

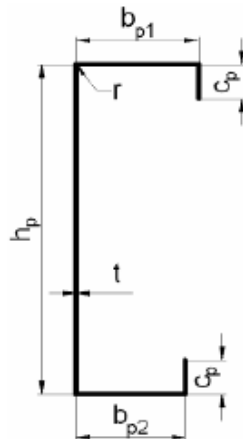
## **Exemple : Calcul des propriétés de la section efficace en flexion d'un profilé en C à bords tombés formé à froid**

### **Données**

Les dimensions de la section transversale et les propriétés du matériau sont les suivantes :

Hauteur totale	$h = 200 \text{ mm}$
Largeur totale de la semelle supérieure	$b_1 = 74 \text{ mm}$
Largeur totale de la semelle inférieure	$b_2 = 66 \text{ mm}$
Largeur totale du bord tombé	$c = 20,8 \text{ mm}$
Rayon intérieur des arrondis	$r = 3 \text{ mm}$
Épaisseur nominale	$t_{\text{nom}} = 2 \text{ mm}$
Épaisseur nominale de métal nu	$t = 1,96 \text{ mm}$
Limite d'élasticité de base	$f = 350 \text{ N mm}^2$
Module d'élasticité	$E = 210000 \text{ N mm}^2$
Coefficient de Poisson	$\nu = 0,3$
Coefficient partiel	$\gamma_{M0} = 1,0$

Les dimensions de la ligne moyenne de la section sont les suivantes :



Hauteur de l'âme	$h_p = h - t_{\text{nom}} = 200 - 2 = 198 \text{ mm}$
Largeur de la semelle supérieure	$b_{p1} = b_1 - t_{\text{nom}} = 74 - 2 = 72 \text{ mm}$
Largeur de la semelle inférieure	$b_{p2} = b_2 - t_{\text{nom}} = 66 - 2 = 64 \text{ mm}$
Largeur du bord tombé	$c_p = c - t_{\text{nom}} / 2 = 20,8 - 2 / 2 = 19,8 \text{ mm}$

### Vérification des proportions géométriques

La méthode de calcul de l'EN1993-1-3 peut être appliquée si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$b / t \leq 60 \quad b_1 / t = 74 / 1,96 = 37,75 < 60 - \text{OK}$$

$$c / t \leq 50 \quad c / t = 20,8 / 1,96 = 10,61 < 50 - \text{OK}$$

$$h / t \leq 500 \quad h / t = 200 / 1,96 = 102,04 < 500 - \text{OK}$$

Pour assurer une rigidité suffisante et pour éviter le flambement du raidisseur de bord, les dimensions de ce dernier devraient être comprises entre les valeurs suivantes :

$$0,2 \leq c / b \leq 0,6 \quad c / b_1 = 20,8 / 74 = 0,28 \quad 0,2 < 0,28 < 0,6 - \text{OK}$$

$$c / b_2 = 20,8 / 66 = 0,32 \quad 0,2 < 0,32 < 0,6 - \text{OK}$$

L'influence des arrondis est négligée si :

$$r / t \leq 5 \quad r / t = 3 / 1,96 = 1,53 < 5 - \text{OK}$$

$$r / b_p \leq 0,10 \quad r / b_{p1} = 3 / 72 = 0,04 < 0,10 - \text{OK}$$

$$r / b_{p2} = 3 / 64 = 0,05 < 0,10 - \text{OK}$$

### Propriétés de la section brute

$$A_{br} = t(2c_p + b_{p1} + b_{p2} + h_p) = 1,96 \times (2 \times 19,8 + 72 + 64 + 198) = 732 \text{ mm}^2$$

Position de l'axe neutre par rapport à la semelle supérieure :

$$Z_{b1} = \frac{[c_p(h_p - c_p/2) + b_{p2}h_p + h_p^2/2 + c_p^2/2]t}{A_{br}} = 96,88 \text{ mm}$$

### Propriétés de la section efficace des semelles et des bords comprimés

Il convient d'appliquer la procédure générale (itérative) pour calculer les propriétés efficaces de la semelle et du bord comprimés (élément plan avec raidisseur de bord). Le calcul s'effectue en trois étapes :

### **Première étape :**

Obtention d'une section transversale efficace initiale pour le raidisseur en utilisant les largeurs efficaces des semelles, lesquelles sont déterminées en considérant que les semelles comprimées sont doublement soutenues, que le raidisseur confère un maintien total ( $K = \infty$ ) et que la résistance de calcul n'est pas réduite ( $\sigma_{\text{com.Ed}} = f_{yb} / \gamma_{M0}$ ).

