

Chapitre 1. Resistance au cisaillement des sols.

3.1. Généralité.

En géotechnique, on s'intéresse d'avantage à la résistance au cisaillement, car dans la majorité des situations, la rupture dans le sol est produite par l'application des contraintes de cisaillement excessives.

Dans une masse de sol, les déformations résultant principalement d'un glissement entre les particules, en conséquences, le terme de résistance au cisaillement est synonyme de résistance des déformations dues au cisaillement sont localisées le long d'une surface appelée surface de glissement.

3.2. Critère de rupture de Mohr-Coulomb.

Les théories de la résistance des matériaux ont pour but de prévoir les conditions de rupture d'un matériau soumis à un système quelconque de contraintes, parmi les nombreuses théories sur la rupture qui ont été proposées, seul, celle formulée par Mohr (1887) à été utilisée dans le cas des sols.

La théorie de Mohr est basée sur le postulat suivant : Il ya rupture dans un matériau lorsque la contrainte de cisaillement sur le plan suivant lequel la rupture est supposée se produira ne dépend que de la contrainte normal agissant sur ce plan.

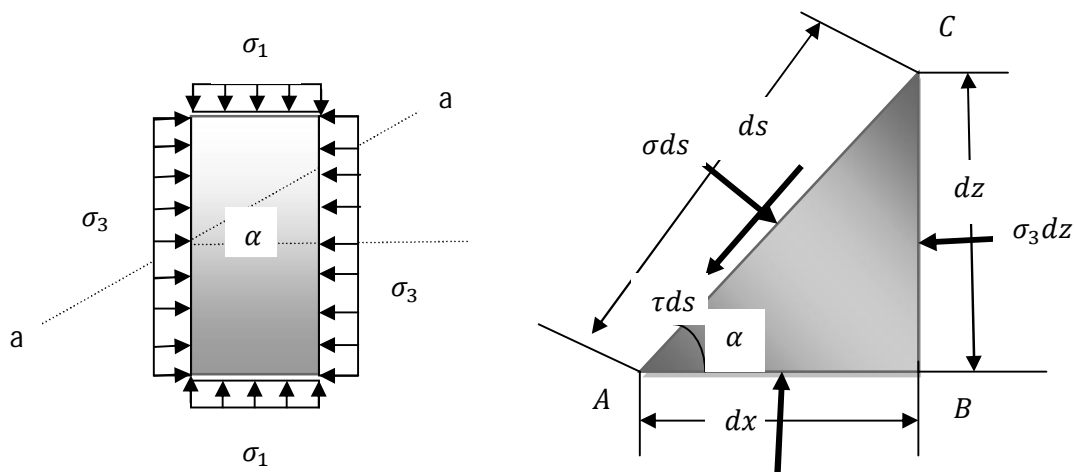
$$\tau_f = f(\sigma)$$

τ_f : Résistance au cisaillement du matériau

$f(\sigma)$: Fonction de la contrainte normale.

3.2.1. Raisonnement pour un élément.

- Lorsque l'orientation de la facette sur la quelle s'exerce la contrainte considérée varie.
- Il existe trois directions orthogonales privilégiées appelées plan principaux sur la quelle les contraintes que nous désignerons par σ_1 , σ_2 et σ_3 sont normale au plan principal considérai de tel sorte que : $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$
- Donc la contrainte normale sur une section non sollicité par un effort de cisaillement est dite contrainte principale et la section elle-même est dite section principale.



- Dans le but de calculer les contraintes agissant sur une section arbitraire inclinée d'un prisme élémentaire.

α : L'angle mesuré dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Puisque : $dz = \sin \alpha \cdot ds$ et $dx = \cos \alpha \cdot ds$

- A l'équilibre, la somme des forces dans n'importe quelle direction doit être égale à zéro.
- Donc, si l'on fait la sommation des forces qui s'exercent dans les directions horizontale et verticale, on obtient :

La somme des forces horizontales = 0

$$\sigma_3 \cdot \sin \alpha \cdot ds - \sigma \sin \alpha \cdot ds + \tau \cos \alpha \cdot ds = 0$$

La somme des forces verticales = 0

$$\sigma_1 \cdot \cos \alpha \cdot ds - \sigma \cos \alpha \cdot ds + \tau \sin \alpha \cdot ds = 0$$

- Si l'on ressolve les deux équations simultanément pour σ et τ on obtient :

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\alpha$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\alpha$$

