

Département de Génie Industriel  
 2<sup>ème</sup> Année Licence  
 Module: Electrotechnique Fondamentale 1

**TD N°2: Lois fondamentales de l'électricité**

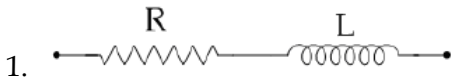
**Exercice 1**

Un circuit RLC alimenté sous une tension alternative sinusoïdale de fréquence 50Hz, pour:  $R = 30\Omega$ ;  $L = 0.2H$  et  $C = 100\mu F$ .

1. La pulsation:  $\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 50 = 314 \text{ rd/s}$ ;
2. L'impédance complexe de la résistance:  $R = 30\Omega$ ;
3. L'impédance complexe de la bobine:  $Z_L = jL\omega \approx j 62,83$ ;
4. L'impédance complexe du condensateur:  $Z_C = -j \frac{1}{C\omega} \approx -j 31,85$ ;
5. L'impédance complexe du circuit RLC série:  $Z = R + Z_L + Z_C = R + j \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \approx 30 + j31$

**Exercice 2**

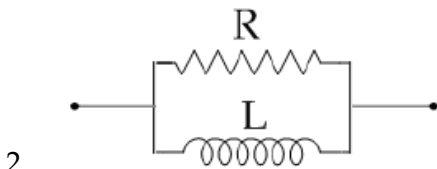
Pour :  $R = 20\Omega$ ;  $L = 50mH$   $C = 100\mu F$  et  $f = 50Hz \Rightarrow \omega = 314 \text{ rd/s}$



Impédance complexe:  $Z_1 = R + jL\omega = 20 + j 15,7 [\Omega]$

Impédance:  $|Z_1| = \sqrt{20^2 + 15,7^2} = 25.43 [\Omega]$

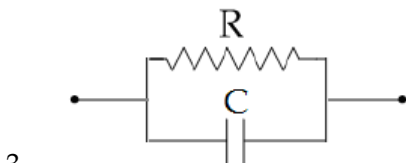
Le déphasage:  $\varphi_1 = \arctg\left(\frac{15,7}{20}\right) = \arctg(0.785) = 38,13^\circ$



Impédance complexe:  $Z_2 = R \parallel L = \frac{RL^2\omega^2}{(L\omega)^2 + R^2} + j \frac{R^2L\omega}{(L\omega)^2 + R^2} [\Omega] = 7.63 + j9,71[\Omega]$

Impédance:  $|Z_2| = \sqrt{7.63^2 + 9,71^2} = 12.35 [\Omega]$

Le déphasage:  $\varphi_2 = \arctg\left(\frac{9,71}{7,63}\right) = \arctg(1.27) = 51,78^\circ$



Impédance complexe:  $Z_3 = R \parallel C = \frac{R}{1 + R^2C^2\omega^2} - j \frac{R^2C\omega}{1 + R^2C^2\omega^2} [\Omega] = 14.34 - j9 [\Omega]$

Impédance:  $|Z_3| = \sqrt{14.34^2 + 9^2} = 16.93 [\Omega]$

Le déphasage:  $\varphi_3 = \arctg\left(\frac{9}{14,34}\right) = \arctg(0.63) = 32,21^\circ$

**Exercice 3**

1. La représentation analytique et complexe de  $V$  et  $J$ , pour chaque représentation vectorielle:

a.  $V(t) = 380.\sqrt{2}.\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow V = 380.e^{j\frac{\pi}{4}}$

$$J(t) = 19.\sqrt{2}.\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow J = 19.e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$Z = \frac{V}{J} = \frac{380.e^{j\frac{\pi}{4}}}{19.e^{-j\frac{\pi}{6}}} = 20.e^{j\frac{5\pi}{12}} = 20.\left[\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + j\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right] = 5,18 + j19,32$$