#### Largeur efficace de la semelle comprimée

Le rapport de contraintes :  $\psi = 1$  (compression uniforme), donc le coefficient de flambement est :  $k_{\sigma} = 4$  pour un élément interne en compression.

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yb}}}$$

L'élançement réduit :

$$\bar{\lambda}_{p,b1} = \frac{b_{p1}/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_{\sigma}}} = \frac{72/1,96}{28,4 \times \sqrt{235/350} \times \sqrt{4}} = 0,789$$

Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho_1 = \frac{\bar{\lambda}_{p,b1} - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_{p,b1}^2} = \frac{0,789 - 0,055(3 + 1)}{0,789^2} = 0,914$$

La largeur efficace est :

$$b_{\text{eff1}} = \rho_1 b_{p1} = 0,914 \times 72 = 65,8 \text{ mm}$$

$$b_{e11} = b_{e12} = 0,5 b_{\text{eff1}} = 0,5 \times 65,8 = 32,9 \text{ mm}$$

#### Largeur efficace du bord tombé

Le coefficient de flambement est :

$$\text{si } b_{p,c} / b_p \leq 0,35 : \quad k_{\sigma} = 0,5$$

$$\text{si } 0,35 < b_{p,c} / b_p \leq 0,6 : \quad k_{\sigma} = 0,5 + 0,83 \sqrt[3]{(b_{p,c}/b_p - 0,35)^2}$$

$$b_{p,c} / b_{p1} = 19,8 / 72 = 0,275 < 0,35 \quad \text{donc} \quad k_{\sigma1} = 0,5$$

L'élançement réduit :

$$\bar{\lambda}_{p,c1} = \frac{c_p/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_{\sigma1}}} = \frac{19,8/1,96}{28,4 \times \sqrt{235/350} \times \sqrt{0,5}} = 0,614$$

Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\bar{\lambda}_{p,c1} < 0,748 \quad \text{donc} \quad \rho_1 = 1$$

La largeur efficace est :

$$c_{\text{eff}} = \rho c_p = 1 \times 19,8 = 19,8 \text{ mm}$$

Aire efficace du raidisseur du bord supérieur :

$$A_s = t(b_{e12} + c_{\text{eff}}) = 1,96 \times (32,9 + 19,8) = 103,3 \text{ mm}^2$$

**Deuxième étape :**

Utilisation de la section transversale efficace initiale du raidisseur pour déterminer le coefficient de réduction, en tenant compte des effets du maintien élastique continu.

La contrainte critique de flambement élastique du raidisseur de bord est :

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2\sqrt{K E I_s}}{A_s}$$

Où :

$K$  est la rigidité du support élastique par unité de longueur,

$I_s$  est le moment d'inertie de la section efficace du raidisseur.

*Pour le raidisseur du bord supérieur :*

La rigidité du support élastique est :

$$K = \frac{E t^3}{4(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{b_1^2 h_p + b_1^3 + 0,5 b_1 b_2 h_p k_f}$$

Avec :

$b_1$  – distance entre la jonction âme-semelle et le centre de gravité de l'aire efficace du raidisseur de bord (semelle supérieure)

$$b_1 = b_{p1} - \frac{b_{e12} t b_{12}/2}{(b_{e12} + c_{\text{eff}}) t} = 72 - \frac{32,9 \times 1,96 \times 32,9/2}{(32,9 + 19,8) \times 1,96} = 61,73 \text{ mm}$$

$K_f = 0$  (pour une barre en flexion par rapport l'axe  $y - y$ )

Donc :  $K = 0,439 \text{ N/mm}^2$

Le moment d'inertie efficace :

$$I_s = \frac{b_{e12} t^3}{12} + \frac{c_{\text{eff}}^3 t}{12} + b_{e12} t \left[ \frac{c_{\text{eff}}^2}{2(b_{e12} + c_{\text{eff}})} \right]^2 + c_{\text{eff}} t \left[ \frac{c_{\text{eff}}}{2} - \left[ \frac{c_{\text{eff}}^2}{2(b_{e12} + c_{\text{eff}})} \right] \right]^2$$

$$I_s = 3663 \text{ mm}^4$$

Ainsi, la contrainte critique de flambement élastique pour le raidisseur du bord supérieur est :

