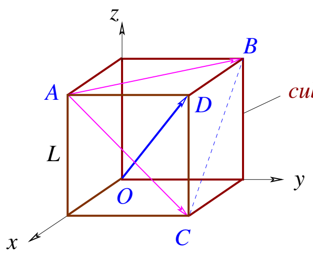
Exemple type d'examen de PHYSIQUE 1 ——— Février/2021

En guise de révision et de préparation, je vous propose un sujet type d'examen de physique 1. Il touche à tout le programme. Je vous conseille vivement de le faire, vous en tirerez beaucoup de bénéfice.
Barème : Exercice 1→ 2 points ; Exercice 2 → 4 points ; Exercice 3→ 7 points ; Exercice 4→ 3 points ; Exercice 5→ 3 points ; Exercice 6→ 1 point.

Exercice 1 : On considère deux grandeurs physiques P et R. Sachant que P a la dimension d'une longueur (i.e. $[P] = L$), quelle doit être la dimension de R pour que les opérations suivantes soient possibles : a) $P - R$; b) $P - \sqrt{R}$; c) PR ; d) $1 - PR$?

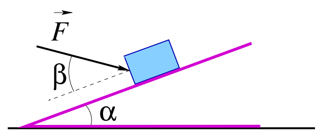
Exercice 2 :
L'espace $Oxyz$ est muni d'une base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Les arêtes d'un cube de côté L reposent sur les axes x, y et z, figure ci-contre. a) Calculer, en degrés, l'angle θ_1 entre le vecteur $\overrightarrow{OD}$ et l'axe z. b) Calculer, en degrés, l'angle θ_2 entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. c) Trouver un vecteur normal au plan formé par $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. d) Calculer la surface du triangle ABC. e) Calculer le produit mixte $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ pris dans cette ordre forment-ils un trièdre direct ?



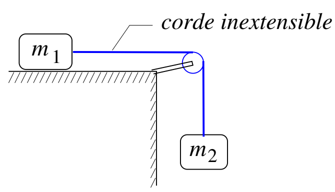
Exercice 3 : Un projectile est lancé depuis un point O situé au sol (le sol est supposé horizontal) avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle θ avec l'horizontale. a) Montrez que le mouvement du projectile se fait dans le plan formé par $\vec{g}$ et $\vec{v}_0$, $\vec{g}$ étant l'accélération de la pesanteur. Dans la suite, ce plan sera désigné par Oxy où x est l'axe horizontal et y l'axe vertical. b) Faites un schéma montrant la trajectoire du projectile par rapport à Oxy. c) Écrire les équations cinématiques du mouvement $v_x(t)$, $x(t)$, $v_y(t)$ et $y(t)$. d) Trouver le temps de vol. e) Trouver la portée horizontale R. f) Trouver l'équation et la forme de la trajectoire.

h) Application : un joueur de football tire le ballon à 15 m/s à 20° au-dessus de l'horizontale en direction d'un de ses coéquipiers. À quelle vitesse le coéquipier doit-il courir pour être exactement à l'endroit où le ballon atterrit ? Initialement, les deux joueurs étaient séparés de 25 m. Prendre $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$.

Exercice 4 : Un bloc de 2 kg se trouve sur un plan incliné de $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale et est soumis à une force $F = 11\,\mathrm{N}$ qui agit, comme indiqué dans la figure ci-contre, selon un angle $\beta = 35°$ par rapport au plan. On néglige les frottements entre le bloc et le plan et on prendra $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$. Trouvez :
a) l'accélération du bloc ;
b) la force exercée par le plan sur le bloc.



Exercice 5 :
Une $m_1 = 1.40\,\mathrm{kg}$ est reliée à une masse m_2 par une corde inextensible (non élastique), comme le montre la figure ci-contre. Les coefficients de frottement statique et cinétique entre m_1 et la surface horizontale sont respectivement $\mu_s = 0.5$ et $\mu_c = 0.2$. a) Trouvez la valeur maximum m_{2max} de la masse m_2 en-dessous de laquelle le mouvement ne se déclenche pas ? b) Y'aura-t-il mouvement si $m_2 = 0.82\,\mathrm{kg}$? Si oui, trouvezx l'accélération.

