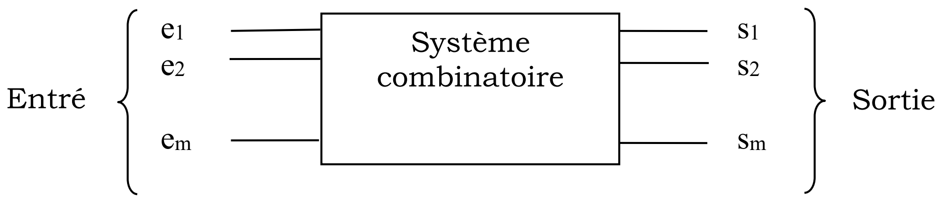
**Faculté de Technologie**
**Département Socle Commun ST**
**Module :** *Logique Combinatoire et Séquentielle*

# Chapitre I: Algèbre de Boole et Logique Combinatoire

## I. Algèbre de Boole et fonctions logiques :

### I.1. définitions :

***Logique combinatoire*** : Dans cette logique les sorties du système ne dépendent que de la combinaison des entrées. Une même combinaison d'entrée produit toujours le même effet, c-à-d, la même sortie.




$$S_i = f(e_1, e_2, \dots e_m) \qquad i = 1, \dots m$$

***L'Algèbre de Boole*** : C'est une algèbre développée au 19éme siècle, qui joue un rôle fondamental dans l'étude des systèmes combinatoires. C'est une algèbre à deux valeurs qui permet l'étude des systèmes logiques. Elle comporte :

- Les variables logiques,
- Les opérations logiques,
- Les fonctions logiques.

Une variable logique x ne peut prendre comme valeur que 0 ou 1. Elle permettra de caractériser l'état d'un élément logique.

***L'élément logique*** : Est un système simple dont l'évolution fait apparaître deux états stables différents s'excluant mutuellement.

Exemples :

- Diode bloquée ou passante,
- Interrupteur ouvert ou fermé,
- Vanne ouverte ou fermée.

Une fonction logique dépend des variables logiques et sa valeur ne peut être que 0 ou 1.

### I.2. les opérations logiques :

Il existe des opérations logiques dites principales :

- NON (NOT)
- ET (AND)
- OU (OR)

Et des opérations dites auxiliaires :

- NON ET (NAND)
- NON OU (NOR)
- OU exclusif (XOR)
- NON OU exclusif (XNOR)

a. Opération de complémentation (inversion logique NON):

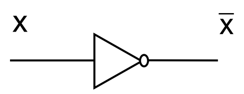
Cette opération associe à une variable son complément, c.à.d si la variable vaut 1, la fonction qui lui sera associée vaudra 0. Elle est représentée par un trait sur la variable.

NON x = $\overline{x}$

La table de vérité :

| x | $\overline{x}$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Symbolique :




Le complément du complément d'une variable booléenne x est égale à la variable elle-même : $\overline{\overline{x}} = x$

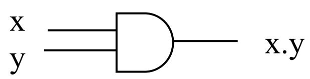
b. Multiplication logique (opération ET (AND)) :

Cette opération, notée x ET y (x.y), appliquée à deux variables conduit au produit, ou à la fonction ET de ces deux variables. Le résultat de l'opération est 1 lorsque toutes les variables sont à 1.

D'où la table de vérité suivante :

| X | y | x.y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Symbolique :



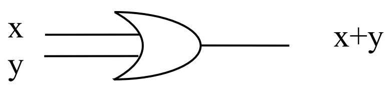

c. Addition logique (opération OU (OR)) :

Cette opération, notée x OU y représente la somme logique et le résultat entre les deux variables est noté par : x + y.

Table de vérité :

| x | y | x+y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Symbolique :



*Remarque :*

En terme de proposition, nous dirons que la proposition 'x' OU 'y' est vrai si au moins l'une des propositions est vrai.

