

# Les liaisons parfaites

## 1. définitions

### 1.1. Liaison parfaite

Une liaison est dite parfaite si le torseur qui représente l'action mécanique d'un des solides sur l'autre a autant de composantes qu'il y a de degrés de liberté bloqués par la liaison.

### 1.2. Nombre de degrés de liberté d'une liaison

c'est le nombre de mouvements de translation et de rotation indépendants que la liaison autorise. Le nombre de composantes d'effort transmises par une liaison est égal à six moins le nombre de degrés de liberté de la liaison.

## 2. Les principales liaisons parfaites

Dans les pages qui suivent, chaque liaison est définie, représentée, et le torseur des actions mécaniques transmises par la liaison est donné.

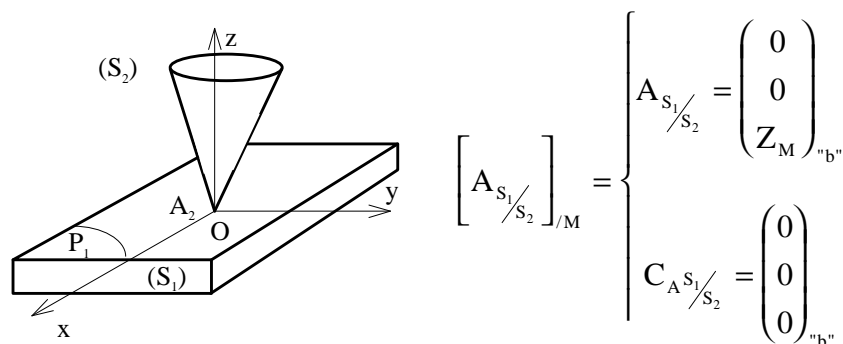
### 2.1. Liaison libre

- 6 degrés de liberté
- aucun effort transmis.
- « liaison » à 6 ddl

Cette « liaison » est en fait une absence de liaison, le solide est « livré à lui même » (cas d'un satellite dans l'espace, ou d'un projectile balistique).

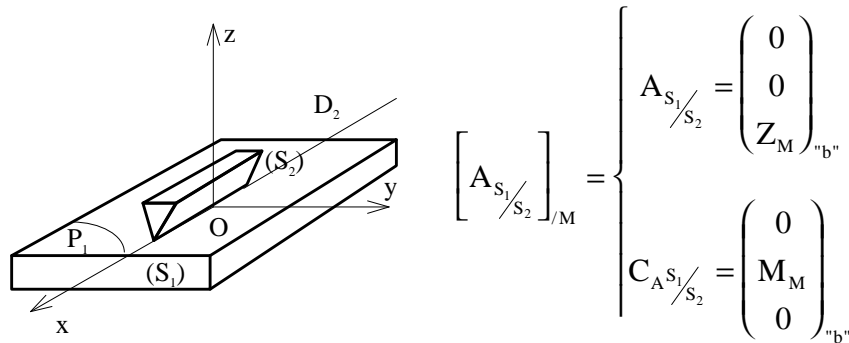
### 2.2. Liaison ponctuelle

- **définition** : Deux solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison ponctuelle si au cours de leur mouvement relatif un point  $A_2$  de ( $S_2$ ) reste dans un plan  $P_1$  de ( $S_1$ )
- liaison à 5 ddl



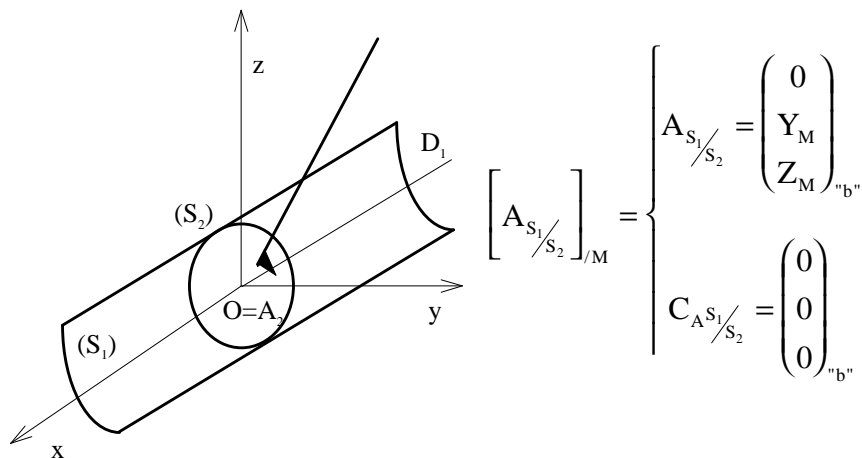
### 2.3. Liaison linéaire rectiligne

- **définition** : Deux solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison linéaire rectiligne si au cours de leur mouvement relatif, une droite  $D_2$  de  $(S_2)$  reste dans un plan  $P_1$  de  $(S_1)$ .
- Liaison à 4 ddl



