Chapitre II Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

II.1 Circuits électriques

Un circuit électrique est constitué d'un ensemble de composants (éléments ou dipôles linéaires) interconnectés. En général, le circuit comporte au moins une source de tension ou de courants, des composants passifs et éventuellement un ou plusieurs composants actifs.

II.2 Régime permanent

En régime permanent ou continu, les grandeurs courants et tensions sont constantes ou indépendantes du temps. Dans ce régime particulier, les inductances représentent des court-circuit et les condensateurs des circuits ouverts

II.2.1 Dipôle électrique

Un dipôle électrique est un composant unique ou un ensemble de composants, connectés à deux bornes.

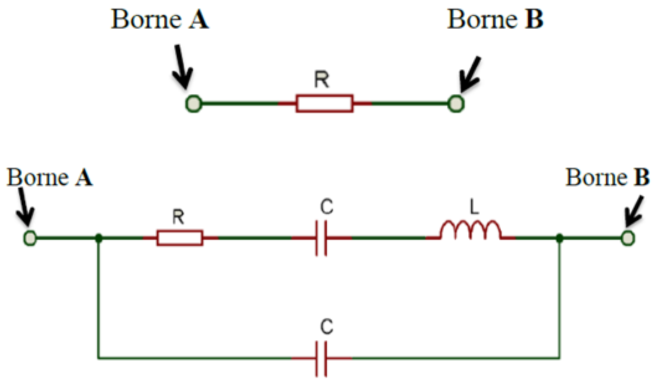


Figure 1. Dipôles électriques

Dipôle passif: C'est un dipôle qui consomme de l'énergie électrique et ne comporte aucune source d'énergie. On citera par exemples: résistances, inductances et ampoules.

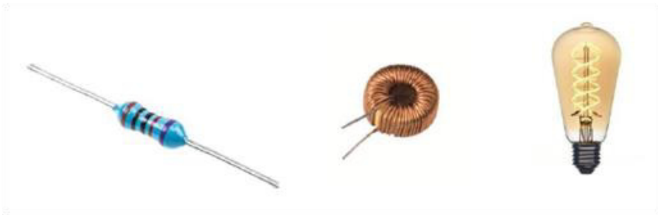


Figure 2. Dipôles passifs

Dipôle actif: C'est un dipôle qui comporte une source d'énergie, comme c'est le cas de la pile et du moteur à courant continu.

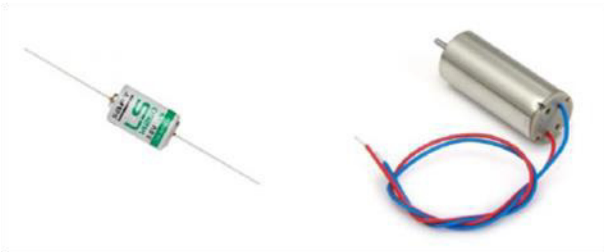
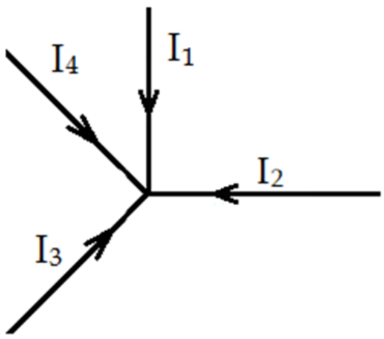


Figure 3. Dipôles actifs

II.2.2 lois de Kirchhoff

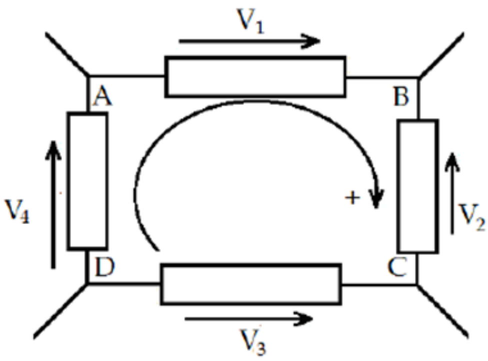
Loi des nœuds: La somme des intensités des courants arrivant à un nœud est égale à la somme des intensités des courants sortant du nœud.



$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

Figure 4. Loi des nœuds

Loi des mails: La somme des tensions orientées le long d'une maille de circuit électrique est nulle.