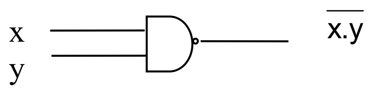
### d. L'opération NON ET (NAND) :

Cette opération est obtenue par la mise en série d'un AND et d'un NON, le résultat de l'opération 'x' NAND 'y' est notée par $\overline{x.y}$

Table de vérité :

| x | y | $\overline{x.y}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Symbolique :



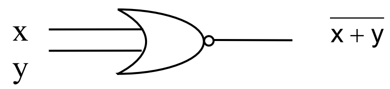

### e. L'opération NON OU (NOR) :

Cette opération est l'équivalent d'une opération OU suivie d'une opération NON, on note l'opération NOR entre deux variables x et y par $\overline{x+y}$

Table de vérité :

| x | y | $\overline{x+y}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

Symbolique :




### f. L'opération OU exclusif (XOR) :

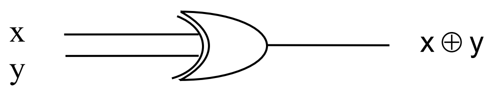
Cette opération donne comme résultat 1, si seulement une des variables est égale à 1. On la note par un + entourée d'un cercle.

$x\,\overline{y} + \overline{x}\,y = x \oplus y$

Table de vérité :

| x | y | $x \oplus y$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Symbolique :



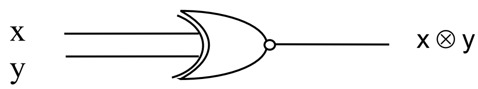
g. L'opération NON OU exclusif (XNOR) :

C'est la négation de l'opération précédente. Elle est définie par $x \otimes y = \overline{x \oplus y} = \overline{x}.\overline{y} + x.y$

Table de vérité :

| x | y | $x \otimes y$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Symbolique :




## I.3. Les propriétés des fonctions logiques de base :

Les opérations OU et ET sont associatives, commutatives et distributives :

a. Associativité

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$
$$A . (B . C) = (A . B) . C$$

b. Commutativité

$$A + B = B + A$$
$$A . B = B . A$$

c. Distributivité

$$A + (B . C) = (A + B) . (A + C)$$
$$A . (B + C) = (A . B) + (A . C)$$

d. L'élément neutre

$$A + 0 = A$$
$$A . 1 = A$$

e. L'idempotence

$$A + A = A$$
$$A . A = A$$

f. Complémentarité

$$A + \overline{A} = 1$$
$$A . \overline{A} = 0$$

g. Involution de la négation

$$\overline{\overline{A}} = A$$

h. L'invariance :

$$A + 1 = 1$$
$$A . 0 = 0$$

## I.4. les identités remarquables :

a. $A + A . B = A$

$$A . (1 + B) = A$$

b. $A \cdot (A + B) = A$

$A \cdot (A + B) = A \cdot A + A \cdot B = A + A \cdot B = A$

c. $(A + \overline{B}) \cdot B = A \cdot B$

$(A + \overline{B}) \cdot B = A \cdot B + \overline{B} \cdot B = A \cdot B$

d. $A \cdot \overline{B} + B = A + B$

$A.\overline{B} + B = A.\overline{B} + B (A + 1) = A.\overline{B} + A.B + B = A (B + \overline{B}) + B = A + B$

e. $(A + B) \cdot (B + C) \cdot (C + \overline{A}) = (A + B) \cdot (C + \overline{A})$

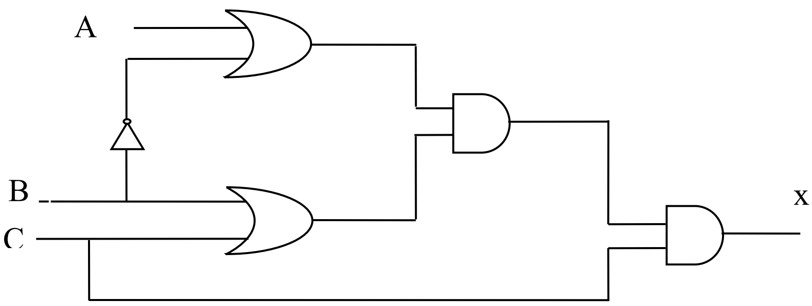
$(A.B + A.C + B + B.C) \cdot (C + \overline{A}) = A.B.C + A.C + B.C + \overline{A}.B + \overline{A}BC$

$= A.C (B + 1) + B.C + \overline{A}.B (1 + C)$

$= C (A + B) + \overline{A} (A + B) = (A + B) \cdot (C + \overline{A})$

*Exemple 1 :*

Donner l'expression logique de x représenté par la figure suivante. Simplifier cette expression.