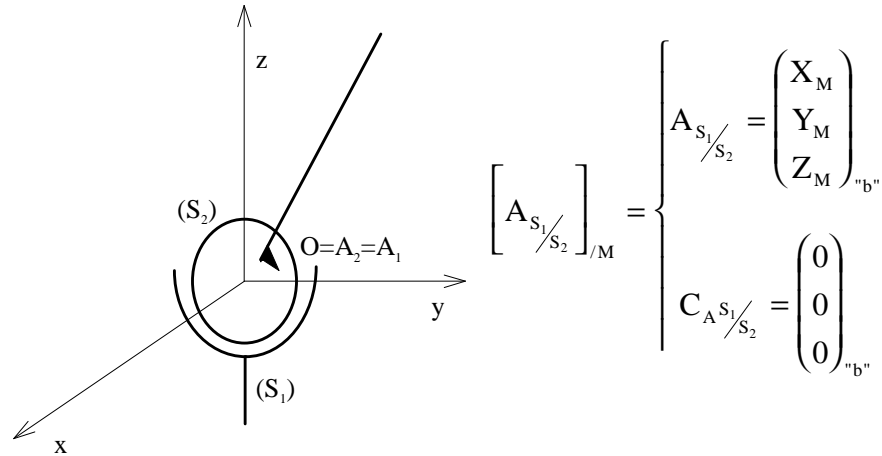
### 2.4. Liaison linéaire annulaire

- **définition** : Deux solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison linéaire annulaire si, au cours de leur mouvement relatif, un point  $A_2$  de  $(S_2)$  reste sur une droite  $D_1$  de  $(S_1)$ .
- Liaison à 4 ddl



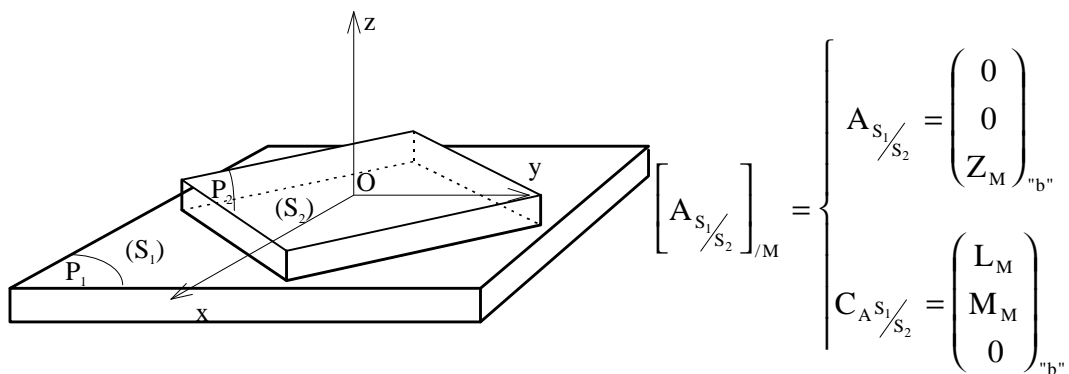
### 2.5. Liaison rotule

- **Définition :** Deux solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison rotule si, au cours de leur mouvement relatif, un point  $A_2$  de  $(S_2)$  reste confondu avec un point  $A_1$  de  $(S_1)$ .
- Liaison à 3 ddl.



