UNIVERSITE MOUSTAFA BEN BOULAID BATNA2 **2020/2021**

DPT SC-SCIENCES ET TECHNOLOGIE **Matière: Math(M1).**

1ère ANNEE LMD

SERIE DE TDN°02

Exercice 1

1) Montrer par contraposition l'assertion suivante, E étant un ensemble :

$$\forall\, A, B \in \mathcal{P}(E) \qquad (A \cap B = A \cup B) \Rightarrow A = B$$

2) Soit A,B deux ensembles, montrer :

$$\mathcal{C}_E(A \cap B) = \mathcal{C}_E A \cup \mathcal{C}_E B \quad et \quad \mathcal{C}_E(A \cup B) = \mathcal{C}_E A \cap \mathcal{C}_E B$$

Exercice 2

Soit f l'application de E dans F et soient A, B deux parties de E, démontrer que :

1) $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(A)$.
2) f *injective* $\Leftrightarrow f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$.
3) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.
4) $A \subset f^{-1}\left[f\ (A) \right]$.

Exercice 3

Dans $\mathbb{C}$ on définit la relation $\mathcal{R}$ par :

$$z\mathcal{R}z' \Leftrightarrow |z| = |z'|$$

1. Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence.
2. Déterminer la classe d'équivalence de $z \in \mathbb{C}$.

Exercice 4

Soit $\mathcal{R}$ une relation définie sur IN* par:

$$p\mathcal{R}q \Leftrightarrow \exists n \in IN^* \quad tel\,que \quad p^n = q$$

1. Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'ordre.
2. $\mathcal{R}$ est d'ordre total ou partiel ?

Exercice 5

Soit f: IR → IR définie par $f(\mathrm{x}) = \frac{2\mathrm{x}}{(1+\mathrm{x}^2)}$

1. f est-elle injective ? Surjective ?
2. Montrer que f(IR) = [−1, 1].