

TD1 : Résolution des équations non linéaires

Exercice-1 :

2 chiffres décimaux significatifs veulent dire $0,5 \cdot 10^{-2}$ donc le nombre d' itérations:

$$n \geq \frac{\text{Log}1 + 3\text{Log}5.10}{\text{Log}2} = 6.64$$

Soit $n=7$ itérations

1^{ère} itération

$$m^{(1)} = -0.5 \quad [-1, -0.5] \text{ et } [-0.5, 0]$$

$$f(-1) * f(-0.5) = (-1) * (-0.625) = 0.625 \text{ on retient } [-0.5, 0]$$

2^{ème} itération

$$m^{(2)} = -0.25 \quad [-0.5, -0.25] \text{ et } [-0.25, 0]$$

$$f(-0.5) * f(-0.25) = (-0.625) * 0.23 = -0.14375 \text{ on retient } [-0.5, -0.25]$$

On continue jusqu'à la 7^{ème} itération, les résultats sont rapportés dans le tableau suivant:

<i>N° itération</i>	<i>Racine</i>
1	-0.50
2	-0.25
3	-0.37
4	-0.3125
5	-0.34375
6	-0.328125
7	-0.324218

Donc la racine approchée 10^{-2} est 0.32

Exercice-2:

$f'(x) = -3x^2 + 3$, appliquons la formule

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

Itération	x_k
	0
1	-0,33333333
2	-0,34444444
3	-0,3466889
4	-0,34716589

$|x_4 - x_3| = -0,00047698 \approx 0,0005 < 0,5 \cdot 10^{-4}$ c.à.d. 4 chiffres décimaux significatifs alors $x_4 = -0,3471$

Exercice-3 :

Soit $x = -\cos x$, $g(x) = -\cos x \in [-1, 0]$ et $g'(x) = \sin x$ est croissante sur $[-1, 0]$

$$\max_{[-1, 0]} |g'(x)| = 0,841 = L$$

Alors $|g'(x)| < L < 1$, la fonction $g(x) = -\cos x$ est le choix cherché donc on procède au calcul:

$x_k = g(x_{k-1})$ ($k=1, 2, \dots, 20$) les résultats sont stockés dans le tableau suivant:

N° Itération	x_k	$g(x_{k-1})$
	-0,5	-0,87758256
1	-0,87758256	-0,63901249
2	-0,63901249	-0,8026851
3	-0,8026851	-0,69477803
4	-0,69477803	-0,76819583
5	-0,76819583	-0,71916545
6	-0,71916545	-0,75235576
7	-0,75235576	-0,73008106
8	-0,73008106	-0,74512034

9	-0,74512034	-0,73500631
10	-0,73500631	-0,74182652
11	-0,74182652	-0,73723573
12	-0,73723573	-0,74032965
13	-0,74032965	-0,73824624

14	-0,73824624	-0,73964996
15	-0,73964996	-0,73870454
16	-0,73870454	-0,73934145
17	-0,73934145	-0,73891245
18	-0,73891245	-0,73920144
19	-0,73920144	-0,73900678
20	-0,73900678	-0,73913791

$|x_{20}-x_{19}|=0,00019466\approx 0,0002 < 0.5.10^{-4}$ c.à.d. 4 chiffres décimaux significatifs alors $x_{20}=-0,7390$