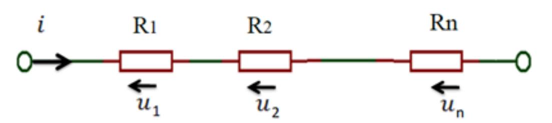
$$V_1 - V_2 - V_3 + V_4 = 0$$

Figure 5. Loi des mails

II.2.3 Association de dipôles élémentaires R, L et C

a. Association en série:

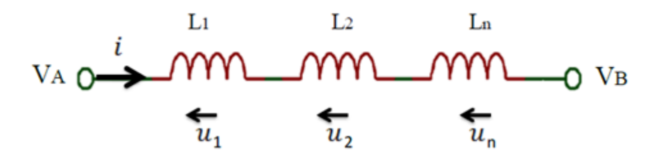
Les dipôles sont associés en série lorsqu'ils sont branchés les un à la suite des autres. Dans ce cas, le courant $i(t)$ est commun à tous les dipôles et la tension $u(t)$ est la somme des tensions aux bornes de chaque dipôle.



$$u(t) = R.i(t)$$

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$$

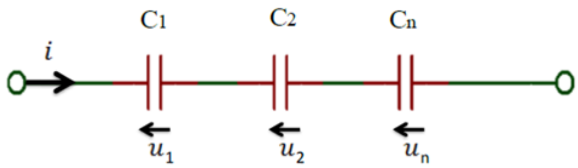
$$= (R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n)i = R_{eq}\, i$$



$$u(t) = L.\frac{di(t)}{dt}$$

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$$

$$= (L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_n)\frac{di}{dt} = L_{eq}\,\frac{di}{dt}$$



$$u = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$$

$$u(t) = \frac{1}{C}.\int i(t)dt$$

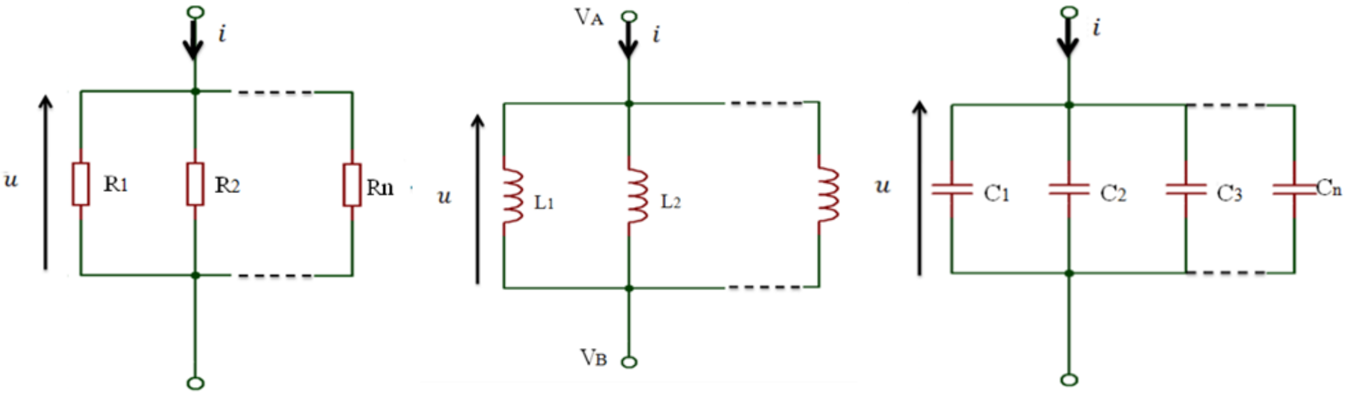
$$= \frac{1}{C_1}\int i.dt + \frac{1}{C_2}\int i.dt + \frac{1}{C_3}\int i.dt + \cdots + \frac{1}{C_n}\int i.dt$$

$$\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n}\right).\int i.dt$$

Figure 6. Association en série

b. Association en parallèle:

La tension $u(t)$ est commune à tous les dipôles et donc le courant total $i(t)$ est la somme des courants aux bornes de chaque dipôle.



$$= \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \frac{u}{R_2} + \cdots + \frac{u}{R_n}$$
$$= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}\right) u$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \cdots + i_n$$
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots + \frac{1}{L_n} = \sum_1^n \frac{1}{L_n}$$

$$= C_1\frac{du}{dt} + C_2\frac{du}{dt} + C_3\frac{du}{dt} + \cdots + C_n\frac{du}{dt}$$
$$= (C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n)\frac{du}{dt}$$

Figure 7. Association en parallèle

II.3 Régime harmonique (sinusoïdal)

Aujourd'hui, tous les réseaux d'énergie fonctionnent avec des courants et tensions alternatifs et de formes sinusoïdales. Les grandeurs sinusoïdales sont des grandeurs périodiques particulières dont l'étude est importante en électronique et en électrotechnique. L'objectif de l'étude du comportement des dipôles en régime harmonique est de déterminer la nature des impédance associées.