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2\sqrt{0,439 \times 210000 \times 3663}}{103,3} = 355,78 \text{ N/mm}^2$$

### Coefficient de réduction de l'épaisseur $\chi_d$ pour le raidisseur de bord

*Pour le raidisseur du bord supérieur :*

L'élançement réduit :

$$\bar{\lambda}_d = \sqrt{\frac{f_{yb}}{\sigma_{cr,s}}} = \sqrt{\frac{350}{355,78}} = 0,992$$

Le coefficient de réduction sera :

$$\text{Si } \bar{\lambda}_d \leq 0,65 \quad \chi_d = 1,0$$

$$\text{Si } 0,65 < \bar{\lambda}_d < 1,38 \quad \chi_d = 1,47 - 0,723\bar{\lambda}_d$$

$$\text{Si } \bar{\lambda}_d \geq 1,38 \quad \chi_d = 0,66 / \bar{\lambda}_d$$

$$0,65 < \bar{\lambda}_d = 0,992 < 1,38 \quad \text{donc} \quad \chi_d = 1,47 - 0,723 \times 0,992 = 0,753$$

### ***Troisième étape :***

Etant donné que le coefficient de réduction pour le flambement du raidisseur est  $\chi_d < 1$ , on peut procéder par itérations pour en affiner la valeur.

Les itérations sont exécutées sur la base des valeurs modifiées de  $\rho$ , lesquelles sont obtenues en utilisant :

$$\sigma_{\text{com.Ed,i}} = \chi_d f_{yb} / \gamma_{M0} \quad \text{et} \quad \bar{\lambda}_{p,\text{red}} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\chi_d}$$

Le processus d'itération s'arrête lorsque la valeur du coefficient de réduction  $\chi$  converge.

*Pour le raidisseur du bord supérieur :*

Valeurs initiales (première itération) :

$$\chi_{d1} = 0,753$$

$$b_{e12} = 32,9 \text{ mm}$$

$$c_{\text{eff1}} = 19,8 \text{ mm}$$

Valeurs finales (itération n) :

$$\chi_{d1} = \chi_{d1,n} = 0,737$$

$$b_{e12} = b_{e12,n} = 35,9 \text{ mm}$$

$$c_{\text{eff1}} = c_{\text{eff1,n}} = 19,8 \text{ mm}$$

Les valeurs finales des propriétés de la section efficace pour les semelles et les bords comprimés sont :

$$\chi_{d1} = 0,737 \quad b_{e12} = 35,9 \text{ mm} \quad c_{\text{eff1}} = 19,8 \text{ mm} \quad \text{et} \quad b_{e11} = 32,9 \text{ mm}$$

$$t_{\text{red}} = t \chi_{d1} = 1,96 \cdot 0,737 = 1,44 \text{ mm}$$

## Propriétés de la section efficace de l'âme

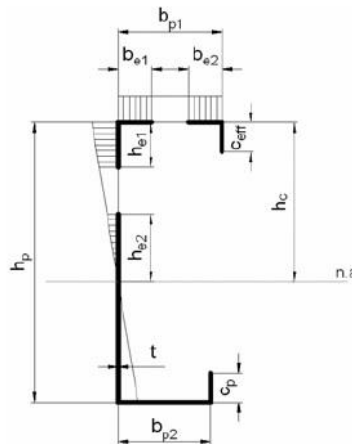
La position de l'axe neutre par rapport à la semelle comprimée :

$$h_c = \frac{c_p (h_p - c_p/2) + b_{p2} h_p + h_p^2/2 + c_{\text{eff}}^2 \chi_d/2}{c_p + b_{p2} + h_p + b_{e1} + (b_{e2} + c_{\text{eff}}) \chi_d}$$

$$h_c = 101,6 \text{ mm}$$

Le rapport de contraintes :

$$\psi = \frac{h_c - h_p}{h_c} = \frac{101,6 - 198}{101,6} = -0,949$$



Le coefficient de flambement :

$$K_\sigma = 7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$$

$$K_\sigma = 22,58$$

L'élanement réduit :

$$\bar{\lambda}_{p,h} = \frac{h_p/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{198/1,96}{28,4 \times \sqrt{235/350} \times \sqrt{22,58}} = 0,914$$

