

Université de Batna –2–
Faculté de Mathématiques et d'Informatique
Département de Mathématiques

Méth. Num. pour les EDOs et EDPs
Mme. Hanachi Adalet
2021-2022

TRAVAUX DIRIGÉ 1
3^{ÈME} ANNÉE LICENCE

Exercice 1 Soit le problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} y'(t) = -2ty^2 \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad (0.0.1)$$

- 1- Citer le Théorème de Cauchy-Lipschitz.
- 2- Étudier l'existence et l'unicité de la solution du problème (0.0.1).
- 3- Résoudre explicitement le problème (0.0.1), s'il est bien posé.

Exercice 2

- 1- Montrer que $y(t) = 0$ et $y(t) = \frac{t^4}{16}$ sont deux solutions du problème suivant :

$$\begin{cases} y'(t) = ty^{\frac{1}{2}} \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad (0.0.2)$$

2. Mentionner la conditions non satisfaite dans le théorème de Cauchy Lipschitz pour le problème (0.0.2).
3. Proposer une condition sur l'une des variables pour que le problème (0.0.2) admet une solution unique.

Exercice 3 Soit le problème suivant :

$$\begin{cases} y''(t) + 16y = 0 \\ y(\pi/2) = -2, \quad y'(\pi/2) = 1 \end{cases} \quad (0.0.3)$$

- 1- Trouver le système différentiel du premier ordre associe à (0.0.3).
- 2- Résoudre le problème (0.0.3) en utilisant une méthode classique pour les EDOs.

Exercice 4 Considérons le problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} y^{1/2}y' + y^{3/2} = 1, \\ y(0) = 4. \end{cases}$$

1. Donner a priori l'intervalle sur lequel devrait être définie la solution y .
2. Résoudre ce problème.
3. La solution trouvée est-elle maximale ou globale sur \mathbb{R} ?