*Solution :*

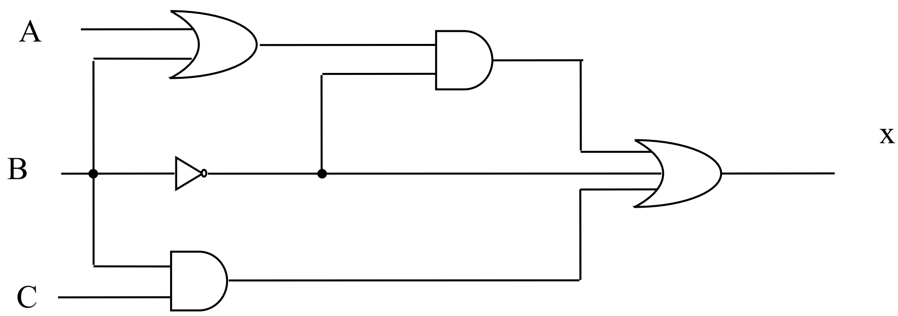
L'expression de x :

$$x = \left[(A + \overline{B}) \cdot (B + C)\right] \cdot C$$

$$x = \left[A.B + A.C + B.\overline{B} + \overline{B}.C\right] \cdot C = A.B.C + A.C + \overline{B}.C = A.C (B + 1) + \overline{B}.C$$

$$x = A.C + \overline{B}.C$$

*Exemple 2 :*



$$x = \left( (A + B) . \overline{B} \right) + \overline{B} + B.C$$
$$= (A.\overline{B} + B.\overline{B}) + \overline{B} + B.C$$
$$= \overline{B}\,(A + 1) + B.C$$
$$= \overline{B} + B.C$$
$$= \overline{B} + C \quad \text{(D'après la 4}^{\text{iéme}}\text{ identité).}$$

## I.5. Théorème de De MORGAN :

### 1er théorème :

Le complément de la somme de variable logique $x_i$ (i = 1, … n), est égal au produit des compléments $\overline{x}_i$ (i = 1, … n) de ces variables $\overline{\sum_{i=1}^{n} x_i} = \prod_{i=1}^{n} \overline{x}_i$

$\overline{x + y} = \overline{x}.\overline{y}$

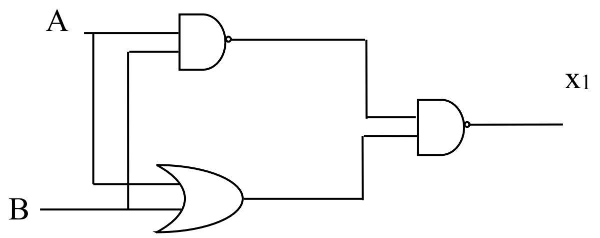
### 2ieme théorème :

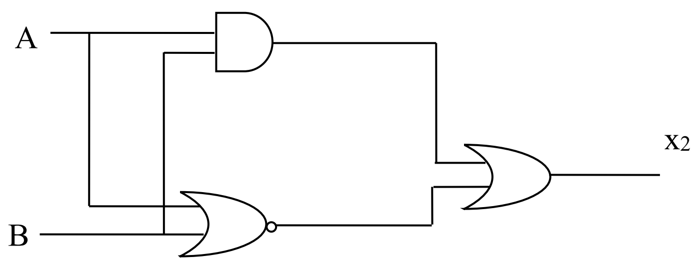
Le complément d'un produit de variable logique $x_i$ (i = 1, … n), est égal à la somme des compléments $\overline{x}_i$ (i = 1, … n) de ces variables $\overline{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \sum_{i=1}^{n} \overline{x}_i$

