

Devoir: Didactique spécialisée 1^{er} année Master M.A 2019/2020

L'objectif est l'application de la transformée de Fourier pour la résolution de l'équation différentielle linéaire.

1. 1): a- Donner la formule de la transformée de Fourier d'une fonction localement intégrable au sens de Riemann et de ses dérivées.
b- Donner la transformée de Fourier inverse.
c- Donner la transformée de Fourier de convolution de deux fonctions localement intégrables au sens de Riemann.

2): Donner la transformée de Fourier des fonctions suivantes :

$$f(x) = e^{-ax}, a > 0 ; f(x) = e^{-a\frac{x^2}{2}}, a > 0.$$

3): Utiliser les propriétés de la transformée de Fourier et le produit de convolution pour résoudre le problème de Cauchy pour l'équation de la chaleur :

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial t} - K \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= 0 \quad \text{pour } t > 0, x \in \mathbb{R} \\ y(0, x) &= f, x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

où $K > 0$ est une constante donnée et f est une fonction donnée.