Faculté de technologie
Département d'Electronique

Module : Techniques d'Identification (M1:AS)
Enseignante : Pr. L. Abdou

Exercices d'application 3

Exercice 1 *(Moindres carrés simple)*

Les mesures suivantes ont été effectuées sur un processus dynamique initialement au repos dont la sortie $y(k)$ est perturbée par un bruit de mesure $b(k)$:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u(k)$	0	1	-1	1	1	1	-1	-1	0	0	0
$y(k)$	0	1,1	-0,2	0,1	0,9	1	0,1	-1,1	-0,8	-0,1	0

a. Calculer b_0 et b_1 du modèle:

$$y(k) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1)$$

En utilisant la méthode des moindres carrés simples.

b. Evaluer la séquence de bruit $b(k)$, sa valeur moyenne ainsi que son écart-type.

Exercice 2 *(Moindres carrés pondérés)*

Soit le modèle de régression linéaire suivant:

$$y = a.x + b$$

On cherche les paramètres a et b mnimisant:

$$J(a,b) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i.(y_i - a.x_i - b)^2$$

Cette forme représente la forme pondérée, avec λ_i les poids, en considérant l'écart-type de l'erreur: $\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}}$.

La moyenne pondérée de x : $\bar{x}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i.x_i}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$

La moyenne pondérée de y : $\bar{y}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i.y_i}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$

a. Montrer qu'au minimum de $J(a,b)$; b vaut:

$$b = \bar{y}_p - a.\bar{x}_p$$

b. Montrer qu'au minimum de $J(a,b)$: a vaut:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i.(x_i - \bar{x}_p).(y_i - \bar{y}_p)}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i.(x_i - \bar{x}_p)^2}$$