$\overline{x \,.\, y} = \overline{x} + \overline{y}$

*Exemple :*

En utilisant le Théorème de De MORGAN et les lois de l'algèbre de Boole, montrer que les circuits des deux figures sont équivalents :



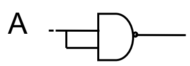




Solution :

$$x_1 = \overline{\overline{(A.B)} \,.\, (A + B)} = A.B + \left(\overline{A + B}\right)$$
$$x_2 = A.B + \left(\overline{A + B}\right)$$
$$\Rightarrow x_1 = x_2$$

## I.6. Réalisation des opérations principales à partir de l'opération NAND :

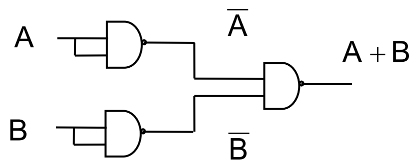
### a. Inverse :



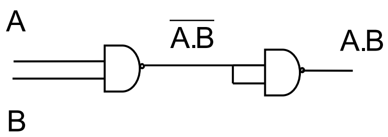

$\overline{A\ .\ A} = \overline{A}$

### b. L'opération OR :

$A + B = \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A}\ .\ \overline{B}}$

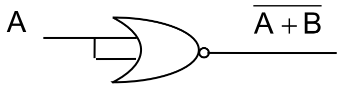



### c. L'opération AND :



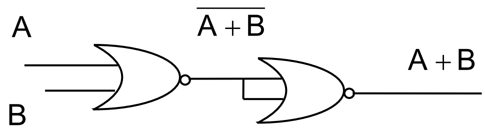

## I.7. Réalisation des opérations principales à partir de l'opération NOR :

### a. Inverse :

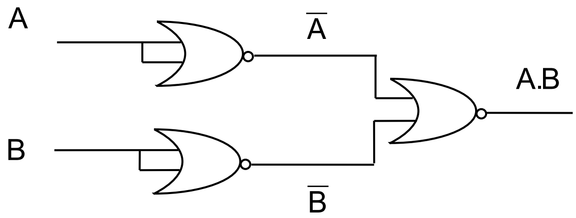



$\overline{A + B} = \overline{A}$

### b. L'opération OR :




### c. L'opération AND :




## I.8 Les fonctions logiques:

Une fonction logique est une expression dans laquelle les variables logiques sont liées entre elles par des opérations logiques. Si cette expression logique porte sur N variables, on dit que la fonction est d'ordre N.

## 1.8 Représentation des fonctions logiques :

### 1. Représentation par la table de vérité :

Pour une fonction à N variables, la table de vérité est constituée de $2^N$ lignes et (N+1) colonnes. La $(N+1)^{ième}$ colonne contient les valeurs que prend la fonction pour chaque combinaison des variables.

*Exemple :*

Représenter par une table de vérité la fonction: $F = A.B + A\overline{C} + \overline{B}.\overline{C} + A.\overline{B}.C$

*Solution:*

F est égale à 1 si l'un de ses termes est égale à 1. C'est-à-dire lorsque : A=1 et B=1 ou A=1 et C=0 ou B=0 et C=0 ou A=1 et B=0 et C=1.

| A | B | C | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

### 2. Représentation par une expression numérique:

C'est une représentation plus souple que la table de vérité. Elle est égale à la somme des équivalents numériques pour lesquels la fonction vaut 1. Pour l'exemple précédent la forme s'écrit $F = \sum(0,4,5,6,7)$.

### 3. Représentation par le tableau de KARNAUGH:

Le tableau de KARNAUGH est constitué par un nombre de cases égal au nombre de combinaisons possibles des variables intervenant dans la fonction. Le passage d'une case à une autre case symétrique ou adjacente doit entraîner le changement d'une seule variable.

