

Faculté de technologie - Département d'Electronique

Niveau: Master 1

Filière: Automatique et Systèmes

Chapitre I: Introduction à l'Identification des Systèmes

1. Introduction:

En sciences de l'automatique, les ingénieurs se sont rapidement orientés vers les approches basées sur la lecture des données, afin de construire des modèles dynamiques approximatifs.

La formalisation des concepts et techniques d'identification connus aujourd'hui, ont évolués à travers une variété de contributions d'ingénieurs et de statisticiens.

L'identification est donc l'exercice de développer une relation mathématique (modèle) entre les causes (entrées) et les effets (sorties) d'un système (procédé), basée sur des observations et des données de mesures. Ainsi, l'identification, établis un schéma mathématique entre l'espace d'entrée et l'espace de sortie, comme déterminé par les données mesurées.

2. Définition:

L'identification d'un procédé au sens de Zadeh (1962) est définie comme la détermination, basée sur la connaissance des entrées/sorties du procédé, en plus de connaissances à priori, d'un modèle appartenant à une classe spécifiée, équivalente au procédé. Le traitement mathématique des réponses (observations expérimentales) du système que ce soit graphique ou autres est appelé identification. Le modèle obtenu est dit de conduite ou de représentation. Ainsi, l'identification est considérée comme un art de modélisation.

3. Systèmes dynamiques et Modélisation

3.1. Présentation du problème:

Identifier un système dynamique réel, c'est caractériser un autre système (appelé modèle), à partir de la connaissance expérimentale des entrées et sorties de manière à obtenir identité du comportement. Le modèle peut être un système physique (modèle réduit), ou bien un système abstrait (modèle mathématique)

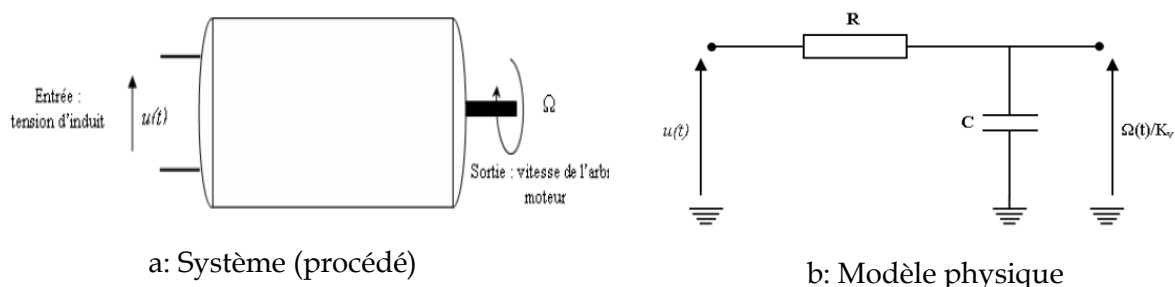


Figure I.1: Moteur d'asservissement à courant continu

La figure I.1 représente un système dynamique qui est le moteur d'asservissement à courant continu (a) et son modèle physique (b). Ce système peut être représenté par un modèle mathématique (équation différentielle), qui est donné par:

$$\Omega(t) + \tau \frac{d\Omega(t)}{dt} = K_v \cdot u(t) \quad (I.1)$$

Classiquement, un système est composé du processus physique, d'un capteur pour mesurer la sortie et d'un actionneur pour agir sur la grandeur d'entrée du processus. En automatique, l'asservissement d'un système se présente soit en boucle ouverte (sans contre-réaction entre la sortie et l'entrée), ou bien en boucle fermée (avec une contre-réaction "feedback") entre la sortie et l'entrée.

3.2. Utilité d'un modèle:

Il existe deux types de modèles:

- Un modèle de connaissance: Ce modèle a pour but d'accroître la connaissance d'un système physique. Il est nécessaire à la construction et au dimensionnement d'un système industriel (ex: fabrication d'un véhicule, d'une unité de production, ...).

Ce type de modèle est obtenu sur la base des lois physiques; Il est caractérisé par:

- Des difficultés de décrire fidèlement les phénomènes complexes;
- Des hypothèses simplificatrices;
- Le dilemme: Précision-simplicité; Un modèle simple est faux, un modèle compliqué est inutilisable;
- Les paramètres ont un sens physique et donc le modèle est commode pour l'analyse.

- Un modèle de représentation: Ce modèle, qui fera l'objet de la suite de ce cours est nécessaire à la commande d'un système dynamique (modèle de conduite: E/S) ou bien à surveiller son comportement (modèle de référence). Il est caractérisé par:

- La "boîte noire", soumise à l'expérience active ou passive (aléatoire);
- Les paramètres n'ont aucun sens physique;

Pour le cas du moteur à courant continu, on a:

- Un modèle de connaissance est:

$$\Omega(t) + \tau \frac{d\Omega(t)}{dt} = K_v \cdot u(t) \quad (I.2) \text{ Avec } \begin{cases} \tau = \frac{R.J}{a.R + \phi_0^2} \\ K_v = \phi_0 \cdot \frac{1}{a.R + \phi_0^2} \end{cases}; \text{ Dans ce cas les coefficients sont subjectifs}$$

- Un modèle de représentation est:

$$\Omega(t) + \tau \frac{d\Omega(t)}{dt} = K_v \cdot u(t) \quad (I.3) \text{ Avec } \begin{cases} \tau = 20ms \\ K_v = 50 (rd/s)/v \end{cases}; \text{ Dans ce cas les coefficients sont déterminés}$$

3.3. Classification des modèles:

Ces modèles, étant eux-mêmes des systèmes dynamiques, qui admettent une représentation mathématique du type de celles décrites précédemment. Ils peuvent être:

- Linéaire ou non linéaire:

Les lois mathématiques entre l'entrée et la sortie sont des équations différentielles linéaires ou non linéaires. Un système est linéaire s'il obéit au principe de superposition défini par les propriétés d'additivité et d'homogénéité.

