

Tutorials P1 (F211) Mathematical Reminders

(scalar product, vector product) (polar coordinates, cylindrical and spherical coordinates)

EXERCISE 1 :

\vec{i} , \vec{j} and \vec{k} being the unit vectors of the rectangular axes (Oxyz), we consider the vectors :
 $A = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$; $B = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ and $C = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$

1. Calculate the vector magnitude (modulus) of the vectors A , B and C .
2. Calculate the components and modulus of the vectors : $V = A + B + C$ and $W = A + B - 3C$.
3. Calculate the unit vector u carried by the vector : $F = A + 2B$
4. Calculate the scalar product and the vector product of vectors A and B .
5. Deduce the angle between A and B .

EXERCISE 2 : Let the following points : $M_1 (1, 1, 1)$; $M_2 (2, 2, 1)$; $M_3 (2, 1, 0)$

a/ Find the angle formed by the vectors $\overrightarrow{M_2M_1}$ and $\overrightarrow{M_2M_3}$.

b/ Evaluate the following vectors: $\vec{i} \wedge \vec{j}$; $\vec{j} \wedge \vec{k}$; $\vec{k} \wedge \vec{j}$; $\vec{k} \wedge \vec{i}$; $\vec{i} \wedge \vec{j}$, $\vec{j} \wedge \vec{j}$; $\vec{k} \wedge \vec{k}$; $\vec{j} \wedge 4\vec{k}$

EXERCISE 3 : Let the following vectors :

$$\vec{A} = \vec{i} + \alpha \vec{j} - \beta \vec{k} \text{ and } \vec{B} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

Find α and β , so that \vec{B} is parallel to \vec{A} , and determine the unit vector for each of the two vectors.

EXERCISE 4 : Let the following points A (2, 1), B (1, 1) and C (1, 2) in Cartesian coordinates system.

- 1) Calculate the polar coordinates (r, θ) of these three points.
- 2) Express the vectors: \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} in Cartesian coordinates and polar coordinates.

EXERCISE 5 :

Represent and then provide the Cartesian coordinates of the following polar points:

$$A(2, \pi/3) ; B(\sqrt{2}, -\pi/4) ; C(2, -2\pi/3).$$

EXERCISE 6 : Let the point M(x, y, z) in Cartesian coordinate system, we call (r, θ, z) the cylindrical coordinates. Recall the relationships for obtaining (x, y, z) in terms of these coordinates, and express it using x, y, z .

EXERCISE 7 : Let the following points in Cartesian coordinates system. :

$$A(1,0,0) , B(\sqrt{2}/4, \sqrt{6}/4, \sqrt{2}/2).$$

Calculate the spherical coordinates of these points.

TD 1 P1 (F211) Rappels Mathématiques

(Produit scalaire, produit vectoriel) (Coordonnées polaires, cylindriques et sphériques)

EXERCICE 1 :

\vec{i} , \vec{j} et \vec{k} étant les vecteurs unitaires des axes rectangulaires (Oxyz), on considère les vecteurs :

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} ; \vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \text{ et } \vec{C} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

1. Calculer le module (la norme) des vecteurs \vec{A} , \vec{B} et \vec{C} .
2. Calculer les composantes et les modules des vecteurs : $\vec{V} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ et $\vec{W} = \vec{A} + \vec{B} - 3\vec{C}$.
3. Calculer le vecteur unitaire \vec{u} porté par le vecteur : $\vec{F} = \vec{A} + 2\vec{B}$
4. Calculer les produits scalaire et vectoriel des vecteurs \vec{A} et \vec{B} .
5. Déduire l'angle (\vec{A} , \vec{B}).

EXERCICE 2 : Soient les points suivants : $M_1 (1, 1, 1)$; $M_2 (2, 2, 1)$; $M_3 (2, 1, 0)$

a/ Trouver l'angle formé par les vecteurs $\overrightarrow{M_2M_1}$ et $\overrightarrow{M_2M_3}$.

b/ évaluer les vecteurs suivants : $\vec{i} \wedge \vec{j}$; $\vec{j} \wedge \vec{k}$; $\vec{k} \wedge \vec{j}$; $\vec{k} \wedge \vec{i}$; $\vec{i} \wedge \vec{j}$, $\vec{j} \wedge \vec{j}$; $\vec{k} \wedge \vec{k}$; $\vec{j} \wedge 4\vec{k}$

EXERCICE 3 : Soient les deux vecteurs :

$$\vec{A} = \vec{i} + \alpha\vec{j} - \beta\vec{k} \text{ et } \vec{B} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

Trouver α et β , pour que \vec{B} soit parallèle à \vec{A} , puis déterminer le vecteur unitaire pour chacun des deux vecteurs.

EXERCICE 4 : Soient les points A (2, 1), B (1, 1) et C (1, 2) dans un repère cartésien.

- 1) Calculer les coordonnées polaires (r , θ) de ces trois points.
- 2) Exprimer les vecteurs : \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} en coordonnées cartésiennes et polaires.

EXERCICE 5 :

Représenter puis donner les coordonnées cartésiennes des points polaires suivants :

$$A(2, \pi/3) ; B(\sqrt{2}, -\pi/4) ; C(2, -2\pi/3).$$

EXERCICE 6 : Soit un point M(x, y, z) dans un repère cartésien, on appelle (r, θ , z) les coordonnées cylindriques. Rappeler les relations permettant d'obtenir (x, y, z) en fonction de ces coordonnées, et exprimer

r à l'aide de x, y, z.

EXERCICE 7 : Soient les points suivants dans un repère cartésien:

$$A(1,0,0) , B(\sqrt{2}/4, \sqrt{6}/4, \sqrt{2}/2).$$

Calculer les coordonnées sphériques de ces