On distingue classiquement deux types de régimes variables, c'est à dire dans lesquels les grandeurs électriques dépendent du temps: Les régimes transitoires et les régimes périodiques.

II.3.1 Représentation des grandeurs sinusoïdales

En électrotechnique, les récepteurs électriques sont pratiquement toujours connectés aux bornes d'une même source fournissant une tension sinusoïdale $u(t)$ qu'on caractérise par sa valeur efficace. Il s'agit d'exprimer la grandeur sinusoïdale sous sa forme analytique temporelle.

La représentation réelle des grandeurs sinusoïdales (courant et tension) est donnée par:

$$u(t) = U_M.sin(\omega t + \varphi_u)$$
$$i(t) = I_M.sin(\omega t + \varphi_i)$$

Tel que:

U_M et I_M: Valeurs maximales de $u(t)$ et $i(t)$ respectivement.

$\omega t + \varphi$: Phase instantanée

ω: Pulsation en rd/s; avec $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

f: Fréquence en Hz et T: Péride en seconde

φ_u et φ_i : Phases à l'origine des temps de $u(t)$ et $i(t)$ respectivement

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$: Différence de phase entre $u(t)$ et $i(t)$.

II.3.2 Valeurs moyennes et efficaces

Valeur moyenne:

Une fonction périodique $u(t)$ de période T a une valeur moyenne U_{moy} donnée par:

$$U_{moy} = \frac{1}{T}.\int_0^T u(t)dt$$

La valeur moyenne d'un signal sinusoïdal est nulle.

Valeur efficace:

Dans le domaine électrique, la valeur efficace d'une tension alternative est égale à la valeur d'une tension continue qui produirait le même échauffement dans une même résistance.

Pour une fonction périodique $u(t)$ de période T, la valeur efficace est donnée par:

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}.\int_0^T u(t)^2 dt} = \frac{U_M}{\sqrt{2}}$$

II.3.3 Représentation vectorielle d'une grandeur sinusoïdale

On peut aussi représenter une grandeur sinusoïdale (courant, tension) par un vecteur tournant dans le plan O_{xy} à la vitesse de rotation ω,dans le sens trigonométrique, c'est le vecteur de Fresnel associé à cette grandeur sinusoïdale.

Selon la nature du circuit considéré (résistif, capacitif ou inductif), les courants et tensions présentent des déphasage distincts par rapport à une origine donnée.

Pour simplifier la représentation des vecteurs de Fresnel, on choisit de les représenter à $t = 0$, ce qui ne change en rien, le résultat final.

La norme du vecteur de Fresnel de la grandeur $u(t)$ est égale à sa valeur efficace.

$$u(t) = \sqrt{2}U_{eff}.sin(\omega t + \varphi)$$

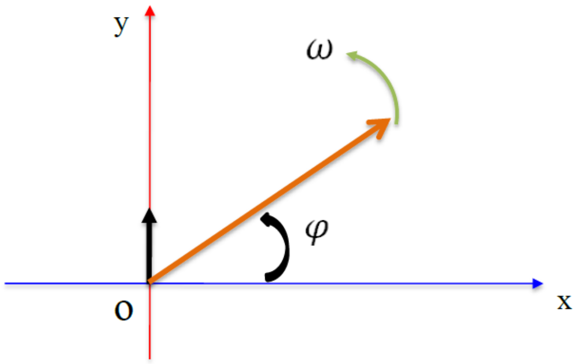


Figure 8. Vecteur de Fresnel

Exemple:

Soient deux vecteurs:

$$u(t) = 5\sqrt{2}.sin\omega t$$

$$i(t) = 2\sqrt{2}.sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Donner la représentation vectorielle de Fresnel pour les deux grandeurs $u(t)$ et $i(t)$.