- Continu ou discret:

Le système est en général continu. Il semble naturel d'en établir un modèle lui aussi continu, mais en pratique, il en est parfois autrement. Le simulateur peut être analogique ou numérique, d'où la nécessité dans ce deuxième cas d'un modèle discret.

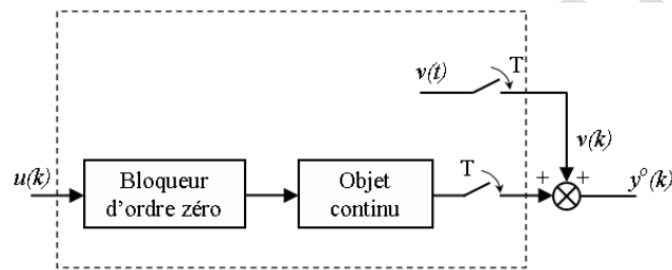


Figure I.2 Modèle discret équivalent

- Déterministe ou stochastique:

Dans la plupart des cas pratiques, la modélisation qui nous intéresse est celle de la relation déterministe reliant $y - b$ à u . Les perturbations d'état b sont alors considérées comme un inconvénient vis à vis de l'identification, d'où le recours à une représentation stochastique. Ce qui permet d'éliminer le biais causé par les perturbations dans l'estimation du modèle déterministe.

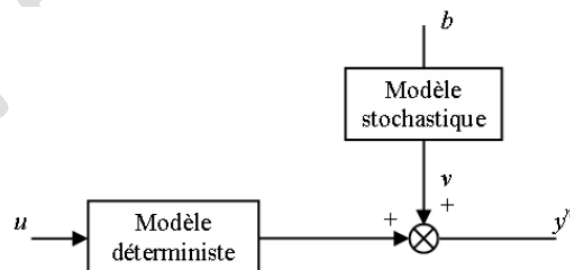


Figure I.3 Représentation stochastique

Les équations précédentes ne peuvent décrire le comportement d'un système que lorsque celui-ci est faiblement perturbé. Si ce n'est pas le cas, une représentation stochastique peut s'avérer nécessaire. Pour un système discret, on écrira de manière très générale:

$$\begin{cases} x(k+1) = F \cdot x(k) + G \cdot u(k) + b(k) \\ y(k) = H \cdot x(k) + w(k) \end{cases} \quad (I.4)$$

Où : $b(k)$ et $w(k)$ sont des bruits blancs discrets gaussiens de variance inconnue à priori.

- Paramétrique ou non paramétrique:

D'une manière générale, les modèles non paramétriques exigent peu de connaissance à priori de la structure du système, sont applicables à la représentation de tous les systèmes linéaires et quasi-stationnaires. Les modèles paramétriques nécessitent la donnée de l'ordre n (ordre fini).

Cependant, tout modèle non paramétrique n'est pas simulable directement à partir des relations entrées/sorties.

Représentation non paramétrique

Cas continu	Cas discret
Réponse impulsionnelle	
$h(\theta)$	$a(k)$
$y(t) = \int_0^{\infty} h(\theta)u(t - \theta)d\theta$	$y(k) = \sum_{l=0}^{\infty} a(l)u(k - l)$
Réponse indicielle	
$\gamma(t) = \int_0^t h(\theta)d\theta$	$\gamma(k) = \sum_{l=0}^k a(l)$
Réponse harmonique	
$H(f) = \frac{Y(f)}{U(f)}$	$A(\nu) = \frac{Y(\nu)}{U(\nu)}$
$H(f) = \int_0^{+\infty} h(\theta) \exp(-2\pi j f \theta) d\theta$	$A(\nu) = \sum_{l=0}^{\infty} a(l) \exp(-2\pi j l \nu)$

Les relations entrée/sortie précédentes n'ont en fait de sens que lorsque la réponse impulsionnelle est intégrable (hypothèse de stabilité entrée-bornée, sortie-bornée).

Dans ce cas, $h(\theta)$ (ou $a(k)$) tend vers zéro lorsque $\theta \rightarrow \infty$ ($k \rightarrow \infty$).

Représentation paramétrique

Cas continu	Cas discret
Equations différentielles, aux différences	
$y(t) + b_1 y'(t) + \dots + b_n y^{(n)}(t)$ $= a_0 u(t) + \dots + a_n u^{(n)}(t)$	$y(k) + \beta_1 y(k - 1) + \dots + \beta_n y(k - n)$ $= \alpha_0 u(k) + \dots + \alpha_n u(k - n)$
Fonctions de transfert	
$H(p) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i p^i}{1 + \sum_{j=1}^n b_j p^j}$	$A(z) = \frac{\sum_{i=0}^n \alpha_i z^{-i}}{1 + \sum_{j=1}^n \beta_j z^{-j}}$
Equations d'état	
$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$ $y = \mathbf{C}x$	$x(k + 1) = \mathbf{F}x(k) + \mathbf{G}u(k)$ $y(k) = \mathbf{H}x(k)$
\mathbf{A}, \mathbf{F} : matrices $(n \times n)$; \mathbf{B}, \mathbf{G} : matrices $(n \times 1)$; \mathbf{C}, \mathbf{H} : matrice $(1 \times n)$	

La méthodologie d'identification directe des modèles dynamiques (de commande) peut être de deux types : non paramétrique et paramétrique.