$\Rightarrow$  La résistance et la réactance sont:  $\begin{cases} R = 5,18 \\ X = 19,32 \end{cases} \Rightarrow$  Le circuit est inductif.

b.  $V(t) = 380.\sqrt{2}.\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow V(t) = 380.e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$$J(t) = 19.\sqrt{2}.\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow J(t) = 19.e^{+j\frac{\pi}{6}}$$

$$Z = \frac{V}{J} = \frac{380.e^{-j\frac{\pi}{4}}}{19.e^{j\frac{\pi}{6}}} = 20.e^{-j\frac{5\pi}{12}} = 20.\left[\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) - j\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right] = 5,18 - j19,32$$

$\Rightarrow$  La résistance et la réactance sont:  $\begin{cases} R = 5,18 \\ X = 19,32 \end{cases} \Rightarrow$  Le circuit est capacitif.

c.  $V(t) = 380.\sqrt{2}.\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow V(t) = 380.e^{j\frac{2\pi}{3}}$

$$J(t) = 19.\sqrt{2}.\sin\left(\omega t + \frac{11\pi}{12}\right) \Rightarrow J(t) = 19.e^{j\frac{11\pi}{12}}$$

$$Z = \frac{V}{J} = \frac{380.e^{j\frac{2\pi}{3}}}{19.e^{j\frac{11\pi}{12}}} = 20.e^{-j\frac{\pi}{4}} = 20.\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - j\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right] = 14,14 - j14,14$$

$\Rightarrow$  La résistance et la réactance sont:  $\begin{cases} R = 14,14 \\ X = 14,14 \end{cases} \Rightarrow$  Le circuit est capacitif.

d.  $V(t) = 380.\sqrt{2}.\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow V(t) = 380.e^{j\frac{\pi}{3}}$

$$J(t) = 19.\sqrt{2}.\sin\left(\omega t + \frac{7\pi}{12}\right) \Rightarrow J(t) = 19.e^{-j\frac{7\pi}{12}}$$

$$Z = \frac{V}{J} = \frac{380.e^{j\frac{\pi}{3}}}{19.e^{j\frac{7\pi}{12}}} = 20.e^{-j\frac{\pi}{4}} = 20.\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - j\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right] = 14,14 - j14,14$$

$\Rightarrow$  La résistance et la réactance sont:  $\begin{cases} R = 14,14 \\ X = 14,14 \end{cases} \Rightarrow$  Le circuit est capacitif.

Pour la question c) et d) l'impédance est la même et donc c'est le même circuit malgré les différences des déphasages temporelles de la tension et du courant

**Exercice 4**

1. Le courant qui passe dans la résistance  $R_1$  est  $I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{230}{20} = 11.5 \text{ A}$

2. Le courant qui passe dans la deuxième branche :

$$I_2 = \frac{V}{\sqrt{R_2^2 + (L\omega)^2}} = \frac{230}{\sqrt{10^2 + (20 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 50)^2}} = 19.5 \text{ A}$$

3. Dans ce cas, il est nécessaire de calculer l'impédance équivalente; Ce n'est pas adéquat de faire la somme des valeurs efficaces.

$$R_1 \parallel (R_2 + jL\omega) = \frac{20 \cdot (10 + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi))}{(20 + 10) + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi)} = \frac{200 + j125,6}{30 + j6,28}$$

Alors:

$$I = \frac{V}{R_1 \parallel (R_2 + jL\omega)} = \frac{230}{\frac{\sqrt{200^2 + 125,6^2}}{\sqrt{30^2 + 6,28^2}}} = 29.85 \text{ A}$$

4. Les puissances actives et réactives:

$$P = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = 20 \times 11.5^2 + 10 \times 19.5^2 = 6.44 \text{ kW}$$

$$Q = L\omega \cdot I_2^2 = 20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi \times 19.5^2 = 2.39 \text{ k VAR}; S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 6.86 \text{ k VAR}$$

5. Le facteur de puissance:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0.093$$