

Les liaisons parfaites

1. définitions

1.1. Liaison parfaite

Une liaison est dite parfaite si le torseur qui représente l'action mécanique d'un des solides sur l'autre a autant de composantes qu'il y a de degrés de liberté bloqués par la liaison.

1.2. Nombre de degrés de liberté d'une liaison

c'est le nombre de mouvements de translation et de rotation indépendants que la liaison autorise. Le nombre de composantes d'effort transmises par une liaison est égal à six moins le nombre de degrés de liberté de la liaison.

2. Les principales liaisons parfaites

Dans les pages qui suivent, chaque liaison est définie, représentée, et le torseur des actions mécaniques transmises par la liaison est donné.

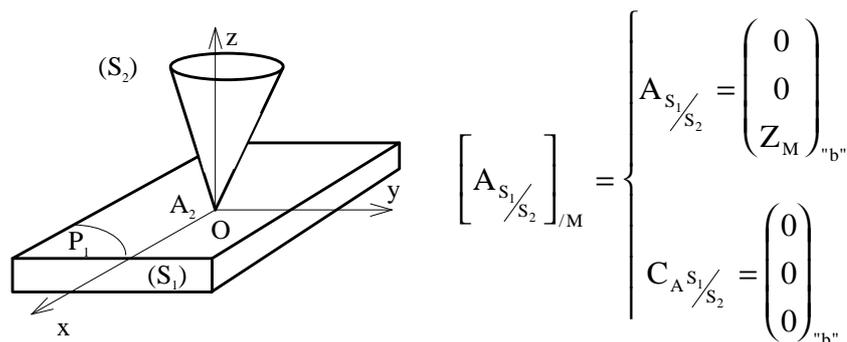
2.1. Liaison libre

- 6 degrés de liberté
- aucun effort transmis.
- « liaison » à 6 ddl

Cette « liaison » est en fait une absence de liaison, le solide est « livré à lui même » (cas d'un satellite dans l'espace, ou d'un projectile balistique).

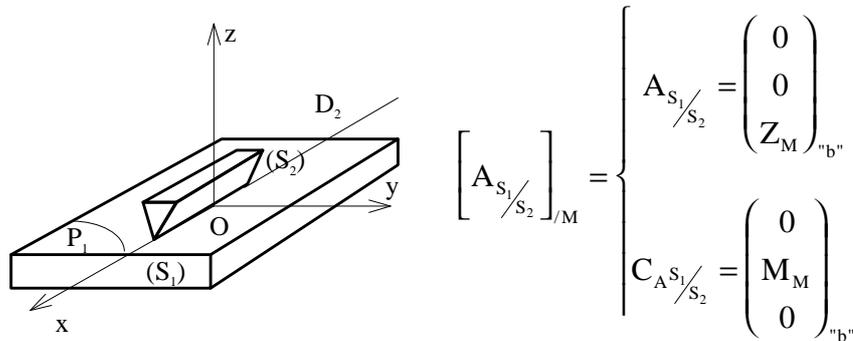
2.2. Liaison ponctuelle

- **définition** : Deux solides S_1 et S_2 sont en liaison ponctuelle si au cours de leur mouvement relatif un point A_2 de (S_2) reste dans un plan P_1 de (S_1)
- liaison à 5 ddl