- c. Pour la représentation non paramétrique, le système ne sera pas décrit par des équations dynamiques ou une fonction de transfert, mais plutôt par sa réponse à des excitations particulières, que ce soit graphique (réponse fréquentielle, réponse à un échelon, ... etc); ou numérique (calcul de la réponse impulsionnelle ou harmonique).

- d. La représentation paramétrique des systèmes dynamiques est basée uniquement sur les mesures entrées-sorties (fonction de transfert, équations différentielles, ..., etc). Ces méthodes, comparées aux méthodes non paramétriques présentent des avantages considérables, parmi lesquels la possibilité d'une implémentation en temps réel.

D'autres classifications peuvent être définies selon que le système est dynamique ou statique, monovariable (SISO) ou multi-variables (MIMO), à paramètres localisés ou à paramètres distribués,etc

4. Procédure d'Identification:

La procédure d'identification, consiste en trois étapes principales:

- Détermination de la structure du modèle: Souvent basée sur des expériences empiriques sur le procédé, où il est nécessaire de choisir le type de modèle (linéaire ou non linéaire), aussi bien que sa complexité. D'autres critères peuvent être sélectionnés: la qualité, la flexibilité, ou le prix du modèle.
- Estimation des paramètres: Il existe un ensemble de procédures pour l'estimation des paramètres selon le type et les caractéristiques de l'entrée du procédé et de la structure du modèle désiré.
- Validation du modèle: Un modèle convenable doit être en accord avec les données expérimentales, doit décrire le procédé avec précision et doit être capable de s'adapter à l'objectif pour lequel il a été obtenu.

Ces étapes de l'identification peuvent se présenter autrement, en deux phases:

- Etape qualitative: qui se base sur la connaissance à priori du système à identifier, on fixe une structure du modèle comportant des coefficients inconnus.
- Etape quantitative: qui consiste à la détermination des coefficients inconnus du modèle de façon que la différence entre les sorties réelles du système et celles du modèle soit minimale, selon un critère donné qu'on résout par un algorithme d'identification.

5. Classification des méthodes d'identification:

5.1. Méthodes de base

Basées sur les réponses graphiques (Indicielles, impulsionne, ...)

5.2. Méthodes du modèle

Classées comme méthodes déterministiques et supposent une connaissance exactes des entrées/sorties du procédé et ne considèrent aucune source aléatoire ou d'influence. Elle permet:

- d'ajuster manuellement ou automatiquement la structure ou les paramètres du modèle jusqu'à ce que $\varepsilon \rightarrow \min$
- Itérative:

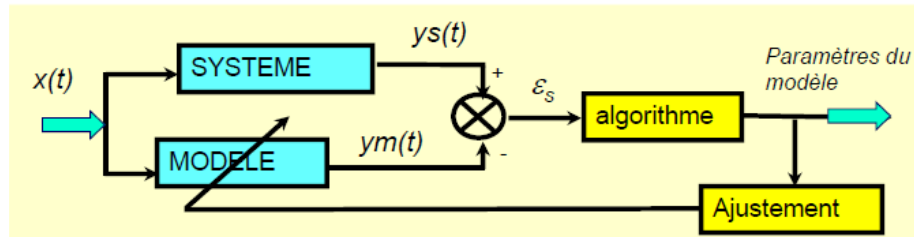


Figure I.4 Méthode d'identification par ajustement des paramètres

5.3. Méthodes statistiques

Les méthodes stochastiques incluant par exemple la méthode des moindres carrés et ses variantes, la méthode du maximum de vraisemblance, et l'approche Bayésien. Ces techniques supposent quelques perturbations aléatoires.

Le choix de telles méthodes est arbitraire et dépend du rapport signal à bruit et des propriétés des perturbations.

5.4. Théorie de l'estimation et filtrage

Basée sur l'estimation de l'état du procédé à partir des E/S.

6. Algorithme générale de l'identification:

L'élaboration des modèles de systèmes dynamiques représente un point clé en automatique et dans les sciences expérimentales. Le processus d'identification est un processus itératif, où chaque itération permet d'apporter un plus de connaissance à cette procédure.

Les trois éléments principaux nécessaires à l'identification sont:

- Les données: qui peuvent être disponibles à travers les mesures d'un système fonctionnant de manière normale;
- L'ensemble de modèles: Définit l'ensemble au sein duquel le "meilleur" modèle sera obtenu. L'ensemble des modèles détermine par exemple la structure et l'ordre des modèles;
- Le critère d'identification: Ce critère spécifie dans quel sens le modèle recherché sera "meilleur".