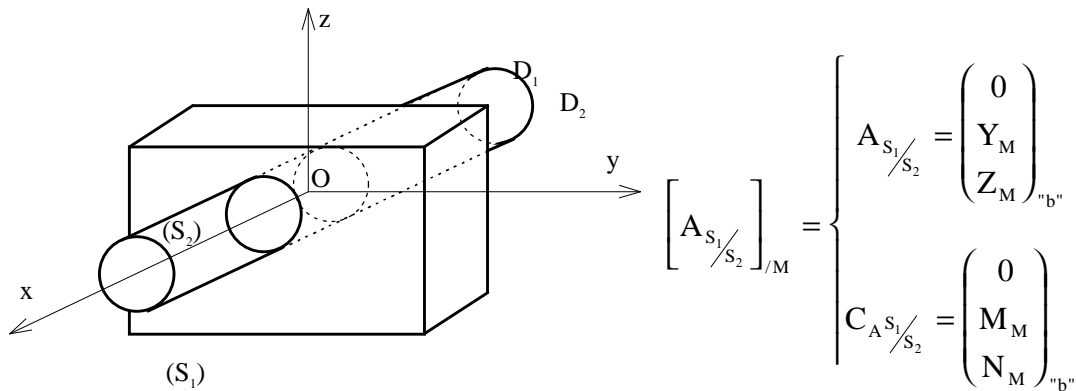
### 2.6. Liaison appui plan

- **Définition :** Deux solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison appui plan si, au cours de leur mouvement relatif, un plan  $P_2$  de  $(S_2)$  reste confondu avec un plan  $P_1$  de  $(S_1)$ .
- Liaison à 3 ddl.



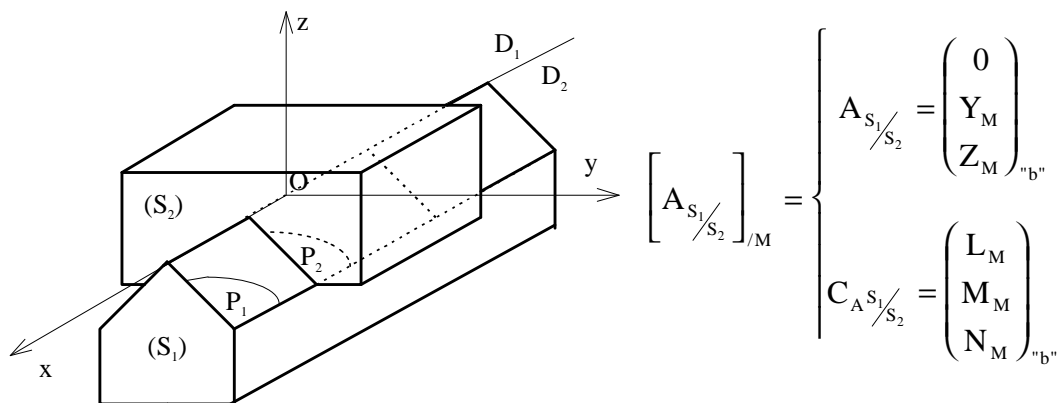
2.7. : Liaison pivot glissant

- **définition** Deux solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison pivot glissant si, au cours de leur mouvement relatif, une droite  $D_2$  liée à  $(S_2)$  reste confondue avec une droite  $D_1$  liée à  $(S_1)$ .
- Liaison à 2 ddl



2.8. Liaison glissière

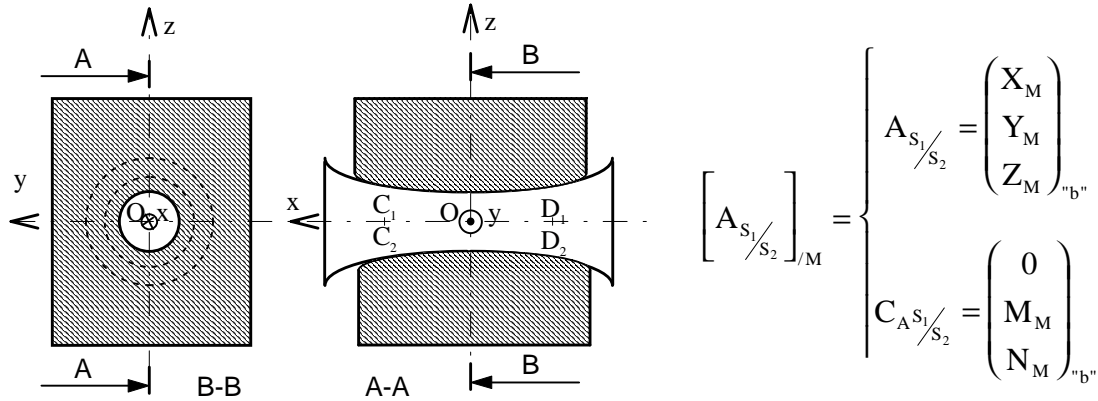
- **définition :** Deux solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison glissière si, au cours de leur mouvement relatif, d'une part un plan  $P_2$  de  $(S_2)$  reste confondu avec un plan  $P_1$  de  $(S_1)$ , et d'autre part une droite  $D_2$  liée à  $(S_2)$  et située dans le plan  $P_2$  reste confondue avec une droite  $D_1$  liée à  $(S_1)$  et située dans le plan  $P_1$ .
- Liaison à 1 ddl.



