

Série de TD N° 3 "

Logique Mathématiques - L2 Mathématiques

Exercice 1 Ecrire avec des quantificateurs les propositions suivantes :

1. f est la fonction nulle (où f est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}).
2. Le dénominateur D de f s'annule au moins une fois sur \mathbb{R} .
3. f est l'identité de \mathbb{R} (c'est-à-dire la fonction qui, à chaque réel, associe lui-même).
4. Le graphe de f coupe la droite d'équation $y = x$.
5. f est croissante sur \mathbb{R} (où f est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}).
6. L'équation $\sin x = x$ a une et une seule solution dans \mathbb{R} .
7. Pour tout point M du plan P , M est sur le cercle C de centre Ω et de rayon R si et seulement si la distance de M à Ω vaut R .

Exercice 2 Ecrire avec des quantificateurs les propositions suivantes :

1. f n'est pas nulle (où f est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}).
2. Le dénominateur D de la fraction ne s'annule pas sur \mathbb{R} .
3. f n'est pas l'identité de \mathbb{R} (où f est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}).
4. f n'est pas croissante sur \mathbb{R} (où f est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}).

Exercice 3 Ecrire avec des quantificateurs les propositions suivantes :

1. (a) Tout entier naturel est pair ou impair.
(b) Tout entier naturel est pair ou tout entier naturel est impair.
2. (a) f est strictement monotone sur \mathbb{R} (où f désigne une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}).
(b) f n'est pas strictement monotone sur \mathbb{R} .

Exercice 4 Ecrire avec des quantificateurs les propositions suivantes :

1. (a) f est constante sur \mathbb{R} (où f est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}).
(b) f n'est pas constante sur \mathbb{R} .
2. (a) f est une homothétie (où f est une transformation du plan P).
(b) f n'est pas une homothétie.
3. (a) Pour chaque entier, on peut trouver un entier strictement plus grand (cette affirmation est vraie).
(b) Il y a un entier plus grand que tous les entiers (cette affirmation est fausse).