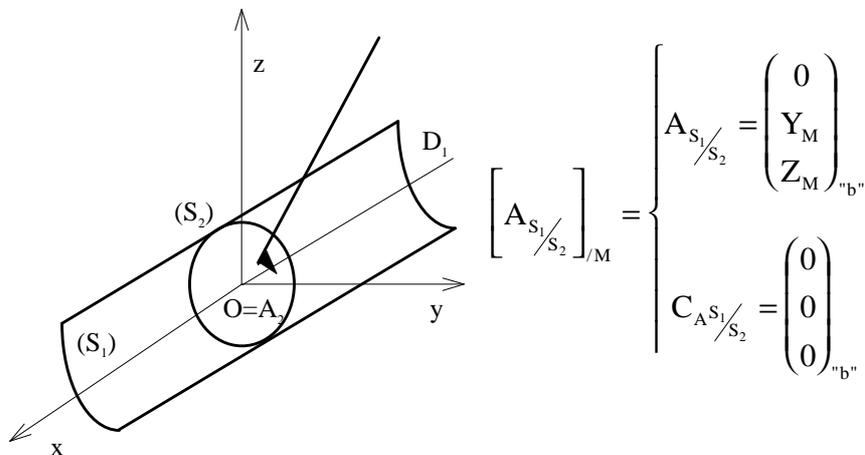
2.3. Liaison linéaire rectiligne

- **définition** : Deux solides S_1 et S_2 sont en liaison linéaire rectiligne si au cours de leur mouvement relatif, une droite D_2 de (S_2) reste dans un plan P_1 de (S_1) .
- Liaison à 4 ddl



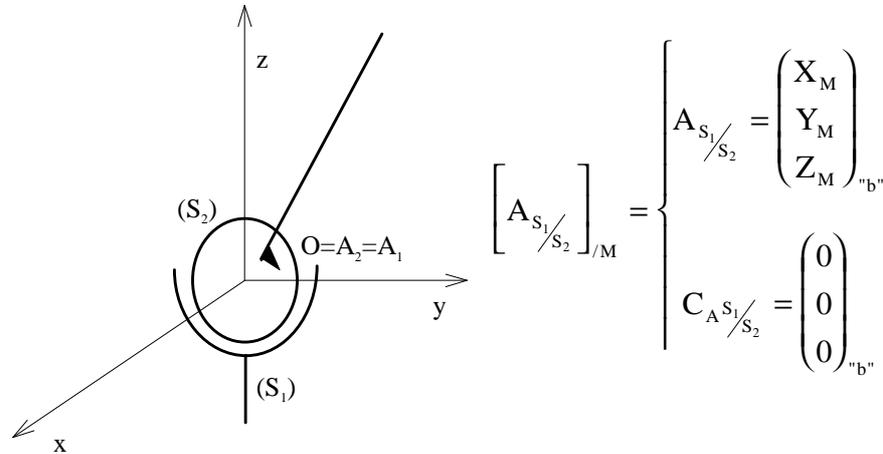
2.4. Liaison linéaire annulaire

- **définition** : Deux solides S_1 et S_2 sont en liaison linéaire annulaire si, au cours de leur mouvement relatif, un point A_2 de (S_2) reste sur une droite D_1 de (S_1) .
- Liaison à 4 ddl



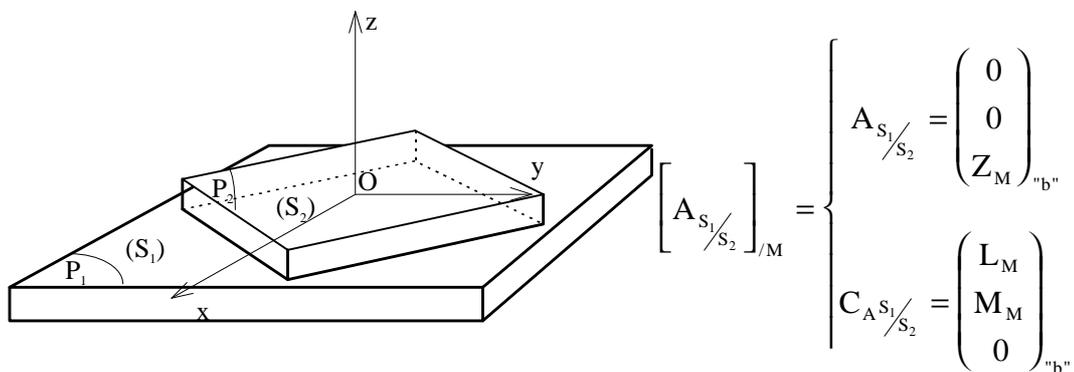
2.5. Liaison rotule

- **Définition :** Deux solides S_1 et S_2 sont en liaison rotule si, au cours de leur mouvement relatif, un point A_2 de (S_2) reste confondu avec un point A_1 de (S_1) .
- Liaison à 3 ddl.