2.9. Liaison pivot

- **définition** Deux solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison pivot si, au cours de leur mouvement relatif, deux points  $C_2$  et  $D_2$  de ( $S_2$ ) distants d'une longueur  $l$  restent confondus avec deux points  $C_1$  et  $D_1$  de ( $S_1$ ) distants d'une même longueur  $l$  non nulle.

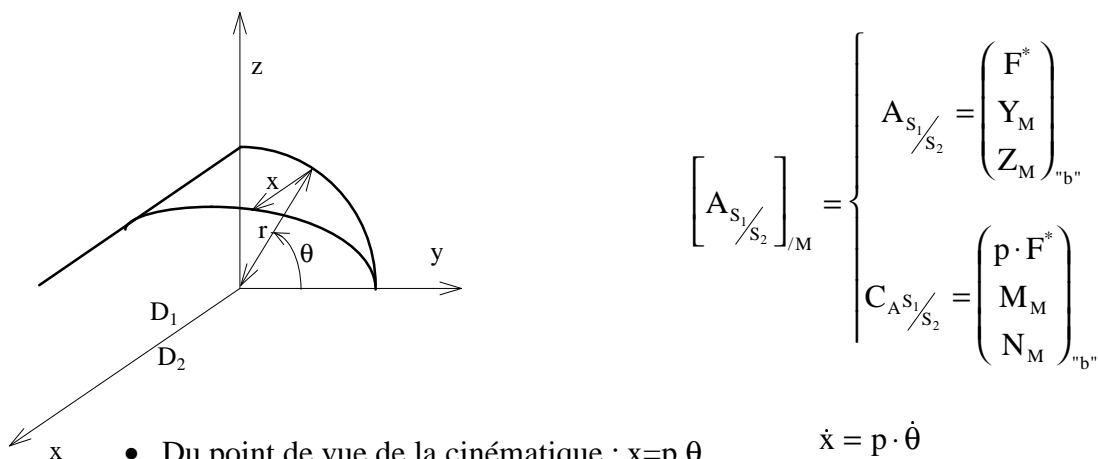
- Liaison à 1 ddl



2.10. Liaison glissière hélicoïdale

- **Définition** Deux solides  $S_1$  et  $S_2$  sont en liaison glissière hélicoïdale si, au cours de leur mouvement relatif, d'une part une droite  $D_2$  de ( $S_2$ ) reste confondue avec l'axe  $D_1$  d'une hélice circulaire  $H_1$  de rayon  $r$  liée à ( $S_1$ ), et d'autre part, un point  $A_2$  de ( $S_2$ ) situé à une distance  $r$  de  $D_2$  décrit l'hélice circulaire  $H_1$ . Le mouvement relatif de  $S_1$  par rapport à  $S_2$  se décompose en une rotation autour de  $(O, \bar{x})$  associé à une translation suivant  $(O, \bar{x})$ . Ces deux mouvements ne sont pas indépendants, mais suivent la loi  $x = p \cdot \theta$  où  $x$  est le déplacement suivant  $(O, \bar{x})$  de  $S_1$  par rapport à  $S_2$ ,  $p$  le pas de l'hélice,  $\theta$  l'angle de rotation de  $S_1$  par rapport à  $S_2$ .

- Liaison à 1 ddl.