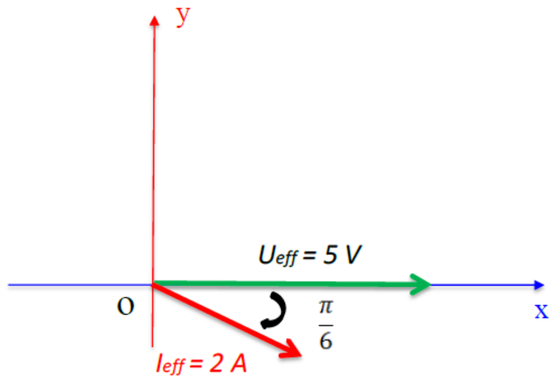


Figure 9. Vecteur de Fresnel (exemple)

II.3.4 Impédances complexes

L'impédance électrique permet de mesurer l'opposition d'un circuit électrique (des dipôles) au passage d'un courant électrique.

En régime sinusoïdal, les relations de maille deviennent des équations différentielles dont la résolution se complique pour les circuits comportant plus d'un ou deux récepteurs. Il est donc nécessaire de mettre en œuvre une notation et une méthodologie particulières. Cette notation et la notation complexe, des courants et tensions qui permet de les caractériser que par leurs valeurs efficaces et leur phases.

Soit un circuit traversée par un courant électrique alternatif sinusoïdal de la forme:

$$i(t) = I_{eff}\sqrt{2}.sin(\omega t + \varphi)$$

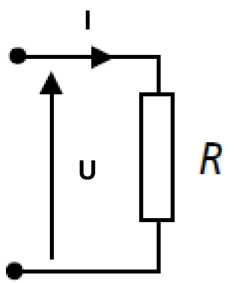
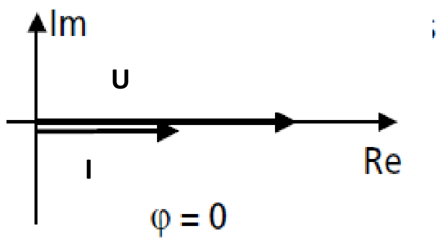
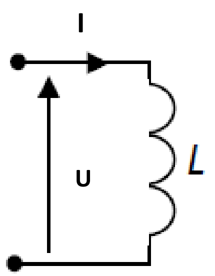
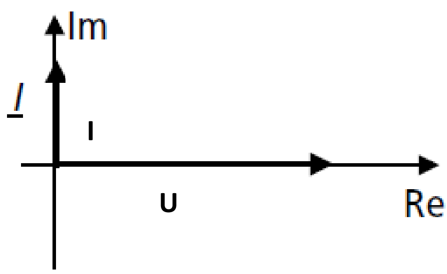
En utilisant la représentation vectoriel $i(t)$ peut s'écrire sous la forme:

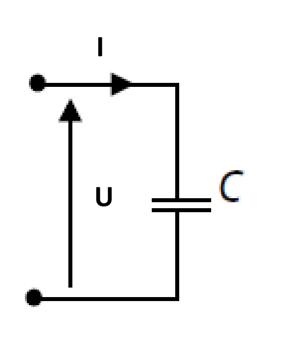
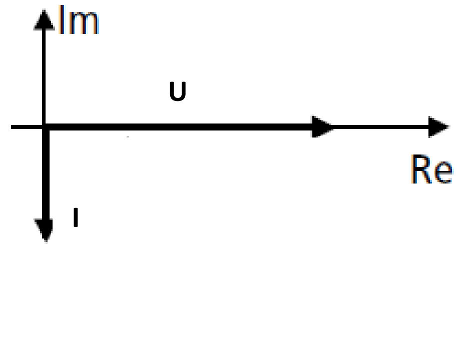
$$i(t) = I_{eff}e^{j\varphi} = I_{eff}.(cos\varphi + jsin\varphi)$$

La notion d'impédance est très importante puisqu'elle reflète une proportionnalité entre les courants et les tensions et non plus une relation différentielle. On retiendra:

- L'impédance complexe d'un dipôle: $Z = \frac{U}{I}$; L'impédance est: $|Z|$ en Ohms (Ω);
- L'admittance complexe : $Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{U}$; L'admittance est: $|Y|$ en Siemens (S);
- Les impédances complexes sont des nombres complexes. Classiquement, si $Z = R + jX$, R représente la résistance série de l'impédance et X sa réactance série.
- Les impédances complexes suivent les règles d'associations classiques des résistances.