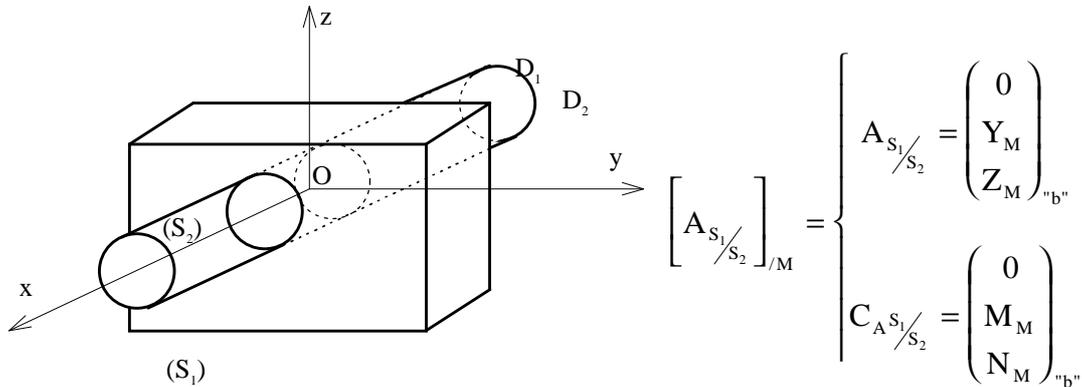
2.6. Liaison appui plan

- **Définition :** Deux solides S_1 et S_2 sont en liaison appui plan si, au cours de leur mouvement relatif, un plan P_2 de (S_2) reste confondu avec un plan P_1 de (S_1) .
- Liaison à 3 ddl.



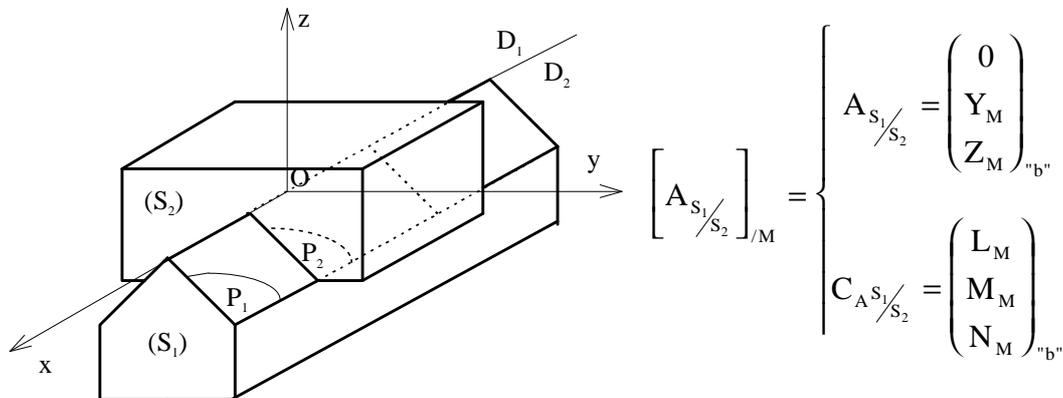
2.7. : Liaison pivot glissant

- **définition** Deux solides S_1 et S_2 sont en liaison pivot glissant si, au cours de leur mouvement relatif, une droite D_2 liée à (S_2) reste confondue avec une droite D_1 liée à (S_1) .
- Liaison à 2 ddl