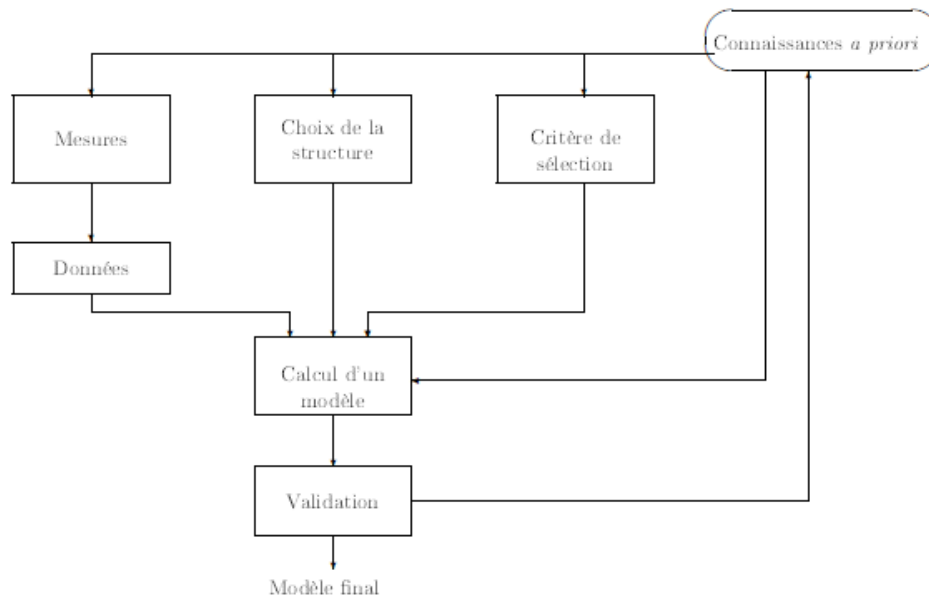


Figure I.5 Algorithme général d'identification des systèmes

7. Quelques méthodes graphiques (Méthodes non paramétriques):

Ces méthodes sont basées sur l'estimation graphique de la fonction de transfert du système dynamique à identifier. L'ensemble de ces méthodes sont classées selon le type du signal d'excitation, telles que, l'analyse indicielle et harmonique, et pour deux configurations du système en boucle ouverte et en boucle fermée. Elles s'appliquent aux systèmes linéaires, stationnaires, causals et initialement au repos. Pour ce qui suit, le système est considéré en boucle ouverte:

7.1 Analyse Indicielle:

Idéalement, la meilleure méthode à utiliser est basée sur le tracé de la réponse impulsionnelle, sauf qu'il est impossible de réaliser un dirac parfait. Aussi, la réponse harmonique fournie en utilisant un signal d'entrée de type $u(t) = A \sin(\omega t)$, permet le balayage de l'espace des pulsations ω susceptibles de contenir une pulsation de coupure du système et donc permet à travers le tracé du diagramme de Bode de déterminer le modèle du système. Dans ce cas, les résultats sont difficiles à exploiter si les constantes de temps sont proches.

D'où, la préférence d'utiliser la réponse indicielle, qui est facile à implémenter. Son but est de proposer une classe de modèles permettant d'obtenir la même sortie que celle du système. Elle consiste à tracer l'évolution de la sortie lorsque l'entrée passe instantanément d'une valeur constante à une autre entrée $E(t)$.

Cette méthode possède les propriétés suivantes:

- A partir du tracé de la réponse indicielle, la classe du modèle est proposée ce qui permet généralement de fixer l'ordre du modèle.

- Dans le cas des modèles simples, l'analyse indiciale fournit rapidement les paramètres du modèle choisi.
- Le modèle obtenu est suffisant pour élaborer une commande satisfaisante.

a. Système du premier ordre:

Le modèle pour un système du 1^{er} ordre avec retard de valeur τ_d , est donné par sa fonction de transfert: $H(p) = \frac{k}{1+\tau_d p} \cdot e^{-\tau_d p}$;

$$H(p) = \frac{k}{1+\tau_d p} \cdot e^{-\tau_d p};$$

En cas de bruit, la méthode de mesure de τ via l'intersection de la pente de la tangente au démarrage avec la valeur finale est meilleure que le relevé du temps à 63% de la valeur finale.

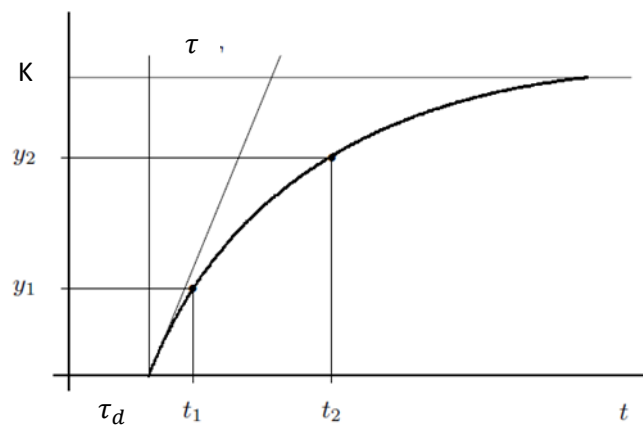


Figure I.6 Réponse indiciale d'un système du 1^{er} ordre avec retard

La sortie du système est donnée à travers la TL inverse de $H(p)$ par:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < \tau_d \\ k \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau_d)}{\tau}}\right) & t \geq \tau_d \end{cases} \quad (I.5)$$