- Tableau de Karnaugh à 2 variables A et B:

| AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| | **(0)** | **(1)** | **(3)** | **(2)** |

- Tableau de Karnaugh à 3 variables A, B et C:

| C \ AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | **(0)** | **(2)** | **(6)** | **(4)** |
| 1 | **(1)** | **(3)** | **(7)** | **(5)** |

- Tableau de Karnaugh à 4 variables A, B, C et D:

| CD \ AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | **(0)** | **(4)** | **(12)** | **(8)** |
| 01 | **(1)** | **(5)** | **(13)** | **(9)** |
| 11 | **(3)** | **(7)** | **(15)** | **(11)** |
| 10 | **(2)** | **(6)** | **(14)** | **(10)** |

- Tableau de Karnaugh à 5 variables A, B, C, D et E:

| DE \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | (0) | (4) | (12) | **(8)** |
| 01 | (1) | (5) | (13) | **(9)** |
| 11 | (3) | (7) | (15) | **(11)** |
| 10 | **(2)** | **(6)** | **(14)** | **(10)** |

A=0

| DE \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | (16) | (20) | (28) | **(24)** |
| 01 | (17) | (21) | (29) | **(25)** |
| 11 | (19) | (23) | (31) | **(27)** |
| 10 | **(18)** | **(22)** | **(30)** | **(26)** |

A=1

*Exemple 1:* Représenter sur un tableau de Karnaugh, la fonction:

$$F = A\left(B\overline{C} + \overline{B}\right) + AC(B + C)$$

*Solution:*

| C \ AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

*Exemple 2:* Représenter la table de vérité et le tableau de Karnaugh de la fonction:

$$F = B(A + C) + AC + D$$

*Solution:* F est égale à "1" si l'un de ses termes est égale à "1", c'est-à-dire lorsque: (D=1) ou (A=1 et C=1)ou (B=1 et A ou C égaux à 1).

F est à quatre variable, on aura besoin pour sa représentation d'une table de vérité de 16 lignes et 5 colonnes.

- Un tableau de Karnaugh de 16 cases.

| A | B | C | D | F |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| AB<br>CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 1 |

4. Les formes canoniques:

- Première forme canonique:

On dit qu'une fonction est sous la première forme canonique, si elle est exprimé sous la forme d'une somme des combinaisons pour lesquelles elle vaut "1"; Chaque combinaison doit faire apparaître toutes les variables logiques. Chaque terme est appelé minterme.

*Exemple :* $F(A,B,C) = AB\overline{C} + A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + ABC$

- Deuxième forme canonique:

Ici la fonction est exprimée sous la forme d'un produit de sommes, comprenant toutes les variables ou leurs compléments. Chaque terme de cette deuxième forme est appelé maxterme.

*Exemple:* $F(A,B,C) = (A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(A + B + C)$

*Remarque:* Le complément d'un minterme est un maxterme et inversement.

- Méthodes de calcul:

Il existe plusieurs méthodes pour le calcul de la première et de la deuxième forme canonique d'une fonction:

## 1. Méthode graphique:

Cette méthode est basée sur le tableau de Karnaugh. La première forme canonique correspond à la somme de toutes les combinaisons pour lesquelles la fonction vaut "1".

Pour la seconde forme canonique on exprime $\overline{F}$ à partir du tableau de Karnaugh, ensuite on complémente l'expression.

*Exemple:*

Déterminer la première et la seconde forme canonique de la fonction $F = AC + B\overline{C}$

La représentation par le tableau de Karnaugh de la fonction est donnée par:

| C \ AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

La première forme canonique est donc:

$$F = \overline{A}.B.\overline{C} + A.B.\overline{C} + A.B.C + A.\overline{B}.C$$

La deuxième forme canonique est:

$$\overline{F} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.\overline{C}$$

$$F = \overline{\overline{F}} \Rightarrow F = \overline{\overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.\overline{C}}$$

$$\Rightarrow F = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)$$

## 2. Méthode algébrique:

- Première forme canonique:

  Chaque terme de la somme est multiplié par la somme des variables manquantes et de leur complément.