2.8. Liaison glissière

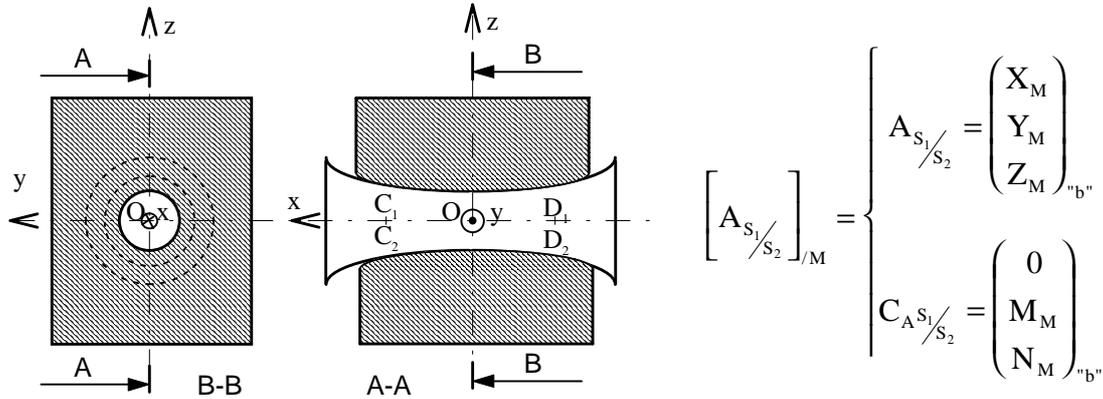
- **définition :** Deux solides S_1 et S_2 sont en liaison glissière si, au cours de leur mouvement relatif, d'une part un plan P_2 de (S_2) reste confondu avec un plan P_1 de (S_1) , et d'autre part une droite D_2 liée à (S_2) et située dans le plan P_2 reste confondue avec une droite D_1 liée à (S_1) et située dans le plan P_1 .
- Liaison à 1 ddl.



2.9. Liaison pivot

- **définition** Deux solides S_1 et S_2 sont en liaison pivot si, au cours de leur mouvement relatif, deux points C_2 et D_2 de (S_2) distants d'une longueur l restent confondus avec deux points C_1 et D_1 de (S_1) distants d'une même longueur l non nulle.

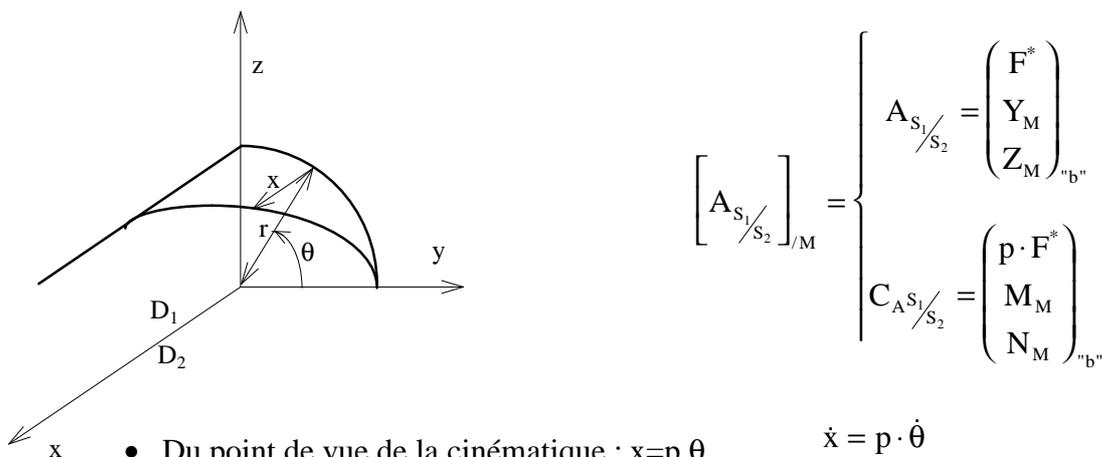
- Liaison à 1 ddl



2.10. Liaison glissière hélicoïdale

- **Définition** Deux solides S_1 et S_2 sont en liaison glissière hélicoïdale si, au cours de leur mouvement relatif, d'une part une droite D_2 de (S_2) reste confondue avec l'axe D_1 d'une hélice circulaire H_1 de rayon r liée à (S_1), et d'autre part, un point A_2 de (S_2) situé à une distance r de D_2 décrit l'hélice circulaire H_1 . Le mouvement relatif de S_1 par rapport à S_2 se décompose en une rotation autour de (O, \vec{x}) associé à une translation suivant (O, \vec{x}) . Ces deux mouvements ne sont pas indépendants, mais suivent la loi $x = p \cdot \theta$ où x est le déplacement suivant (O, \vec{x}) de S_1 par rapport à S_2 , p le pas de l'hélice, θ l'angle de rotation de S_1 par rapport à S_2 .