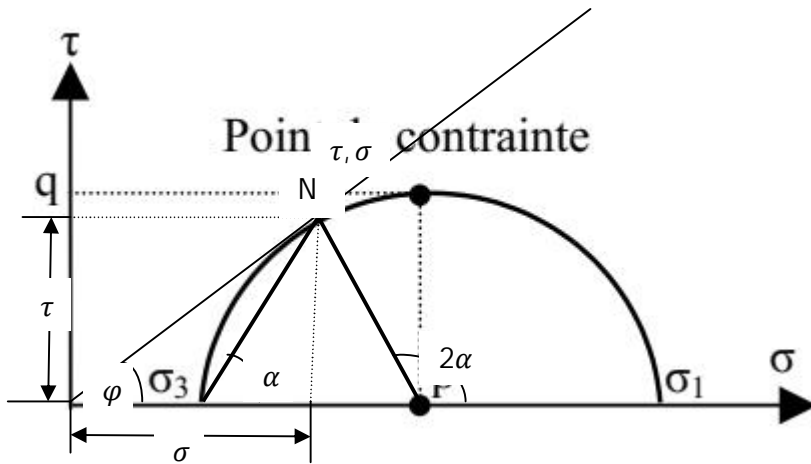
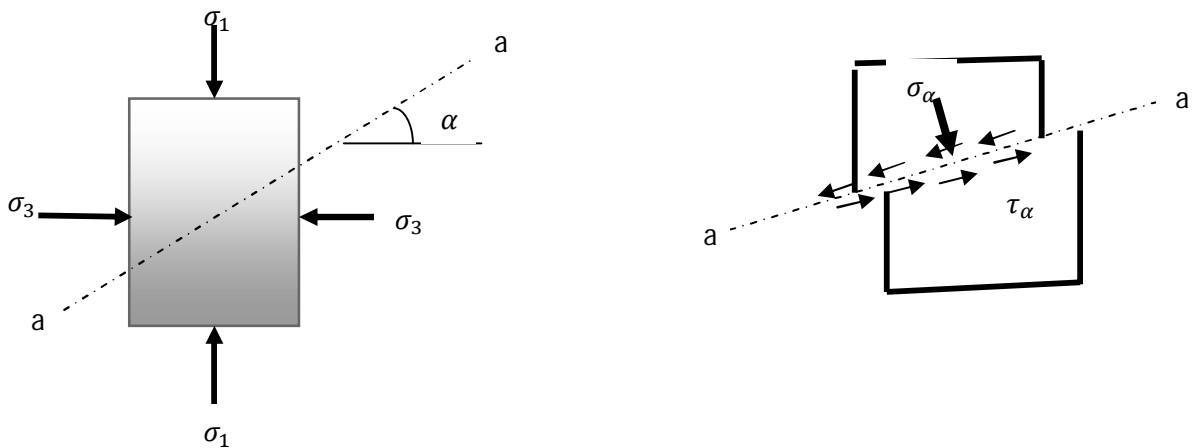


Fig. 3.2. Le cercle des contraintes de Mohr

- Si l'on élève ces équations au carré et qu'on les additionne, on obtient l'équation d'un cercle de rayon $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ dont le centre est situé en $\frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2}$.
- Lorsque ce cercle est porté sur un graphique (τ, σ) qui représente l'élément de la fig. 3.2. on l'appelle le cercle des contraintes de Mohr. Il représente l'état des contraintes en un point à l'équilibre et s'applique à tout matériaux et non seulement aux sols.

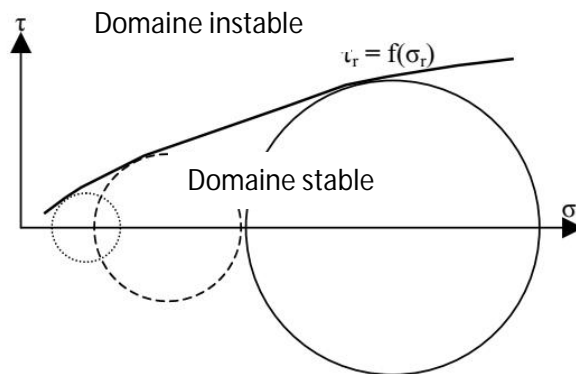
Remarque importante.

- Soit un corps élémentaire et des contraintes σ_1 et σ_3 qui agissent sur ces faces, si σ_1 et σ_3 sont suffisamment grand, alors on voit qu'une partie de l'élément s'est glissé sur l'autre suivant une facette, alors on dit que cet élément est tombé en rupture.