Le coefficient de réduction de la largeur est :

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_{p,h} - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_{p,h}^2} = \frac{0,914 - 0,055(3 - 0,949)}{0,914^2} = 0,959$$

La largeur efficace de la zone comprimée de l'âme est :

$$h_{\text{eff}} = \rho h_c = 0,959 \times 101,6 = 97,5 \text{ mm}$$

A proximité de la semelle comprimée :

$$h_{e1} = 0,4 h_{\text{eff}} = 0,4 \times 97,5 = 39 \text{ mm}$$

A proximité de l'axe neutre :

$$h_{e2} = 0,6 h_{\text{eff}} = 0,6 \times 97,5 = 58,5 \text{ mm}$$

La largeur efficace de l'âme est :

A proximité de la semelle comprimée :

$$h_1 = h_{e1} = 39 \text{ mm}$$

A proximité de la semelle tendue :

$$h_2 = h_p - (h_c - h_{e2}) = 198 - (101,6 - 58,5) = 154,9 \text{ mm}$$

### Propriétés de la section efficace :

Aire de la section transversale efficace :

$$A_{\text{eff}} = t[c_p + b_{p2} + h_1 + h_2 + b_{e1} + (b_{e2} + c_{\text{eff}})\chi_d]$$

$$A_{\text{eff}} = 689,2 \text{ mm}^2$$

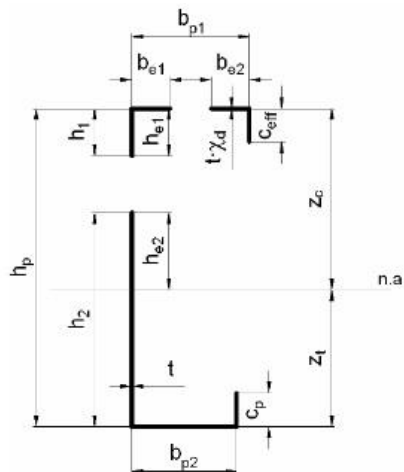
Position de l'axe neutre par rapport à la semelle comprimée :

$$z_c = \frac{t[c_p(h_p - c_p/2) + b_{p2}h_p + h_2(h_p - h_2/2) + h_1^2/2 + c_{\text{eff}}^2\chi_d/2]}{A_{\text{eff}}}$$

$$Z_c = 102,3 \text{ mm}$$

Position de l'axe neutre par rapport à la semelle tendue :

$$Z_t = h_p - Z_c = 198 - 102,3 = 95,7 \text{ mm}$$



Moment d'inertie :

$$I_{\text{eff},y} = \frac{h_1^3 t}{12} + \frac{h_2^3 t}{12} + \frac{b_{p2} t^3}{12} + \frac{c_p^3 t}{12} + \frac{b_{e1} t^3}{12} + \frac{b_{e2} (\chi_d t)^3}{12} + \frac{c_{\text{eff}}^3 (\chi_d t)}{12} +$$

$$+ c_p t (z_t - c_p/2)^2 + b_{p2} t z_t^2 + h_2 t (z_t - h_2/2)^2 + h_1 t (z_c - h_1/2)^2 +$$

$$+ b_{e1} t z_c^2 + b_{e2} (\chi_d t) z_c^2 + c_{\text{eff}} (\chi_d t) (z_c - c_{\text{eff}}/2)^2$$

$$I_{\text{eff},y} = 4140000 \text{ mm}^4$$

Module de résistance de la section efficace :

- par rapport à la semelle comprimée :

$$W_{\text{eff},y,c} = \frac{I_{\text{eff},y}}{z_c}$$

$$W_{\text{eff},y,c} = 4140000 / 102,3 = 40460 \text{ mm}^3$$

- par rapport à la semelle tendue :

$$W_{\text{eff},y,t} = \frac{I_{\text{eff},y}}{z_t}$$

$$W_{\text{eff},y,t} = 4140000 / 95,7 = 43260 \text{ mm}^3$$