

## Analyse Numérique-2 Travaux Dirigés-0 L2 Maths 2022/2023

**Exercice-1** Soient les matrices données sous les formes suivantes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2.5 & -8 & 7 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} a & -4 & 2 \\ -4 & b & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 1234 \\ 4123 \\ 3412 \\ 2341 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

- 1- Expliquer comment faire pour accéder aux éléments des matrices données et écrire la syntaxe générale
- 2- Donner les coefficients s'ils existent de A (3,1), A (1,3), B (1,2), C (3,3), C (5,1), D (1,4), D (2,1), E(3,2) et E(4,4)
- 3- Quelles sont les produits matriciels possibles ? Les- Calculer.
- 4- Quelle est la nature (forme) des matrices données ? Expliquer
- 5- Calculer la norme vectorielle de (B-Y) avec  $Y = \begin{bmatrix} 2.5 & -7 & 7 \end{bmatrix}$  et la norme matricielle de E

**Exercice-2** Considérons les matrices A et F de l'exercice-1

- 1- A et F sont-elle orthogonales ? Expliquer.
- 2- Calculer le déterminant des matrices orthogonales. Que peut-on dire du résultat trouvé
- 3- En remarque que la nature de la matrice carrée A est de Topleitz. Citer deux méthodes de résolution d'un système linéaires auquel est associée cette matrice A. (Pour rappel un système linéaire est un ensemble d'équations linéaires décrivant un problème donné)
- 4- Peut-on rendre la matrice rectangulaire B sous forme de matrice carrée ? Expliquer

**Exercice-3**

Soient  $A, B \in M_2(\mathbb{R})$  tels que  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$  et  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

- 1- Si  $X = (A+B)^2$  et  $Y = A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2$ . La matrice carrée X est -elle égale à la matrice carrée Y. Justifier votre réponse
- 2- La matrice carrée A est-elle strictement diagonalement dominante ?
- 3- Supposons que la matrice carrée  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Trouver toutes les matrices carrées C qui commutent avec cette matrice A.

**Exercice-4**

Soit B une matrice carrée donnée par  $B = b_{ij} \text{ avec } 1 \leq i, j \leq 3 = \begin{cases} 0 & \text{si } i < j \\ (i+j) & \text{sinon (i.e } i \geq j) \end{cases}$

- 1- Ecrire d'abord la matrice carrée B. Quelle est la nature (forme) de cette matrice B
- 2- Quelle est la dimension (taille, ordre) de B
- 3- Calculer la norme matricielle infinie de B