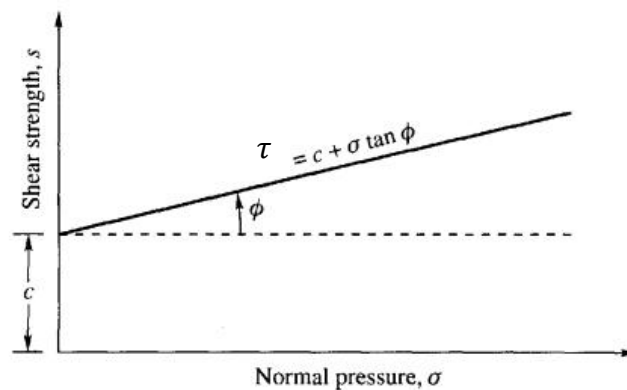


- Le déviateur des contraintes, la valeur $\sigma_1 - \sigma_3$, c'est le diamètre du cercle de Mohr.
- Pour tous les matériaux, si on fait croître le déviateur des contraintes, et que l'on porte sur un diagramme (σ, τ) , les cercles correspondant au déviateur maximum juste avant

la rupture, on constate que tous ces cercles admettent une même enveloppe appelée : **Courbe intrinsèque**.



- La courbe intrinsèque délimite donc la zone dans laquelle la stabilité du milieu est assurée.
- Dans ce cas des sols on peut admettre une simplification considérable : que la courbe intrinsèque peut être assimilée à une droite. Cette droite est appelée droite de Coulomb, on peut donc la caractériser par uniquement deux paramètres.
- L'ordonnée à l'origine qui s'appelle la cohésion, caractérisée par « c ».
- L'angle de frottement interne « ϕ ».



- Si le diagramme de Mohr représente les contraintes totales, le critère qui donne la relation entre (σ, τ) entraînant la rupture du sol s'écrit l'équation de la droite.

$$\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \phi$$

- Remarque : Si les axes du diagramme de Mohr représentent les contraintes effectives.

$$\tau = \tau'$$

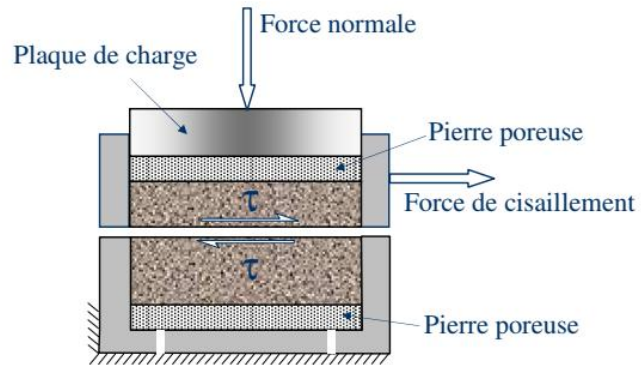
$$\sigma' = \sigma - u$$

$$\tau = c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi'$$

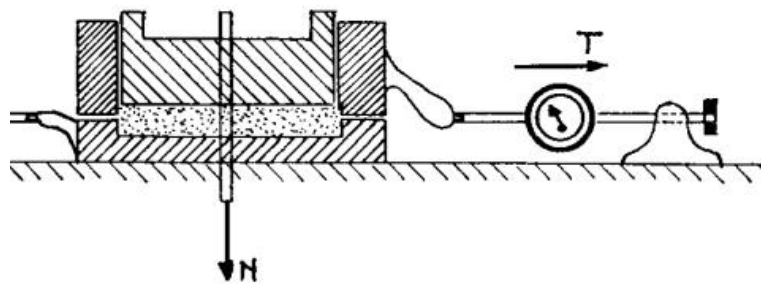
3.3. Détermination des caractéristiques mécanique au laboratoire.

3.3.1. Essai de cisaillement directe (Boite de Casagrande).

- La boîte de Casagrande ou boîte de cisaillement est destinée aux essais de cisaillement rectiligne, dont les quels on cherche à obtenir la rupture de l'échantillon suivant un plan imposé.



