

Exercices supplémentaires de mathématique 2

Exercice n°1

Écris les systèmes suivants sous la forme matricielle

$$1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -3 \end{cases}; \quad 2. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ -3x_1 + 3x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 = 1 \end{cases}; \quad 3. \begin{cases} x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_2 + 5x_3 = 12 \\ 3x_2 + 6x_3 = 15 \end{cases}; \quad 4. \begin{cases} x + y + z = -5 \\ -y + z = 2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x - y = 15 \\ y + 7z = 12 \\ x + y = 25 \end{cases}; \quad 6. \begin{cases} 3x + 6y = x + z + 31 \\ 7y + 2z = x - y + 27 \end{cases}; \quad 7. \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0 \\ -6x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 = 1 \end{cases} \text{ et } 8. \begin{cases} -x + y + z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

On suppose que les matrices des systèmes d'équations linéaires **1**, **2** et **8** sont les matrices A , B et C .

1. Calculer : $A \times B$ et $B \times A$
2. Déduire l'inverse de la matrice A ($A^{-1} = ?$) et l'inverse de la matrice B ($B^{-1} = ?$).
3. Démontrer que la matrice C est inversible.
4. Calculer $C^2 + C - 2I_3$ où I_3 est la matrice unitaire d'ordre 3. Déduire la matrice inverse de C (C^{-1}).
5. Calculer par l'adjointe (la comatrice) la matrice inverse de C (C^{-1}).
6. Résoudre dans \mathbb{R} le système d'équation par:
 - La méthode de Cramer.
 - La méthode : inversion matricielle
$$\begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0 \\ -6x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 = 1 \end{cases}$$

Exercice n°2

- Calculer les intégrales suivantes :

$$1. \int \frac{\arctg \frac{x}{2}}{4 + x^2} dx, \quad 2. \int (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}})^3 dx, \quad 3. \int x^{7x^2} dx, \quad 4. \int \frac{x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 6}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8} dx$$

$$5. \int (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}})^3 dx$$

On donne

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$