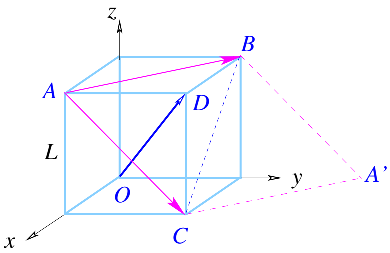


Exercice 6 : Une personne pousse une caisse de 40 kg à vitesse constante le long d'une surface horizontale dont le coefficient de frottement cinétique vaut $\mu_c = 0.2$. La boîte se déplace de 6.5 m en 9 s. Quelle est la puissance moyenne délivrée par la personne ?

——————— *FiN* —– *Durée :* —

Exercice 1 : ($\rightarrow$ 2 *points*)
a) R doit avoir la même dimension que P, donc $[R] = L$. b) $\sqrt{R}$ doit avoir la même dimension que P, donc $[\sqrt{R}] = L \implies [R] = L^2$. c) L'opération est possible quelle que soit la dimension de R. d) PR doit avoir la même dimension que 1, c'est-à-dire PR doit être sans dimension, donc R doit avoir la dimension inverse de P : $[R] = L^{-1}$.

Exercice 2 : ($\rightarrow$ 4 *points*)
a)



$$\overrightarrow{OD} \cdot \vec{k} = \|\overrightarrow{OD}\| \, \|\vec{k}\| \cos\theta_1 \implies \cos\theta_1 = \frac{\overrightarrow{OD} \cdot \vec{k}}{\|\overrightarrow{OD}\| \, \|\vec{k}\|}$$

On a : $\overrightarrow{OD} = L\vec{i} + L\vec{j} + L\vec{k}$, donc $\overrightarrow{OD} \cdot \vec{k} = L$, $\|\overrightarrow{OD}\| = \sqrt{3}L$, $\|\vec{k}\| = 1$,
$\implies \cos\theta_1 = \left(\frac{L}{\sqrt{3}L}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \implies \theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 54.74°$.
b)

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \, \|\overrightarrow{AC}\| \cos\theta_2 \implies \cos\theta_2 = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AB}\| \, \|\overrightarrow{AC}\|}$$

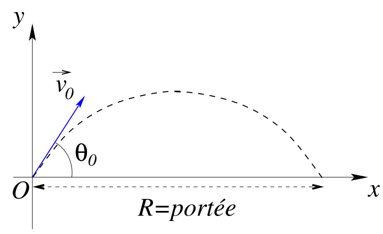
$\overrightarrow{AB} = -L\vec{i} + L\vec{j} = L(-\vec{i} + \vec{j}) \rightarrow \|\overrightarrow{AB}\| = L\sqrt{2}$; $\overrightarrow{AC} = L(\vec{j} - \vec{k}) \rightarrow \|\overrightarrow{AC}\| = L\sqrt{2}$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = L^2$;
$\implies \cos\theta_2 = \frac{L^2}{L\sqrt{2} \times L\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$. Il vient : $\theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$.
c) On sait que le produit vectoriel de deux vecteurs est un vecteur normal au plan des deux vecteurs. Donc, pour trouver un vecteur normal au plan formé par $\vec{d_1}$ et $\vec{d_2}$. il suffit de calculer leur produit vectoriel :

$$\vec{N} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = L^2 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -L^2(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

d) La surface S_{ABC} du triangle ABC est la moitié de la surface S du parallélogramme construit sur les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ (le parallélogramme $ABA'C$) ; S est donnée par le module du produit vectoriel : $S = \| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| = \| - L^2(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})\| = L^2\sqrt{3}$. $S_{ABC} = S/2 = L^2\sqrt{3}/2$.

e) $\overrightarrow{AD} = L\vec{j}$, $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD} = L^3 \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -L^3$. Le fait que le produit mixte est négatif signifie que les trois vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ pris dans cette ordre ne forment pas un trièdre direct. (Ils forment un trièdre indirect.)

