  | **0** | **1** | **1** | **0** | Additionner 6 pour corriger |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **0** | | **1** | **1** | **0** | **0** | **1** | **0** | **1** | **Somme BCD exacte** |
|  |  |  |  | 6 |  |  | 5 |  |  |  |



5

**Solution méthodique de la série TD N 1**

**Exercice N°5**

**1)-la soustraction en complément à 2 :**

Le complément à 1 et Le complément à 2 d’un nombre binaire sont des formes de représentation des nombres signés plus efficace. on représentera des nombres signés allant de −(2n−1) à +(2n−1 − 1).

**Le complément à 1 d’un nombre binaire :** le complémentà1 d’un nombre binaire s'obtient en changeant chaque 0par un 1 et chaque 1 par un 0.

Dans le format complément à 1, les nombres positifs restent inchangés. Les numerus négatifs sont obtenus en prenant le complément à 1 d’homologue positive.

**Le complément à 2 d'un nombre binaire :** Le complément à 2 d'un nombre binaire s'obtient simplement en prenant lecomplément à 1 de ce nombre et en ajoutant 1 au bit de son rang de poids le plus faible. Le bit MSB représente le signe. Avec le ‘0’ est utilisé pour le signe plus et le ‘1’ est utilisé pour signe moins. Le reste des bits sont utilisées pour représenter la magnitude.

Les nombres positifs restent inchangés. Les nombres négatifs sont obtenus en prenant le complément à 2 de l’homologue positif. **Complément à 2 de N : C2(N) = C1(N) + 1**

Dans la soustraction (A-B) en complément à 2 on considérant six cas différents :

1: >0, >0 >

2: >0, >0 <

3: >0, <0 >

4: >0, <0 <

5: <0, <0 >

6: <0, <0 <

**a)10.25 -7,75 (cas1 :deux nombre positifs (A et B) et B plus petit)**

(10.25)10=(1010,01)2

(07.75)10=(0111,10)2

**1)Le complément à 2 du -7,25 :**

00000111,11 Equivalent binaire de +7,75

11111000,00 Inversion de chaque bit pour obtenir le complément à 1

+ 1 Addition de 1 pour obtenir le complément à 2



* 11111000,01 Le complément à 2 du nombre binaire initial **-7,25**

Le réprsentation à 8bit en complément à 2 du nombre (-7.75) =(11111000,01)C2

1. **la soustraction en complément à 2 (10.25 -7,25 ):**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| +10,25 |  |  | 0 | 000 1010,01 | (cumulande) |
| -7,75 |  |  | 1 | 111 1000,01 | cumulateur |
|  |  |  |  |  |  |
| +2.50 |  | 1 | 0 | 000 0010,10 | somme |
|  |  |  |  |  |  |
|  | overflow ↑ | | ↑ Bit de signe | |  |
|  |  |  |  |  |  |

**b)20.25 -7,75 : (cas1 :deux nombre positifs (A et B) et A plus petit)**

(20.25)10=(00010100,01)2

(12.75)10=(00001100,11)2

00001100,11 Equivalent binaire de 12, 75

11110011,00 Inversion de chaque bit pour obtenir le complément à 1

+ 1 Addition de 1 pour obtenir le complément à 2



* 11110011,01 Le complément à 2 du nombre binaire initial 12,75

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Le réprsentation à 8bit en complément à 2 du nombre | | | | (-12.75) =(11110011,01)C2 | |
|  |  |  |  |  |  |
| +20,25 |  | 0 | 001 0100,01 |  | (cumulande) |
| -12,75 |  | 1 | 111 0011,01 |  | cumulateur |
|  |  |  |  |  |  |
| +07.50 | 1 | 0 | 0000 0111,10 |  | somme |
|  |  |  |  |  |  |

↑ Bit de signe



6

**Solution méthodique de la série TD N 1**

**c)5 -10,5 : (cas2 : deux nombres positifs (A et B ) et B est le plus grand )**

(5)10=(00000101,00)2

(10.5)10=(00001010,10)2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 00001010,10 | Equivalent binaire de 10,5 |
|  | 11110101,01 | Inversion de chaque bit pour obtenir le complément à 1 |
| + | 1 | Addition de 1 pour obtenir le complément à 2 |



* 11110101,10 Le complément à 2 du nombre binaire initial -10,5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Le réprsentation à 8bit en complément à 2 du nombre | | | | (-10.50) =(11111010,10)C2 | |
|  |  |  |  |  |  |
| +05,00 |  | 0 | 000 0101,00 |  | (cumulande) |
| -10,50 |  | 1 | 111 0101,10 |  | cumulateur |
|  |  |  |  |  |  |
| -05.50 |  | 1 | 111 1010,10 |  | somme |
|  |  |  |  |  |  |

↑ Bit de signe

**2/ les operations de multiplacation et divison :**

**a)15x7=105**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | Multiplicande 1510 |
|  |  | x | 0 | 1 | 1 | 1 | Multiplicateur 710 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
|  |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  | Produits partiels |
|  | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | Produit final=10510 |

**b)74/5=14,8**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |  |  |  |  | 1 | 0 | 1 |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | |  |  |
|  | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 1 1 1 | | | 0 , | 1100 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |



7