Le gain statique du procédé est donné comme étant la sortie en régime permanent $k = y(\infty)$. Si on suppose que les deux points t_1, y_1 et t_2, y_2 sont connus à partir de la réponse indiciale alors:

$$y_1(t) = k \left(1 - e^{-\frac{t_1-\tau_d}{\tau}}\right); y_2(t) = k \left(1 - e^{-\frac{t_2-\tau_d}{\tau}}\right) \quad (I.6)$$

Après quelques simplifications on aura:

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln \frac{k - y_1}{k - y_2}} \quad (I.7)$$

$$\tau_d = \frac{t_2 \cdot x - t_1}{x - 1} \quad (I.8)$$

Avec:

$$x = \frac{\ln \frac{k - y_1}{k}}{\ln \frac{k - y_2}{k}} \quad (I.9)$$

La valeur de la constante de temps τ peut être aussi obtenu de la réponse comme représenté sur la figure I.6. ou bien lorsque la sortie atteint 63% de sa valeur finale.

b. Système du second ordre:

Si la réponse indicielle du procédé suit l'allure de la figure I.7 :

$$H(p) = \frac{k}{1 + 2 \cdot \tau \cdot \xi \cdot p + \tau^2 \cdot p^2} = \frac{k \cdot \omega_n^2}{p^2 + 2 \cdot \omega_n \cdot \xi \cdot p + \omega_n^2} \quad (I.10)$$

La tâche de l'identification est de déterminer le gain du procédé k , la fréquence naturelle ω_n , la constante de temps: $\tau = 1/\omega_n$, et le facteur d'amortissement ξ . Les données sont les points $[t_1, y_1]$ et $[t_2, y_2]$ et la sortie pour l'état permanent $y(\infty)$.

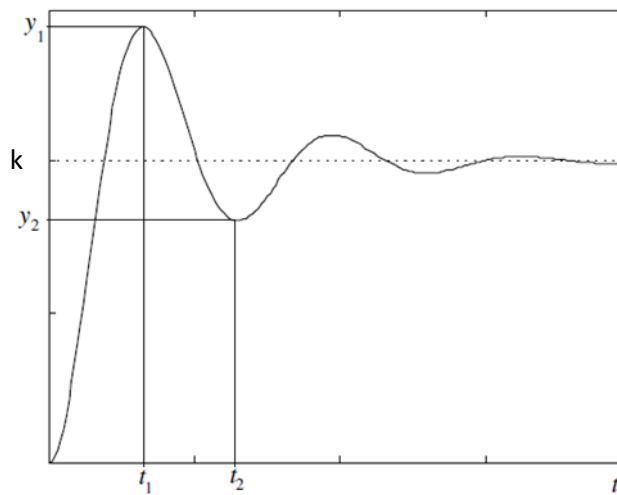


Figure I.7 Réponse indicielle d'un système du 2^{ème} ordre

Pour la dérivation des relations entre les variables connues et estimées, on utilisera le fait que la dérivée de la réponse indicielle en fonction du temps est aux points t_n (extremum local) est nulle.

Le gain statique est obtenu comme précédemment pour l'état permanent $k = y(\infty)$.

En utilisant la transformée de Laplace on trouve la réponse:

$$y(t) = k \cdot \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot e^{-\xi \cdot \omega_n t} \cdot \sin(\omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2} t + \varphi) \right] \quad (I.11)$$

Avec: $\varphi = \arccos(\xi) = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right)$

La dérivée de $y(t)$ par rapport au temps donne:

$$\dot{y}(t) = k \cdot \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) \quad (I.12)$$

La formule $\sin(a + \varphi)$ a été utilisée. L'extremum local est:

$$\dot{y}(t_n) = 0 \Leftrightarrow \sin(\omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t_n) = 0 \Rightarrow t_n = \frac{n\pi}{\omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (I.13)$$

En substituant t_n dans l'équation de la sortie , on trouve:

$$y(t_n) = k. \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\frac{n\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \cdot \sin(n\pi + \varphi) \right] \quad (I.14)$$

Nous avons: $\varphi = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$

$$y(t_n) = k. \left[1 - (-1)^n \cdot \left(e^{-\frac{n\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \right)^n \right] = k. [1 - (-1)^n \cdot (M)^n]; M = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (I.15)$$

La procédure d'identification est alors comme suit:

- $k = y(\infty)$;
- $y_1 = k. (1 + M)$; $y_2 = k. (1 - M^2) \Rightarrow M = \frac{y_1 - y_2}{y_1}$;
- $M = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \xi = \left| \frac{\ln M}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 M}} \right|$;
- $t_1 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$; $t_2 = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \omega_n = \frac{\pi}{(t_2 - t_1) \cdot \sqrt{1-\xi^2}}$; $\tau = 1/\omega_n$

c. Système d'ordre supérieur:

c.1. Méthode de Strejc:

Lorsque le système possède plusieurs constantes de temps, l'enregistrement de sa réponse indicielle ne permet pas d'identifier la valeur de chacune de ces valeurs de façon systématique. La méthode de Strejc consiste ainsi à utiliser un modèle simplifié possédant n constantes de temps identiques. Grâce à un retard bien choisi, on peut alors pratiquement faire coïncider la réponse du modèle et celle du système à identifier. La mesure du gain statique est classique, est le rapport de la variation totale de la sortie mesurée sur l'amplitude de l'échelon de commande.

