

Exercice 1

VOIR LE LIEN :

<http://staff.univ-batna2.dz/sites/default/files/fic00160.pdf>

Exercice 2

1 VOIR LE LIEN :

<http://staff.univ-batna2.dz/sites/default/files/fic00160.pdf>

2 Après calcul, le système admet une infinité de solution qu'en pensez-vous sur les limites (inconvenients) de cette méthode!!

Exercice 3

1 La décomposition LU de la matrice A est :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & -1 \\ 2 & -7 & 3 \end{pmatrix} = L.U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}; \text{ car :}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & -1 \\ 2 & -7 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} L1 \rightarrow L1 \\ L2 \rightarrow L1(-2) + L1 \\ L3 \rightarrow L1(-1) + L1 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & -8 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} L1 \rightarrow L1 \\ L2 \rightarrow L2 \\ L3 \rightarrow L2(2) + L3 \end{matrix}$$

$$\text{et on obtient : } \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} = U. \text{ Et on extrait la matrice } L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

♣ Résolution du système $Ax = b$ où $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$:On a : $Ax = b \iff LUx = b \iff L(Ux) = b$ Posons : $Ux = y$; on obtient deux systèmes linéaires : $Ly = b \dots \dots \dots (S1)$; $Ux = y \dots \dots \dots (S2)$

$$(S1) \iff \begin{cases} y_1 = 3 \\ 2y_1 + y_2 = 5 \\ y_1 - 2y_2 + y_3 = -1 \end{cases} \iff \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = -1 \\ y_3 = -6 \end{cases}$$

$$(S2) \iff \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 4x_2 + x_3 = -1 \\ 6x_3 = -6 \end{cases} \iff \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = -1 \end{cases}$$

2 Même chose pour la question 02.