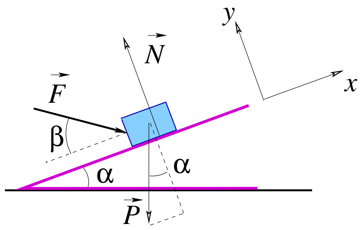
Exercice 3 : ($\rightarrow$ 7 *points*)
a) La position du projectile P, lancé du point O avec une vitesse $\vec{v}_0$ est donnée, à chaque instant, par : $\overrightarrow{OP} = \vec{v}_0 \, t + \frac{1}{2}\vec{g}\, t^2$. Or, d'après le cours sur les vecteurs nous avons appris que quand un vecteur s'écrit sous forme d'une combinaison linéaire de deux vecteurs non colinéaires, il est forcément dans le plan formé par ces deux vecteurs. Donc $\overrightarrow{OP}$ est dans le plan vertical formé par $\vec{v}_0$ et $\vec{g}$.



b) L'allure de la trajectoire est figurée ci-contre.
c) Une fois lancé, le projectile n'est soumis qu'à la pesanteur, son accélération est donc $\vec{g} = -g\vec{j}$. Suivant x, la vitesse est constante : $v_x = v_0 \cos\theta_0$ (i) et donc $x(t) = v_0 \cos\theta_0 \, t$ (ii). Suivant y, la vitesse est : $v_y = v_0 \sin\theta_0 - g\, t$ (iii) et donc $y(t) = v_0 \sin\theta_0 \, t - (1/2)g\, t^2$ (iv).
d) Le temps de vol t_{vol} est le temps mis par le projectile pour retomber au sol. À $t = t_{vol}$, $y = 0$ et l'équation (iv) donne : $0 = v_0 \sin\theta_0 \, t_{vol} - (1/2)g\, t_{vol}^2$. On obtient $t_{vol} = 0$ ou $t_{vol} = 2v_0 \sin\theta_0/g$. e) La portée R est égale $x(t = t_{vol})$,

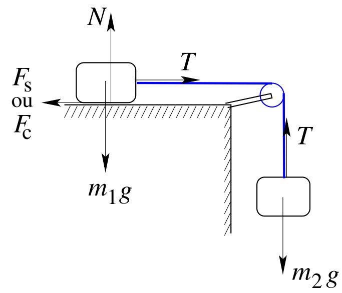
l'équation (i) donne : $R = v_0 \cos\theta_0\, t_{vol} = v_0 \cos\theta_0\, 2v_0 \sin\theta_0/\mathrm{g}$, soit $R = v_0^2 \sin 2\theta_0/\mathrm{g}$ (v). f) Pour avoir l'équation de la trajectoire, on tire t de l'équation (ii) et on le substitue dans l'équation (iv). L'équation(ii) donne $t = x/(v_0 \cos\theta_0)$ et par substitution dans (iv) on obtient $y = x \tan\theta_0 - x^2 \frac{\mathrm{g}}{2(v_0 \cos\theta_0)^2}$ (vi). h) Nous appelons x la direction joueur-coéquipier. Avec $\theta_0 = 20°$ et $v_0 = 15\,\mathrm{m/s}$, la portée (voir équation (v)) vaut : $R = v_0^2 \sin 2\theta_0/\mathrm{g} = 15^2 \sin 40/9.8 = 14.76\mathrm{m}$, ce qui veut dire que le ballon va retomber, après un temps $t = t_{vol}$, à la position $x_R = 14.76\,\mathrm{m}$, en deça de la position initiale $x_c = 25\,\mathrm{m}$ du coéquipier. Pour être exactement là où le ballon atterrit, le coéquipier doit courir vers la position x_R avec une vitesse v_c telle que $v_c \times t_{vol} = 25 - R$, ce qui donne : $v_c = (25 - R)/t_{vol} = \mathrm{g}(25 - R)/(2v_0 \sin\theta_0)$. A.N. : $v_c = 9.78\,\mathrm{m/s}$.