- Première méthode

Cette méthode peut s'appliquer aux systèmes dont la réponse indicielle ne présente pas de dépassement. La caractérisation de Strejc est de la forme:

$$H(p) = \frac{k \cdot e^{-\tau ap}}{(1 + \tau \cdot p)^n} \quad (I.16)$$

Qui nous permet d'écrire la forme normalisée:

$$H_N(p) = \frac{1}{(1 + \tau \cdot p)^n} \quad (I.17)$$

Cette fonction de transfert correspond à la réponse caractéristique représentée par la figure I.8 , qui est caractérisée par un point d'inflexion P_{inf} où l'on peut relever diverses quantités qui permettent de déterminer l'ordre du système n et la constante du temps τ .

Le calcul théorique du point P_{inf} conduit à trouver l'expression de la dérivée seconde de la réponse normalisée $\dot{y}_N(t)$. On a:

$$y_N(t) = 1 - e^{-t/\tau} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{j!} \cdot \left(\frac{t}{\tau}\right)^j \quad (I.18)$$

$$\dot{y}_N(t) = \mathcal{L}^{-1}[p \cdot H_N(p)] = \frac{1}{\tau^n} \cdot e^{-t/\tau} \cdot \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \quad (I.19)$$

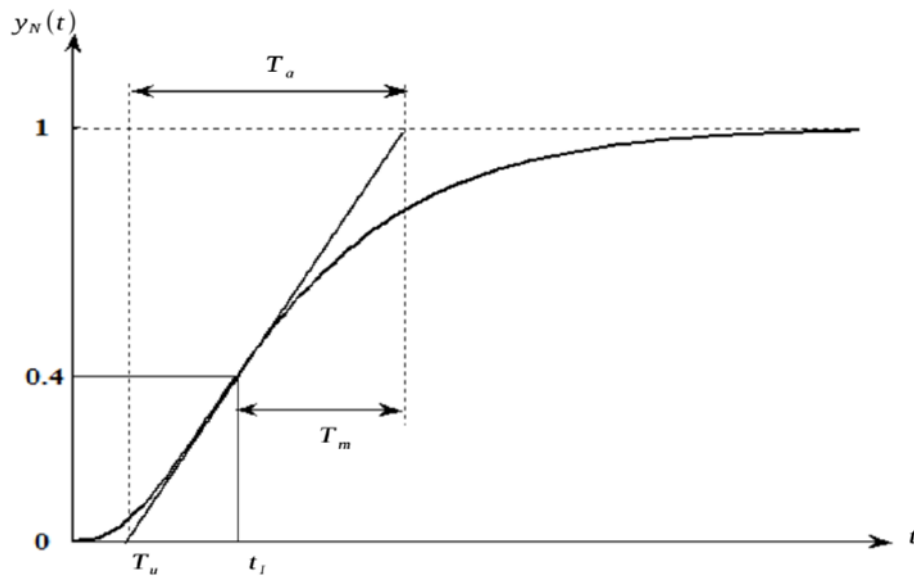


Figure I.8 Première méthode de Strejc

D'où:

$$\dot{y}_N(t) = \frac{t^{n-2}}{\tau^n (n-1)!} \cdot \left[n - 1 - \frac{t}{\tau} \right] e^{-t/\tau} \quad (I.20)$$

Le point d'inflexion P_{inf} de la réponse normalisée est calculée à partir de $\dot{y}_N(t) = 0$ où il est repéré à l'instant t_i qui correspond à une valeur de tangente.

Algorithme:

L'identification par la méthode de Strejc peut être réalisée à travers les étapes suivantes:

- On trace la tangente au point d'inflexion $[t_i, y_i]$ pour déterminer y_i ; T_a ; T_u et T_m
- A partir de y_i ou de $\frac{T_u}{T_a}$; estimer n ; suivant le tableau I.1.
- A partir de n ; $\frac{T_a}{\tau}$; $\frac{T_u}{\tau}$; $\frac{T_i}{\tau}$; $\frac{T_m}{\tau}$; calculer 4 valeurs pour τ .
- Si ces 4 valeurs sont voisines on en prend la valeur moyenne.
- Si elles sont différentes, à prendre un ordre différent (généralement plus grand) ou on change le temps de retard (généralement plus petit).

Tableau I.1. Paramètres de la réponse normalisée de Strejc

n	T_a/τ	T_u/τ	T_u/T_a	t_I/τ	y_I	T_m/τ	T_m/T_a
1	0	0	0	0	0	1	1
2	2,718	0,282	0,104	1	0,204	2	0,736
3	3,695	2,805	0,218	2	0,323	2,500	0,677
4	4,463	1,425	0,319	3	0,353	2,888	0,674
5	5,199	2,100	0,410	4	0,371	3,219	0,629
6	5,699	2,811	0,493	5	0,384	3,510	0,616
7	6,226	3,549	0,570	6	0,394	3,775	0,606
8	6,711	4,307	0,642	7	0,401	4,018	0,599
9	7,146	5,081	0,709	8	0,407	4,245	0,593
10	7,590	5,869	0,773	9	0,413	4,458	0,587

- Deuxième méthode

Une autre méthode d'identification consiste à chercher les instants t_1 et t_2 où la réponse $y_N(t)$ atteint respectivement les valeurs de 0.05 et 0.95 (5% et 95% de la valeur maximale de la sortie).