- Liaison à 1 ddl.

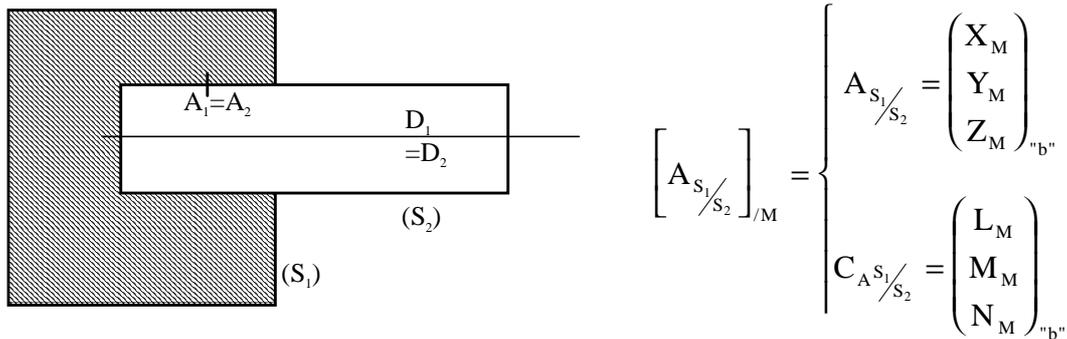


- Du point de vue de la cinématique : $x = p \cdot \theta$, $\dot{x} = p \cdot \dot{\theta}$.
- Du point de vue des efforts $X_M = p \cdot L_M$ le couple suivant x et l'effort suivant x sont liés.
- Nous avons donc bien 5 inconnues en statique, la liaison comporte un seul degré de liberté.

P est le pas de l'hélice

2.11. Liaison encastrement

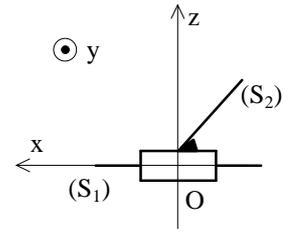
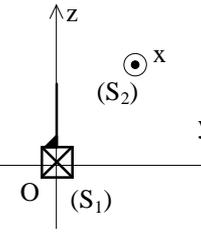
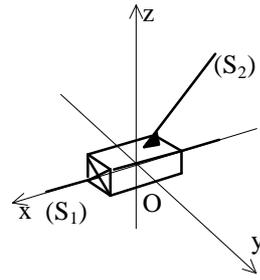
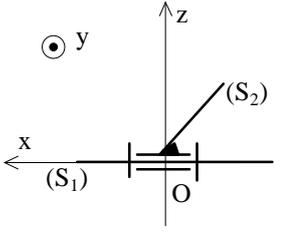
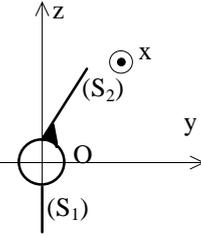
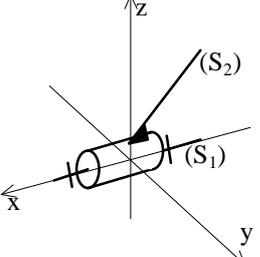
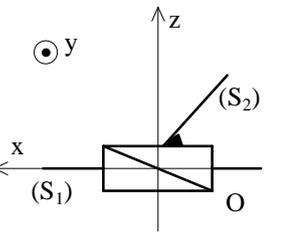
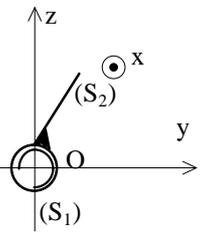
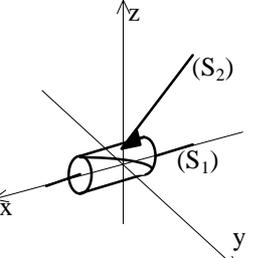
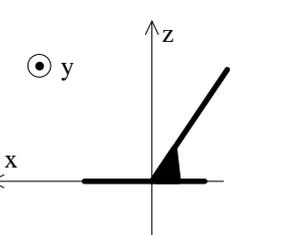
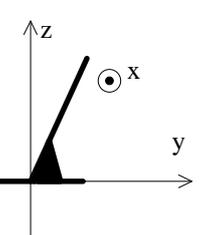
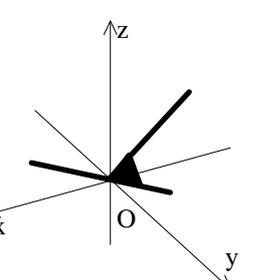
- **Définition :** Deux solides (S_1) et (S_2) sont en liaison encastrement si, au cours de leur mouvement relatif, d'une part une droite D_2 de (S_2) reste confondue avec une droite D_1 de (S_1) , et d'autre part un point A_2 de (S_2) situé à une distance d non nulle de D_2 reste confondu avec un point A_1 de (S_1) situé à une distance d non nulle de D_1 .
- La liaison encastrement ne permet aucun mouvement relatif entre les deux solides.