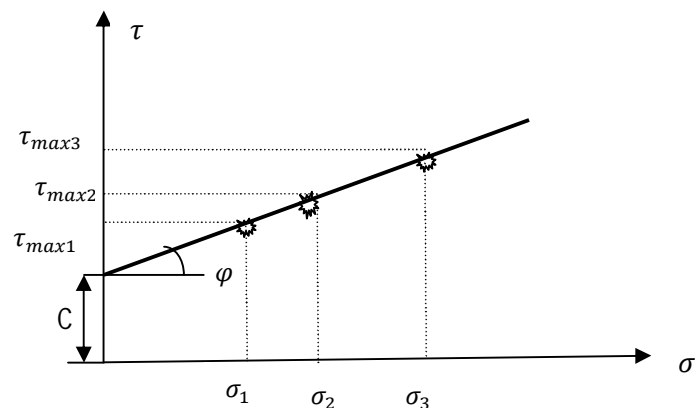
Boite de Casagrande : appareil de cisaillement



- La boîte de cisaillement est constituée de deux demi-boîte l'une est fixe (demi-boîte inférieure) et l'autre mobile le long du plan de contact dans une direction donnée.
- Un échantillon du sol à étudier est introduit dans la boîte, sur le quelle on applique par l'intermédiaire du piston un effort de compression « N » et qu'on maintient constant, et un effort horizontale de traction « T » qu'on fait augmenté progressivement, le matériau se rompt, alors pour une contrainte de valeur « T » suivant le plan de séparation des deux demi-boîtes, qui coïncide sensiblement avec le plan horizontal de symétrie de l'échantillon.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{S} ; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{S} ; \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{S}$$

$$\tau_{max1} = \frac{T_{max1}}{S} ; \quad \tau_{max2} = \frac{T_{max2}}{S} ; \quad \tau_{max3} = \frac{T_{max3}}{S}$$



Détermination de « C » et « φ »

- On peut mesurer l'effort horizontal « T » en fonction des déformations « Δl ».
- Remarque : La valeur de « C » et de « φ » dépend des conditions d'essai (vitesse de déplacement, drainage assuré ou non).

3.3.1. Essai à l'appareil triaxial.

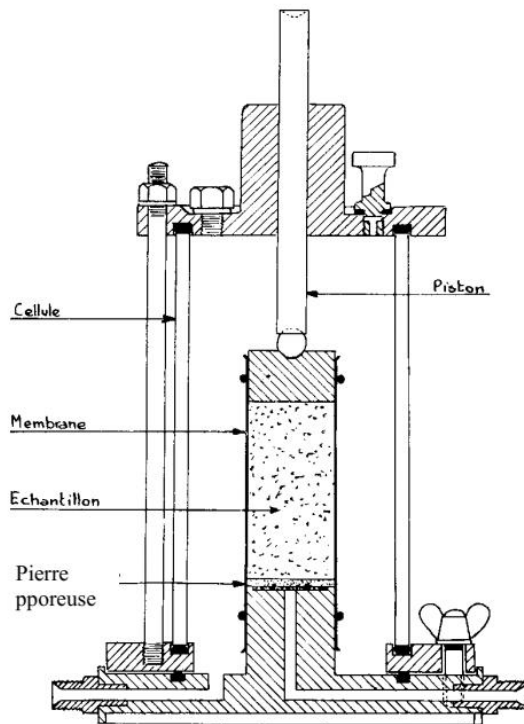
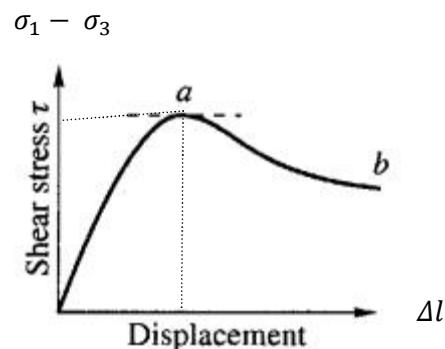
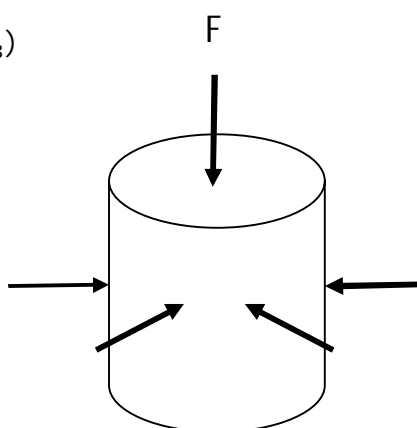