Cette méthode est basée sur un changement d'échelle des temps dans lequel la réponse est retracée à nouveau. De la même façon que pour la 1^{ère} méthode et à travers une correspondance de valeurs à un tableau de valeurs, l'ordre et la constante de temps sont déterminés.

L'avantage de cette technique est la détermination de la constante de retard pur de la réponse non normalisée.

c.2. Méthode de Broïda:

La méthode de Broïda permet d'identifier la réponse d'un système d'ordre élevé ($n > 2$) en boucle ouverte, à un système du premier ordre avec un retard pur de la forme:

$$H(p) = \frac{k \cdot e^{-\tau_d p}}{1 + \tau p} \quad (I.21)$$

Où τ ; τ_d et k représentent respectivement la constante de temps, le retard et le gain statique.

Le principe n'est pas de faire coïncider la tangente au point d'inflexion (souvent imprécis) mais d'ajuster les paramètres τ ; τ_d pour que les courbes de réponse du modèle et du processus aient deux points communs judicieusement choisis (figure ci-dessous).

Les points communs C_1 et C_2 habituellement utilisés, correspondent respectivement à 28% et 40% de la valeur finale:

$$\begin{aligned} \frac{y(t)}{k} = 0.28 &\Rightarrow \frac{(t - \tau_d)}{\tau} = 0.328 \\ \frac{y(t)}{k} = 0.40 &\Rightarrow \frac{(t - \tau_d)}{\tau} = 0.510 \end{aligned}$$

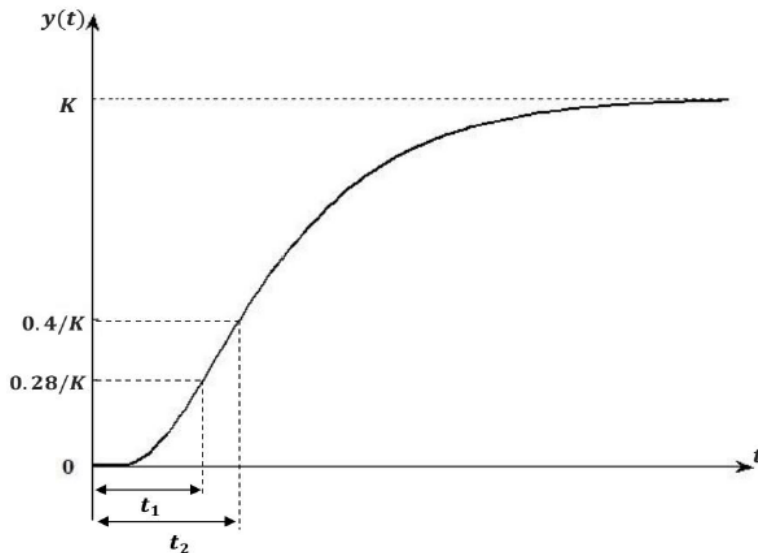


Figure I.9 Méthode de Broïda

A partir de leur projection sur l'axe des abscisses, on détermine respectivement deux temps t_1 et t_2 solutions du système d'équations suivant:

$$t_1 - \tau_d = 0.328\tau$$

$$t_2 - \tau_d = 0.510\tau$$

Le retard et la constante du temps peuvent être ainsi déterminés à partir des deux équations suivantes:

$$\tau = 5.5(t_2 - t_1)$$

$$\tau_d = 2.8t_1 - 1.8t_2$$

Le gain k est déterminé comme dans la méthode de Strejc avec la valeur finale de la sortie.

7.2 Analyse Harmonique:

L'analyse fréquentielle consiste à exciter le système, à identifier, par des entrées sinusoïdales. A fin de déterminer les paramètres de la fonction de transfert, les diagrammes de Bode : de Gain et de phase, sont tracés sur une plage suffisamment grande de fréquences.

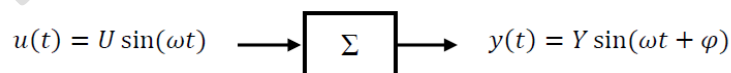


Figure I.10 Analyse fréquentielle

Dans certains cas simples (1^{ier} et 2^{ieme} ordre) il est possible d'estimer directement les coefficients de la fonction de transfert. Cependant, de façon générale, on se sert des relevés graphiques de Bode pour estimer la structure de la FT en y détectant des directions asymptotiques: Si dans une certaine bande de fréquence on peut assimiler le lieu de Bode à une droite de pente $n \cdot 20\text{dB/décade}$ pour les gains et $n \cdot \pi/2$ pour les phases alors le système est équivalent à $k \cdot p^n$ dans cette zone fréquentielle.

a. Système du premier ordre:

$$H(p) = \frac{k}{1 + \tau p}$$

Le diagramme de Bode de la fonction transfert harmonique $H(j\omega)$ est donné par la figure I.11. La constante de temps τ est caractérisée par un déphasage de $-\pi/4$ et une chute de gain de $-3dB$ par rapport au gain statique pour $\omega_0 = 1/\tau$. D'autres points peuvent être localisés sur le même tracé de Bode, tels que les points correspondent aux instants : $1/10\tau$; $1/4.8\tau$; $1/2\tau$; $2/\tau$; k/τ .

