

Univ – Batna 2

Département de mathématiques

Licence 3eme année (2021/2022)

Devoir 1 (méthodes numériques d'EDO's)

Exercice 1 : Soit l'équation différentielle du second ordre

$$\begin{cases} y''(t) - 2y'(t) = -y(t) \\ y(0) = -1 \text{ et } y'(0) = 3 \end{cases}$$

- 1- Ecrire cette équation différentielle sous la forme d'un système différentielle d'ordre un
- 2- Appliquer la méthode d'Euler explicite et de RK2 a ce système
- 3- Résoudre le problème en utilisant la méthode classique pour les EDO's et donner la solution exacte, ainsi que $y(t)$ et $y'(t)$ pour $t = 0.2$. Comparer ces deux résultats à ceux numériquement obtenus grâce au schéma d'Euler explicite en prenant $h = 0.1$

Exercice 2 : Considérons le problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} x'(t) = f(t,x) \\ x(0) \in \mathcal{R} \end{cases}$$

où $f \in C^2([0, T] \times \mathcal{R}, \mathcal{R})$ est globalement Lipchitzienne par rapport à x avec un coefficient de Lipchitz noté L .

Soit λ un paramètre dans $[0, 1]$

- Etudier, en fonction de λ , la stabilité, la consistance et l'ordre de la méthode suivante :

$$x_{n+1} = x_n + h f(t_n + \lambda h, x_n + \lambda h f(t_n, x_n)) ; \text{ ou } t_n = nh \text{ et } h = \frac{T}{N}$$