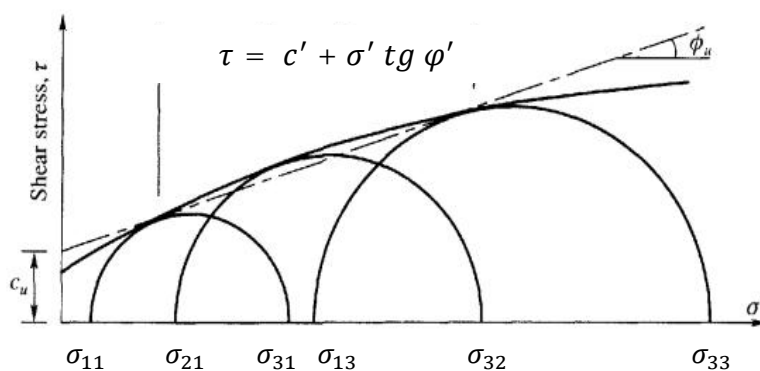
Fig. 3.3.1. Appareil triaxial

- L'appareil triaxial permet d'appliquer sur un échantillon cylindrique de sol contenu latéralement dans une fine membrane, d'une part une pression latérale « P » par l'intermédiaire d'un liquide comprimé d'autre part par une force axiale « F » à l'aide d'un piston.
- Aux extrémités de l'échantillon sont placées des pierres poreuses rigides qui sont reliées à un système permettant de mesurer la pression interstitielle « u » de l'eau dans le cas d'un sol saturé et d'effectuer ou non un drainage de l'échantillon.
- La déformation verticale « Δl » de l'échantillon est mesuré à l'aide d'un comparateur.

$$\frac{F}{S} = (\sigma_1 - \sigma_3)$$



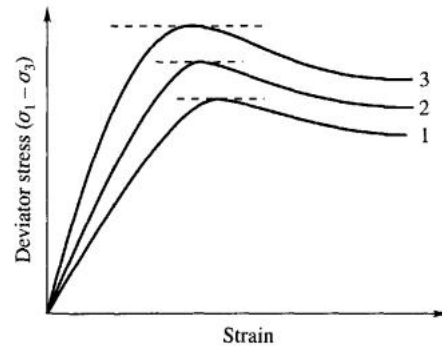
- La repartition des contraintes est theoriquement homogene, c'est-à-dire qu'en tout point on a le meme état de contrainte.
- L'essai classique consiste a augmenté la force « F » jusqu'a la rupture de l'échantillon, tout en laissant la pression « P » constante et on notant la déformation axiale « Δl ».
- Au moment de la rupture, on connait donc le deviateur maximal des contraintes ($\sigma_1 - \sigma_3$), correspondant au cercle de Mohr tangent à la courbe intrinseque .
- Si l'essai est repété pour defferentes valeurs de « σ_3 », on a plusieurs cercles de Mohr la courbe intrinseque .



3.4. Condition particulière de l'essai.

- Consolidation.
- Cette phase consiste à appliquer, prealablement à l'essai proprement dit, une contrainte normale à l'échantillon, celui-ci est saturé, puis mis à consolider sous une contrainte.
- Dans l'essai de cisaillement cette contrainte est $\sigma = \frac{N}{S}$.
- Dans l'essai triaxial, se sera σ_3 pendant cette phase de l'essai, le piston est libre $p=0$, donc $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

- Un essai peut être du type consolidé ou non consolidé, selon l'opération préliminaire à été réalisé ou non.



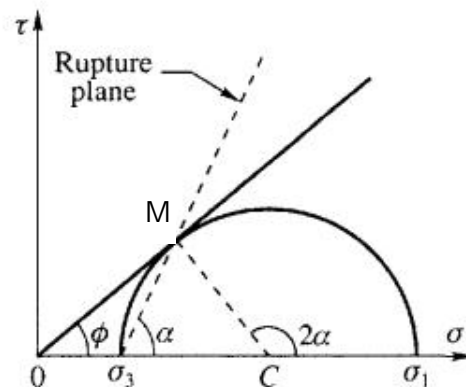
3.5. Etat d'équilibre limite d'un élément (critère de rupture de Coulomb).

- Sol pulvérulent (sable) :
- Un sol est pulvérulent lorsque la cohésion est nulle, la courbe intrinsèque passe par l'origine.

A l'état d'équilibre limite.

$$\sin \varphi = \frac{CM}{OC} = \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}}, \text{ Donc}$$

$$\sin \varphi = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 + \sigma_3)}$$



- Sol Cohérent (argile) :

$$c \neq 0; \varphi \neq 0$$

$$\sin \varphi = \frac{MC}{a + oc}$$

$$\sin \varphi = \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}{a + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}}$$

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + \frac{2c}{\operatorname{tg} \varphi}}$$