Exercice 4 : ($\rightarrow$ 3 *points*)



a) Désignons par m la masse du bloc et par $\vec{a}$ son accélération. La deuxième loi de Newton appliquée à m s'écrit :
$\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$, $\vec{P} = m\vec{g}$ ($P = mg$) étant le poids du bloc et $\vec{N}$ la force exercée par le plan sur le bloc.
Projection sur x : $F \cos\beta - mg \sin\alpha = ma$ (1)
Projection sur y : $N - F \sin\beta - mg \cos\alpha = 0$ (2)
a) De l'équation (1), on tire : $a = (F \cos\beta - mg \sin\alpha)/m$
A.N. : $a = 11 \cos 35 - 2 \times 9.8 \sin 20 = 1.15\,\mathrm{m/s^2}$.
b) De l'équation (2), on tire : $N = F \sin\beta + mg \cos\alpha$
A.N. : $N = 11 \sin 35 + 2 \times 9.8 \cos 20 = 24.7\,\mathrm{N}$.

Exercice 5 : ($\rightarrow$ 3 *points*)



a) Les forces appliquées à m_1 (voir figure ci-contre) sont : son poids $m_1\mathrm{g}$, la réaction N de la surface horizontale, la force de frottement (F_c s'il y a mouvement ou F_s sinon), et la tension de la corde T. En l'absence de mouvement, c'est le frottement statique F_s qui entre en jeu. F_s augmente quand T augmente, c'est-à-dire quand m_2 augmente. Le mouvement ne se déclenche pas tant que F_s n'a pas dépassé sa valeur maximum F_{smax}. À l'équilibre limite, c'est-à-dire quand $F_s = F_{smax}$ (à ce moment-là $m_2 = m_{2max}$) la deuxième loi de Newton donne pour m_1 : $T - F_{smax} = 0$ (i) ; et $m_1\mathrm{g} - N = 0$ (ii). Pour m_2 : $m_{2max}\mathrm{g} - T = 0$ (iii). (i) et (iii) implique que : $m_{2max}\mathrm{g} = F_{smax}$, or $F_{smax} = \mu_s N$, donc $m_{2max}\mathrm{g} = \mu_s N$. De (ii) on tire $N = m_1\mathrm{g}$ et $m_{2max}\mathrm{g} = \mu_s m_1\mathrm{g}$, soit finalement $m_{2max} = \mu_s m_1 = 0.7\,\mathrm{kg}$.
b) Si $m_2 = 0.82\,\mathrm{kg}$, alors $m_2 > m_{2max}$ et le mouvement va se déclencher. Puisqu'il y a mouvement, c'est le frottement cinétique F_c qui entre en jeu. Les deux masses auront la même accélération a car le fil est inextensible. La 2ème loi de Newton appliquée aux deux masses donnent
pour m_2 : $m_2\mathrm{g} - T = m_2 a$ (1)
pour m_1 : $T - F_c = m_1 a$ (2) et $m_1\mathrm{g} - N = 0$ (3)
(1)+(2) donne : $m_2\mathrm{g} - F_c = (m_1 + m_2)a \implies a = (m_2\mathrm{g} - F_c)/(m_1 + m_2)$. Par définition $F_c = \mu_c N$ et de (3) on tire $N = m_1\mathrm{g}$, donc
$a = \mathrm{g}(m_2 - \mu_c m_1)/(m_1 + m_2)$. A.N. : $a = 2.38\,\mathrm{m/s^2}$.

Exercice 6 : ($\rightarrow$ 2 *points*)
Données : masse de la personne $m = 40\,\mathrm{kg}$, déplacement de la caisse $d = 6.5\,\mathrm{m}$, coefficient de frottement cinétique entre la caisse et la surface horizontale $\mu_c = 0.2$, vitesse constante. Vitesse de déplacement constante signifie que la composante horizontale de la force de poussée compense exactement la force de frottement cinétique : $F_h = F_c$, soit $F_h = \mu_c N = \mu_c mg$. Le travail effectué par la personne est donc $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F_h \times d = \mu_c mg \times d$. La puissance moyenne est $P = W/t = 0.2 \times 40 \times 9.8 \times 6.5/9 = 56.6\,\mathrm{W}$