Dept : Mathematiques	**Exercices supplémentaires**	Mr : S.ADOUI
Classes : 2^{eme} Licence		2020-2021

Interpolation polynomiale

Exercice 1 :

1. En utilisant la méthode du système linéaire déterminer le polynôme solution du problème d' interpolation suivant : P(0)=1, P(1)=2 et P(2)=0
2. Répéter la question 1) en utilisant la méthode de Lagrange.
3. Comparer le temps de calcul entre les deux méthodes.

Exercice 2 :

Soit $f(x) = x + \sqrt{x+1}$ définie sur l intervalle $[-1, 1]$.

1. Calculer suivant la méthode de Lagrange le polynôme d interpolation de la fonction f aux points : $x_0 = -1, x_1 = 0$:
2. Répéter la question 1) en utilisant la méthode de Newton.
3. Comparer le temps de calcul entre les deux méthodes.
4. On considère un point supplémentaire $x_2 = 1$.
   Répéter la question 2) avec les points (xi) avec i= 0, 1, 2. Que remarque t-on ?

Exercice 3 :

Soit n un entier naturel.

1. Calculer l'erreur théorique en interpolant la fonction $f(x) = x^n$, définie sur l'intervalle [0, 1], aux points $x_i = \frac{i}{n}$ avec $i = 0, 1, 2 \ldots, n$. Expliquer le résultat.
2. Même question pour les fonctions : $g(x) = x^k$ avec $1 \leq k \leq n$ et $h(x) = x^{n+1}$.

Exercice 4 :

Soit $f \in C^4[-2, 4])$ une fonction donnée par :

x_i	-2	-1	2	4
y_i	-14	$\frac{-11}{4}$	-8	-29

1. Calcul de l 'interpolant de la fonction f.
2. Estimer la valeur d'erreur au point $x = 0$ si $f^{(4)}(x) \leq 10^{-2}$.

Exercice 5 :

Soient les polynômes de Tchebychev définis par :
$T_n(x) = cos(n.arccos(x))$ pour tout $x \in [-1, 1]$ et $n \geq 0$.

1. Vérifier que $T_0(x) = 1, T_1(x) = x \quad et \quad T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$ et en déduire que T_n est un polynôme de degré n avec un coefficient dominant 2^{n-1}.
2. Déterminer les racines et les extremums de T_n.
3. On considère la fonction $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ définie sur l 'intervalle [-1, 1] et $n = 2$.
   (a) Déterminer l 'interpolant de f aux points équidistants et aux points de Tchebychev.
   (b) On prend $x = \frac{1}{2}$. Comparer les erreurs obtenues par l'interpolant de f dans 3.1).