

## Série de TD N° " 5 "

Logique Mathématiques - L2 Mathématiques

**Exercice 1** 1. Mettre sous forme normale conjonctive ensuite sous forme disjonctive les formules suivantes :

(a)  $\neg(\neg\beta) \Rightarrow \beta$

(b)  $\beta \Rightarrow \neg(\neg\beta)$

(c)  $\neg\alpha \Rightarrow (\alpha \Rightarrow \beta)$

(d)  $(\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \Rightarrow ((\neg\beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow \beta)$

(e)  $(\alpha \Rightarrow \beta) \Rightarrow (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$

(f)  $\alpha \Rightarrow (\neg\beta \Rightarrow \neg(\alpha \Rightarrow \beta))$

(g)  $(\alpha \Rightarrow \beta) \Rightarrow ((\neg\alpha \Rightarrow \beta) \Rightarrow \beta)$

2. Montrer que les formules précédentes sont des théorèmes.

**Exercice 2** Démontrer les deux théorèmes suivants :

1.  $\models \alpha \Leftrightarrow \neg\neg\alpha$

2.  $(\models \alpha \wedge (\models \alpha \Rightarrow \beta)) \Rightarrow \models \beta$

**Exercice 3** Soient les formules suivantes :

$$\alpha_1 : (x \vee y) \Rightarrow (x \wedge y) \quad , \quad \alpha_2 : (x \wedge z) \Rightarrow (x \Rightarrow y) \quad , \quad \alpha : (x \vee z) \Rightarrow (x \Rightarrow y)$$

Montrer que

$$\alpha_1, \alpha_2 \models \alpha$$

**Exercice 4** Mettre sous forme normale disjonctive :

1.  $P \Rightarrow ((Q \wedge R) \Rightarrow S)$

2.  $(\neg P \wedge Q) \Rightarrow S$

**Exercice 5** Mettre sous forme normale conjonctive :

1.  $P \wedge \neg Q \vee (\neg P \vee Q)$

2.  $\neg(P \Rightarrow Q) \vee (P \wedge Q)$