

TP-2

PENDULE SIMPLE

But du TP

1/ Etudier la période (T) d'un pendule simple : influence de la longueur (L) du pendule et de l'amplitude (l'angle θ) sur la période des oscillations.

2/ Mesure de l'intensité du champ gravitationnel à l'aide d'un pendule simple.

Partie théorique

On considère un pendule simple constitué d'un point matériel (M), de masse m , suspendu à un fil inextensible sans masse de longueur l .

Ce pendule oscille sans frottement (en négligeant la résistance de l'air) dans un plan vertical (figure ci-contre).

La masse m est décalée d'un angle θ_0 par rapport à la verticale. La deuxième loi de Newton dans un repère galiléen s'écrit :

$$m\vec{\gamma} = \vec{P} + \vec{T} \quad (1)$$

$$\vec{\gamma} = ?$$

Dans le système de coordonnées polaires, on a :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \text{ avec } \vec{r} = r \vec{u}_\rho$$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(r\vec{u}_\rho) = \dot{r}\vec{u}_\rho + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta \quad (2)$$

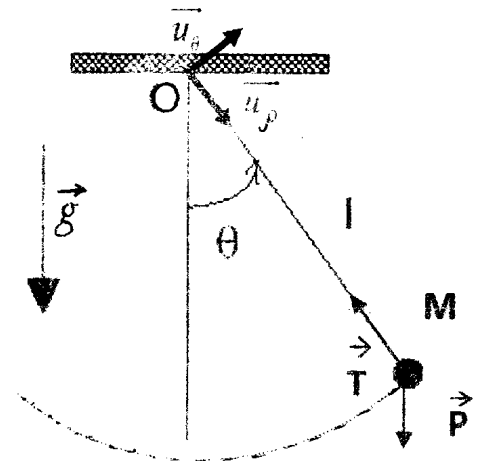
$$\vec{\gamma} = \frac{d^2}{dt^2}(\vec{r}) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{r}\vec{u}_\rho + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta)$$

$$\vec{\gamma} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{u}_\theta \quad (3)$$

D'après (1) et (3) :

$$m[(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{u}_\theta] = (-T + P \cos \theta)\vec{u}_\rho - P \sin \theta \vec{u}_\theta \quad (4)$$

$$\text{Avec : } r = L = \text{cste} \Leftrightarrow \ddot{r} = \dot{r} = 0$$





$$\text{Alors : (4)} \Leftrightarrow \begin{cases} mr\dot{\theta}^2 = -T + P \cos \theta & (5-a) \\ mr\ddot{\theta} = -P \sin \theta & (5-b) \end{cases}$$

Pour de faibles oscillations : $\sin \theta \approx \theta$ (rad).

Alors : (5-b) $\Leftrightarrow mr\ddot{\theta} + mg\theta = 0 \Leftrightarrow L\ddot{\theta} + g\theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0$. On pose : $\omega^2 = \frac{g}{L}$, on aura l'équation différentielle :

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0 \quad (6)$$

Dont la solution générale est : $\theta(t) = \theta_1 \cos \omega t + \theta_2 \sin \omega t$

Pour : $\theta(t=0) = \theta_0 \Leftrightarrow \theta_1 = \theta_0$, avec $v(t=0) = 0 \Leftrightarrow [r\dot{\theta}(t)]_{t=0} = 0$

$\Leftrightarrow r[-\theta_1 \sin \omega t + \theta_2 \cos \omega t]_{t=0} = 0$, C'est-à-dire : $\theta_2 = 0$.

Donc : $\theta(t) = \theta_0 \cos \omega t \Leftrightarrow \theta(t) = \theta_0 \cos \frac{g}{L} t$ (7)

C'est le cas d'un mouvement oscillatoire dont sa période est donnée par :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (8)$$

Manipulation

I / Influence de la longueur du pendule sur la période

Fixer une masse m sur le pendule ($m = \dots$).

Faire osciller le pendule avec un angle θ_0 fixe ($\theta_0 \leq 20^\circ$) et mesurer le temps ($t = nT$) puis calculer la période pour différentes longueurs du fil.

Reporter les résultats dans le **tableau1**.

$\theta_0 = 20^\circ, n = 10$				
L (cm)	10	15	20	35
$t = nT$ (s)				
T (s)				
T^2 (s ²)				

Tableau 1



1/ Tracer le graphe $L \left(\frac{T^2}{4\pi^2} \right)$ sur un papier millimétrique.

2/ Dédurre du graphe, la valeur g .

3/ Comparer les résultats de la période T pour chaque valeur de L . Que pouvez-vous conclure.

II / Calcul des incertitudes

Fixer une masse m sur le pendule à une longueur L ($L = 40 \text{ cm}$).

Ecarter le pendule avec un angle ($\theta_0 = 20^\circ$) et le lâcher sans vitesse initiale et mesurer le temps t et calculer la période des oscillations.

Reporter les résultats dans le **tableau 2**.

$L = 40 \text{ cm} , n = 10, \theta_0 = 20^\circ$					
Essai	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5
$t = n T (s)$					
$T (s)$					

Tableau 2

1/ Calculer g analytiquement par l'application de la formule : $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ pour chaque essai.

2/ Déterminer la valeur moyenne de g .

3/ Calculer les incertitudes absolue et relative sur g , avec $\Delta t = 0.2 \text{ s}$ et $\Delta L = 0.001 \text{ m}$.

- **Conclusion.**

Observation

L'étudiant doit se munir de ses propres affaires pour la rédaction du compte rendu (**stylo, crayon, règle, gomme, machine à calculer, etc.**)