- Deuxième forme canonique:

  On détermine d'abord l'expression de $\overline{F}$ sous sa $2^{ième}$ forme canonique, ensuite on calcul son complément.

*Exemple:* Mettre sous la $1^{ère}$ forme et la $2^{nd}$ forme canonique la fonction suivante:

$$F = A.C + B.\overline{C}$$

$1^{ère}$ forme: $F = A.C(B + \overline{B}) + B.\overline{C}(A + \overline{A}) = A.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C}$

$2^{nd}$ forme:

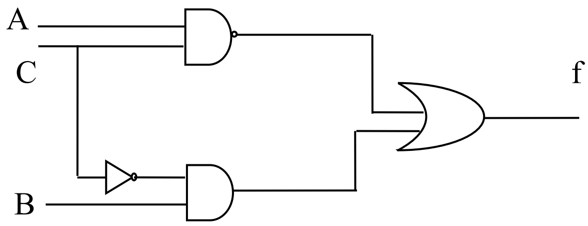
$$\overline{F} = \overline{A.C + B.\overline{C}} = \left(\overline{A.C}\right)\left(\overline{B.\overline{C}}\right) = (\overline{A} + \overline{C}).(\overline{B} + C)$$

$$\overline{F} = \overline{A}.\overline{B} + \overline{A}.C + \overline{B}.\overline{C}$$

$$\overline{F} = \overline{A}.\overline{B}(C + \overline{C}) + \overline{A}.C(B + \overline{B}) + \overline{B}.\overline{C}(A + \overline{A}) = \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.BC + \overline{A}.\overline{B}.C + A.\overline{B}.\overline{C}$$

$$\Rightarrow F = \overline{\overline{F}} = (A + B + \overline{C})(A + B + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)$$

5. Représentation par un logigramme:




6. Représentation par un chronogramme:

Le chronogramme est la représentation dans le temps d'une fonction logique suite aux variations des variables logiques.

## 1.9 Simplification des fonctions logiques:

La simplification d'une fonction revient à réduire le nombre de ses termes ou le nombre de variables dans un même terme. L'intérêt de cette réduction est de trouver l'écriture la plus simple en espérant que cela conduise à la réalisation matérielle la plus simple.

1. Réduction algébrique:

*Exemple:* Prenons la fonction écrite sous sa 1ère forme canonique suivante:

$$f = \overline{a}bc + a\overline{b}c + ab\overline{c} + abc$$

$$\Rightarrow f = (\overline{a}bc + abc) + (a\overline{b}c + abc) + (ab\overline{c} + abc)$$

$$= bc(a + \overline{a}) + ac(b + \overline{b}) + ab(c + \overline{c})$$

$$\Rightarrow f = bc + ac + ab$$

Cette méthode est hasardeuse et les manipulations deviennent très difficiles au-delà de trois variables.

- Méthode de Karnaugh:

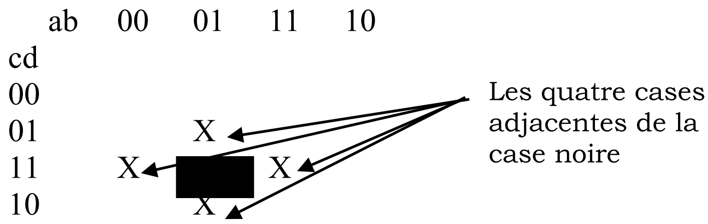
1. Monômes adjacents et tableau de Karnaugh à 4 variables:

Pour simplifier une fonction on réunis des monômes adjacents (qui ne diffèrent que par une seule variable).

*Exemple:* $ab\overline{c}\overline{d} + ab\overline{c}d = ab\overline{c}(d + \overline{d}) = ab\overline{c}$

La méthode de KARNAUGH évite la recherche de ces monômes adjacents par un procédé algébrique. Donc le tableau doit être construit de telle sorte qu'entre une case et les cases adjacentes une seule variable change d'état.