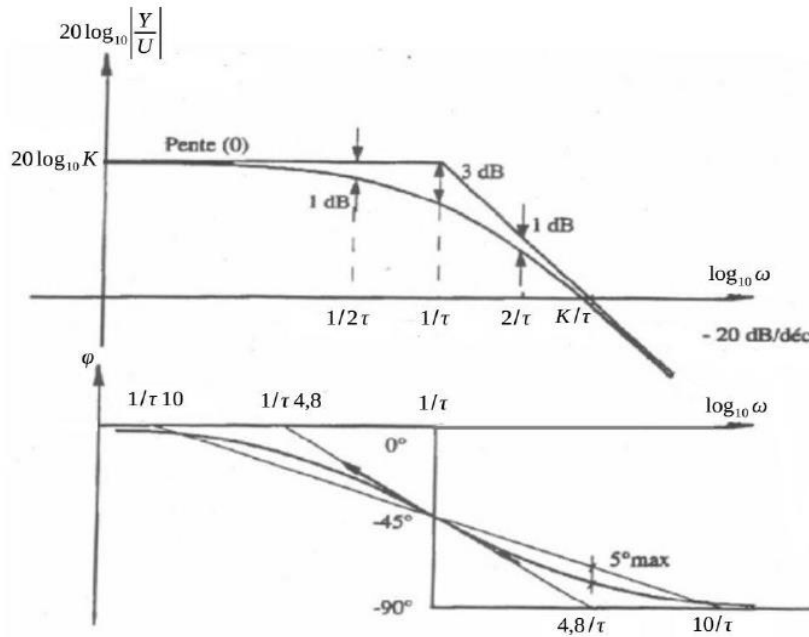


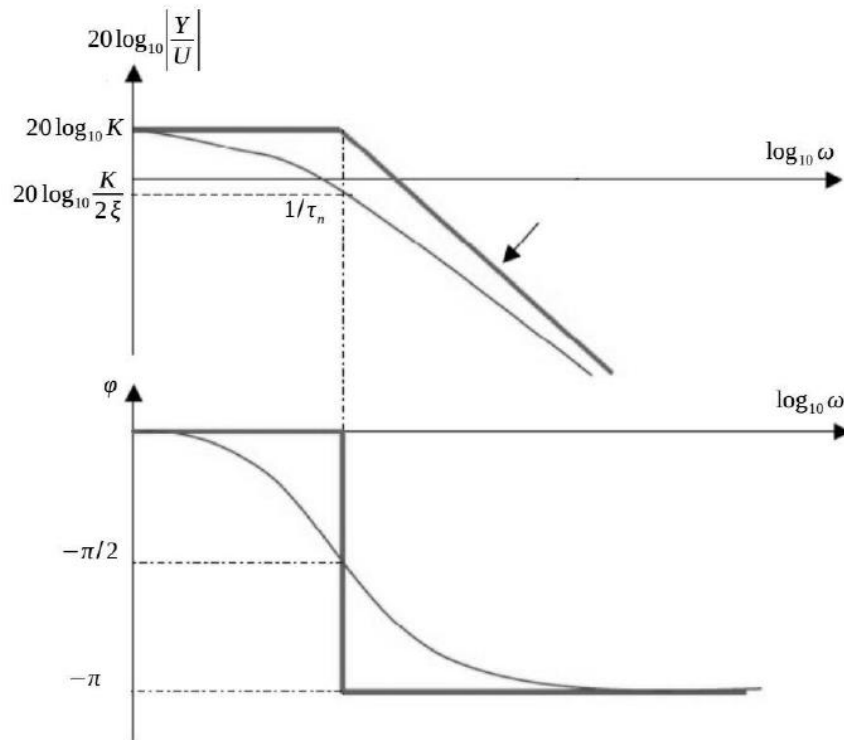
Figure I.11 Diagramme de Bode d'un premier ordre

b. Système du second ordre:

$$H(p) = \frac{k}{1 + 2 \cdot \tau \cdot \xi \cdot p + \tau^2 \cdot p^2} = \frac{k \cdot \omega_n^2}{p^2 + 2 \cdot \omega_n \cdot \xi \cdot p + \omega_n^2}$$

Le diagramme de Bode asymptotique du système est montré par la figure I.12. Pour déterminer k et ω_n , on peut remarquer que la pulsation naturelle est caractérisée par un déphasage $-\frac{\pi}{2}$ et une chute de gain de $(-6 - 20 \log \xi) dB$ par rapport au gain statique en dB du diagramme pseudo-asymptotique pour $\omega = \omega_n$. Ainsi, la mesure du gain à la pulsation naturelle donne la valeur de ξ par:

$$\xi = \frac{k}{2} \cdot \left| \frac{U}{Y} \right|_{j\omega_n} \quad (I.22)$$

Figure I.12 Diagramme de Bode d'un 2^{ième} ordre

8. Conclusion:

L'avantage des méthodes d'identification graphiques est qu'elles sont simples lorsqu'on dispose de la réponse indicielle obtenue dans un contexte non ou peu bruité. Néanmoins, ces méthodes sont imprécises (détermination du point d'inflexion pour les méthodes de Strejc), se limitent à une classe de modèle, nécessitent des signaux de grandes amplitudes, sensibles aux perturbations et possèdent des procédures longues. De plus, leur principal inconvénient est la nécessité de déconnecter le système de son environnement (méthodes en boucle ouverte) et d'attendre que le système soit au repos.