3. Schématisation normalisée des liaisons

<p>(O, \bar{z})</p> <p>Liaison ponctuelle de normale (O, \bar{z})</p>		
<p>Liaison rectiligne d'axe (O, \bar{x}) de normale (O, \bar{z})</p>		
<p>Liaison linéique annulaire d'axe (O, \bar{x})</p>		
<p>Liaison rotule de centre O</p>		
<p>Appui plan de normale (O, \bar{z})</p>		
<p>Liaison pivot glissant d'axe (O, \bar{x})</p>		

Schématisation normalisée des liaisons (suite)

<p>glissière d'axe (O, \vec{x})</p>			
<p>Liaison pivot d'axe (O, \vec{x})</p>			
<p>Liaison glissière hélicoïdale d'axe (O, \vec{x})</p>			
<p>Liaison encastrement</p>			

4. Créer et recréer des liaisons

4.1. Recréer une fonction

Il est souvent difficile de réaliser en une seule liaison la fonction ou la liaison idéale que l'on souhaite créer. Il est alors nécessaire de combiner plusieurs liaisons élémentaires de manière à créer la liaison souhaitée.

Exemple :

Une liaison pivot peut être remplacée par une liaison rotule+une liaison linéaire annulaire



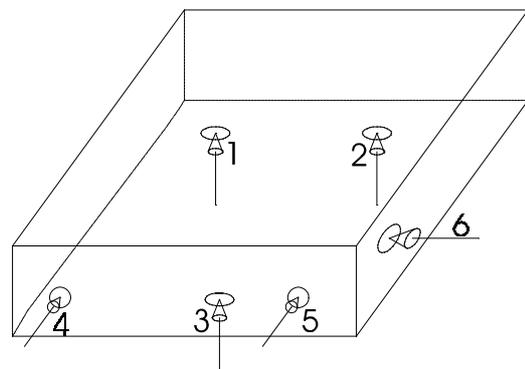
4.2. Méthodologie

- Lister tous les degrés de liberté que l'on veut supprimer
- En combinant les différentes liaisons, bloquer tous les degrés de liberté souhaités, sans jamais bloquer deux fois (avec deux liaisons) le même degré de liberté.

Exemple 1 : liaison encastrement à partir d'appuis ponctuels :

- 1-2-3 forment un appui plan
- 4-5 une liaison rectiligne
- 6 un appui ponctuel.

Le tout forme une liaison encastrement.



Exemple 2 : Cylindre et son support

Analysons les liaisons en présence.

- Le Vé forme deux liaisons rectiligne, soit une liaison pivot glissant.
- Le support arrière forme un appui plan.

L'ensemble bloque $3+4=7$ degrés de liberté. Le système est apparemment isostatique d'ordre 1. Si nous poussons un peu l'analyse, nous remarquons que l'appui plan bloque trois fois le même degré de liberté (translation suivant l'axe du vé ; et que la rotation suivant l'axe du vé n'est pas bloquée.....