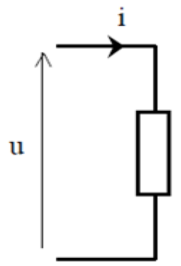
II.3.5 Application aux dipôles linéaires

Schéma du circuit	Vecteurs de Fresnel	Impédance complexe	Déphasage
		$Z = R$	$\varphi = 0$
		$Z = jL\omega$	$\varphi = \frac{\pi}{2}$

		$Z = \frac{1}{jC\omega}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$

II.4 Les puissances électriques

Le concept de puissance est un outil indispensable en électrotechnique, il permet d'avoir une vision globale des systèmes et de résoudre facilement certains problèmes par la technique du bilan de puissances. En physique, une puissance représente une quantité d'énergie par unité de temps, avec pour unité le Watt (1W=1J/s).



La puissance consommée par le dipôle s'écrit:

$$P = k.U_{eff}.I_{eff}$$

k: facteur de puissance compris entre 0 et 1

Figure 10. Puissance et facteur de puissance

Avec la convention de signe récepteur:

- Si la puissance est positive alors le système considéré reçoit de l'énergie;
- Si, par contre la puissance est négative alors il cède de l'énergie.

On distingue plusieurs autres types de puissance électriques, qui correspondent à des notions liées aux aspects technologiques de la distribution de l'énergie électrique.

II.4.1 Puissance instantanée

C'est le produit courant tension à tout instant:

$$P(t) = u(t).i(t) = U_M.sin\omega t.I_M.sin(\omega t + \varphi)$$

Après simplification du produit, on trouve:

$$P(t) = U_{eff}.I_{eff}.[cos\varphi - cos(2\omega t + \varphi)]$$

II.4.2 Puissance fluctuante

C'est la partie variable de la puissance instantanée:

$$P(t) = U_{eff}.I_{eff}.cos(2\omega t + \varphi)$$

II.4.3 Puissance active

Elle représente la valeur moyenne de la puissance instantanée:

$$P(t) = U_{eff}.I_{eff}.cos\varphi$$

C'est la puissance qui correspond à un travail physique effectif, son unité est le Watt.

II.4.4 Puissance apparente

C'est le produit des valeurs efficaces: $S = U_{eff}.I_{eff}$ en Volt-Ampère (VA), Ce qui permet d'introduire le facteur de puissance:

$$k = \frac{P}{S} = cos\varphi$$

II.4.5 Puissance réactive

C'est la puissance sans effet physique en terme de travail, qui correspond à la partie réactive du courant: $S = U_{eff}.I_{eff}.sin\varphi$ en Volt-Ampère-Réactif (VAR)

On peut alors écrire :

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

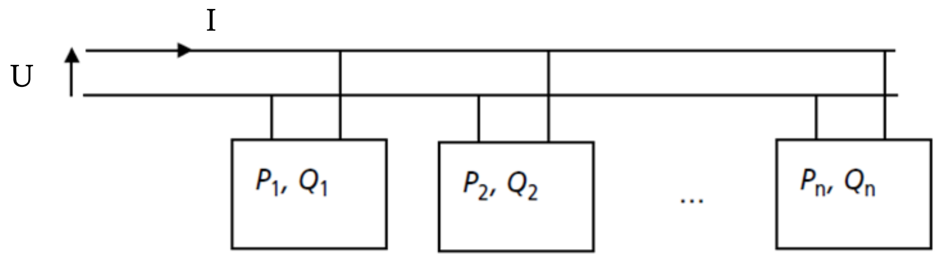
Avec: $tan\varphi = \frac{Q}{P}$; $cos\varphi = \frac{P}{S}$; $sin\varphi = \frac{Q}{S}$

II.5 Théorème de Boucherot

Dans un réseau, à fréquence constante, il y a conservation de la puissance active d'une part et de la puissance réactive d'autre part.

Remarque: Le théorème de Boucherot n'est pas valable pour la puissance apparente.

énoncé: La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive. En revanche, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente.



$|S| = U_{eff}.I_{eff}$; $P = P_1 + P_2 + \cdots + P_n$; $Q = Q_1 + Q_2 +$

$S = S_1 + S_2 + \cdots + S_n$; mais : $|S| \neq |S_1| + |S_2| + \cdots + |S_n|$