

Série de TD N° 2 "

Logique Mathématiques - L2 Mathématiques

Exercice 1 Ecrire la négation des propositions suivantes :

1. Tout les étudiants du département de mathématiques sont intelligent ;
2. Il existe au moins un étudiant étranger à l'université Batna2 ;
3. Pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\eta \in \mathbb{Q}$ tel que $0 < \eta < \varepsilon$;
4. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $x^2 > 0$.

Exercice 2 Enoncer la négation des assertions suivantes :

1. Tout triangle isocèle possède deux angles de même mesure ;
2. Dans tout les lycées, tout les élèves détestent les mathématiques ;
3. Pour tout $x \in \mathbb{Z}$ il existe $y \in \mathbb{Q}$ tel que pour tout $z \in \mathbb{Q}$, si $z < y$ alors $z - 1 < x$.

Exercice 3 Soient x, y et z des réels. Ecrire la négation de chacune des propositions suivantes :

1. $x < y \vee z \geq x$;
2. $x = y \wedge z \neq x$;
3. $x > y \vee z \neq x$;
4. $x = y \wedge z \leq x$.

Exercice 4 Supposons qu'on a le proverbe : les chiens aboient et que la caravane passe. Si on note par :

"P : Les chiens aboient" et "Q : La caravane passe"

Traduire les propositions suivantes en langage propositionnel :

1. Si la caravane passe, alors les chiens aboient.
2. Les chiens n'aboient pas.
3. La caravane ne passe pas ou les chiens n'aboient pas.
4. Les chiens n'aboient pas et la caravane ne passe pas.

Exercice 5 Dans chaque exemple, y a-t-il équivalence entre la proposition A et la proposition B? Donner l'implication vraie, s'il y en a une.

Exemple 1 :

Proposition A : Pour toute porte, il existe une seule clé qui ouvre la porte.

Proposition B : Il existe une clé, pour toute porte, la clé ouvre la porte.

Exemple 2 :

Proposition A : $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} \mid y < x$.

Proposition B : $\exists y, \forall x \in \mathbb{R} \in \mathbb{R} \mid y < x$.

Exercice 6 Evaluer les formules suivantes en considérant uniquement les valeurs des variables données :

1. $Q \rightarrow (P \rightarrow R)$ (avec $Q \equiv 0$),
2. $P \wedge (P \vee Q)$ (avec $Q \equiv 0$),
3. $P \wedge (Q \rightarrow R)$ (avec $Q \equiv 0$),
4. $Q \rightarrow (P \rightarrow R)$ (avec $Q \equiv 1$),
5. $P \wedge (P \vee Q)$ (avec $Q \equiv 1$),
6. $P \wedge (Q \rightarrow R)$ (avec $Q \equiv 1$).

Exercice 7 Evaluer les formules suivantes :

1. $(P \rightarrow Q \wedge Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$,
2. $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$,
3. $(P \leftrightarrow Q) \wedge (P \leftrightarrow \neg Q)$.