*Exemple:*




2. Simplification d'une fonction complètement définie:

Le principe de la simplification consiste, pour une fonction exprimée en somme canonique à rechercher des groupements de 2 cases, 4 cases et 8 cases adjacentes de façon à éliminer une, deux ou trois variables dans un groupe de monômes.

Les groupements doivent utiliser toutes les cases contenant un "1".

*Exemple:*

La fonction représentée par la table de vérité ci-dessous peut être écrite sous la forme canonique suivante:

$$f = \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d} + \overline{a}\,\overline{b}\,c\,\overline{d} + \overline{a}\,b\,\overline{c}\,d + a\,\overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d} + \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c}\,d + a\,\overline{b}\,c\,\overline{d} + a\,\overline{b}\,c\,d + a\,b\,\overline{c}\,d$$

On peut faire 3 groupements dans le tableau:

1/ Les deux cases qui correspondent à:

$$\overline{a}\,b\,\overline{c}\,d + a\,b\,\overline{c}\,d = b\,\overline{c}\,d\left(a + \overline{a}\right) = b\,\overline{c}\,d$$

2/ Groupement de quatre cases verticales:

$$a\,\overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d} + a\,\overline{b}\,\overline{c}\,d + a\,\overline{b}\,c\,d + a\,\overline{b}\,c\,\overline{d} = a\,\overline{b}\,\overline{c}\left(d + \overline{d}\right) + a\,\overline{b}\,c\left(d + \overline{d}\right) = a\,\overline{b}\,\overline{c} + a\,\overline{b}\,c = a\,\overline{b}\left(c + \overline{c}\right) = a\,\overline{b}.$$

3/ Groupement des 4 cases des 4 coins :

$$\overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d} + a\,\overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d} + \overline{a}\,\overline{b}\,c\,\overline{d} + a\,\overline{b}\,c\,\overline{d} = \overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d}\left(a + \overline{a}\right) + \overline{b}\,c\,\overline{d}\left(a + \overline{a}\right) = \overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d} + \overline{b}\,c\,\overline{d} = \overline{b}\,\overline{d}\left(c + \overline{c}\right) = \overline{c}\,\overline{d}$$

D'où :

$$f = b\,\overline{c}\,d + a\,\overline{b} + \overline{c}\,\overline{d}$$

| a | b | c | d | f |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

| cd \ ab | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | **1** | 0 | 0 | **1** |
| 01 | 0 | **1** | **1** | **1** |
| 11 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 10 | **1** | 0 | 0 | **1** |

*Remarques:* Pour simplifier une fonction par le tableau de KARNAUGH, on n'a pas besoin d'écrire des expressions. En groupant 2, 4 ou 8 terme adjacents, on élimine les variables qui changent d'état et on conserve celle qui restent fixe.

- En réunissant les 4 coins du tableau nous avons utilisé des termes déjà pris dans un premier groupement, ce n'est pas gênant dans une fonction logique un même terme peut être ajouté plusieurs fois : $a + a = a$
- Chaque groupement obtenu représente ce qu'on appelle un impliquant premier. Un impliquant premier qui contient au moins un "1" ne pouvant entrer dans aucun autre impliquant 1ier est dit impliquant 1ier essentiel.
- Pour obtenir la forme minimale, on choisit en premier lieu les impliquants premiers essentiels, ensuite, on choisit parmi les impliquants 1iers restants ceux qui sont nécessaire pour couvrir complètement la fonction originale. Si la forme minimale d'une fonction ne contient que des impliquants 1iers essentiels alors elle est unique.

*Exemple:*

$$F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

*Solution:*

On peut trouver dans ce cas deux formes minimales représentées par les deux tableaux de Karnaugh suivants:

| C \ AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | **1** | **1** | **0** | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

$$F_1 = \overline{AC} + BC + A\bar{B}$$

| C \ AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | **1** | **1** | **0** | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

$$F_2 = \bar{B}\bar{C} + \bar{A}B + AC$$