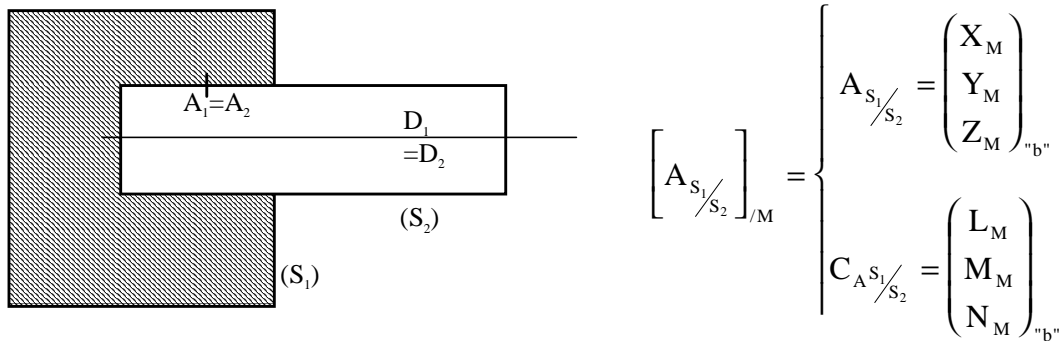


- Du point de vue de la cinématique :  $x = p \cdot \theta$ ,  $\dot{x} = p \cdot \dot{\theta}$ .
- Du point de vue des efforts  $X_M = p \cdot L_M$  le couple suivant  $x$  et l'effort suivant  $x$  sont liés.
- Nous avons donc bien 5 inconnues en statique, la liaison comporte un seul degré de liberté.

$P$  est le pas de l'hélice

2.11. Liaison encastrement

- **Définition :** Deux solides  $(S_1)$  et  $(S_2)$  sont en liaison encastrement si, au cours de leur mouvement relatif, d'une part une droite  $D_2$  de  $(S_2)$  reste confondue avec une droite  $D_1$  de  $(S_1)$ , et d'autre part un point  $A_2$  de  $(S_2)$  situé à une distance  $d$  non nulle de  $D_2$  reste confondu avec un point  $A_1$  de  $(S_1)$  situé à une distance  $d$  non nulle de  $D_1$ .
- La liaison encastrement ne permet aucun mouvement relatif entre les deux solides.



### 3. Schématisation normalisée des liaisons

<p><math>(O, \bar{z})</math></p> <p>Liaison ponctuelle de normale <math>(O, \bar{z})</math></p>		
<p>Liaison rectiligne d'axe <math>(O, \bar{x})</math> de normale <math>(O, \bar{z})</math></p>		
<p>Liaison linéique annulaire d'axe <math>(O, \bar{x})</math></p>		
<p>Liaison rotule de centre O</p>		
<p>Appui plan de normale <math>(O, \bar{z})</math></p>		
<p>Liaison pivot glissant d'axe <math>(O, \bar{x})</math></p>		

Schématisation normalisée des liaisons (suite)

<p>glissière d'axe (<math>O, \vec{x}</math>)</p>			
<p>Liaison pivot d'axe (<math>O, \vec{x}</math>)</p>			
<p>Liaison glissière hélicoïdale d'axe (<math>O, \vec{x}</math>)</p>			
<p>Liaison encastrement</p>			



## 4. Créer et recréer des liaisons

### 4.1. Recréer une fonction

Il est souvent difficile de réaliser en une seule liaison la fonction ou la liaison idéale que l'on souhaite créer. Il est alors nécessaire de combiner plusieurs liaisons élémentaires de manière à créer la liaison souhaitée.

Exemple :

Une liaison pivot peut être remplacée par une liaison rotule+une liaison linéaire annulaire



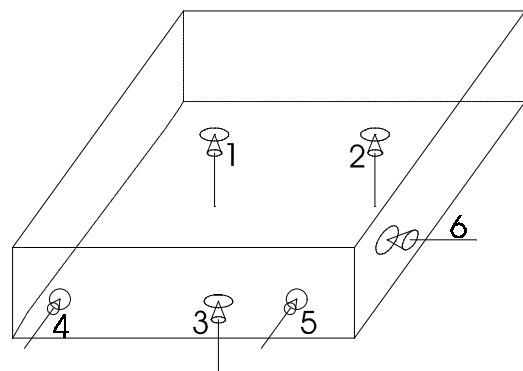
### 4.2. Méthodologie

- Lister tous les degrés de liberté que l'on veut supprimer
- En combinant les différentes liaisons, bloquer tous les degrés de liberté souhaités, sans jamais bloquer deux fois (avec deux liaisons) le même degré de liberté.

Exemple 1 : liaison encastrement à partir d'appuis ponctuels :

- 1-2-3 forment un appui plan
- 4-5 une liaison rectiligne
- 6 un appui ponctuel.

Le tout forme une liaison encastrement.



Exemple 2 : Cylindre et son support

Analysons les liaisons en présence.

- Le Vé forme deux liaisons rectiligne, soit une liaison pivot glissant.
- Le support arrière forme un appui plan.

L'ensemble bloque  $3+4=7$  degrés de liberté. Le système est apparemment isostatique d'ordre 1. Si nous poussons un peu l'analyse, nous remarquons que l'appui plan bloque trois fois le même degré de liberté (translation suivant l'axe du vé ; et que la rotation suivant l'axe du vé n'est pas bloquée.....

