

SERIE DE TDN°01

EXERCICE N°01 : Donner les négations des propositions suivantes:

- 1- A: (P): $\forall x \in R, \exists y \in R / (x^2 = \sqrt{y})$
- 2- B: (Q): $\exists m \in N / (m^2 - m - 1 \leq 0)$
- 3- C: (R): $\forall x \in R^- / (|x^2| \geq 1 \text{ et } \sqrt{x^2} = x)$
- 4- D: (S): $\forall (x, y) \in R^2 / (x \geq y \Rightarrow \sqrt{x} - y > \sqrt{y} - x)$

EXERCICE N°02 : Déterminer parmi les propositions suivantes lesquelles sont vraies :

1. $\exists x \in R, (x + 1 = 0 \text{ et } x + 2 = 0)$
2. $(\exists x \in R, x + 1 = 0) \text{ et } (\exists x \in R, x + 2 \neq 0)$
3. $(\forall x \in R), (x + 1 \neq 0 \text{ ou } x + 2 \neq 0)$
4. $\forall y \in R^*, \forall z \in R^*, \exists x \in R^*, z - xy = 0$
5. $\forall \varepsilon \in]0, \exists a \in R, |a| < \varepsilon$

EXERCICE N°03

Montrer que :

- 1- $\forall (a, b) \in (R^+)^2, \sqrt{a} + \sqrt{b} - 1 = \frac{a+b}{2} \Rightarrow a = b = 0$
- 2- $\forall (a, b) \in (R^-)^2, \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} < 1 \Leftrightarrow a < 1 \text{ et } b < 1$

EXERCICE N°04

Montrer que : $\forall x \in R, |x - 1| \leq (x^2 - x + 1)$

EXERCICE N°05

Montrer que par absurde : soient $a, b \geq 0$ que $\frac{a}{1+b} = \frac{b}{1+a} \Rightarrow a = b$

EXERCICE N°06 : Montrer par le raisonnement par récurrence :

- 1- $\forall n \in N^2, 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- 2- $\forall n \in N^*; (1.2) + (2.3) + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2)$