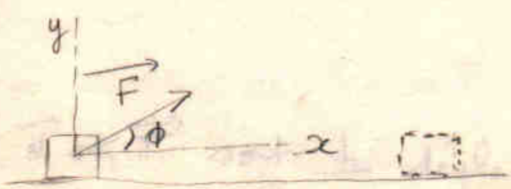
CHAPITRE III : TRAVAIL, ENERGIE et PUISSANCE dans le cas du pt matériel

Les notions de travail, d'énergie et de puissance peuvent prendre plusieurs significations dans le langage courant. Toutefois, pour le physicien, ces concepts se rapportent à des définitions bien précises. Nous définirons ces concepts et nous expliciterons les relation qui existent entre le travail et les ≠ formes d'énergie qui rencontrées en mécanique. Bien que ces relations découlent des lois de Newton, il est souvent avantageux de les utiliser directement lorsque les forces en présence ne sont pas connues ou lorsque la complexité du système rend diff-le l'emploi direct des lois de Newton.

III.1 / Le travail

III.1.1 / Travail effectué par une force constante sur un objet qui se déplace en ligne droite



On définit le travail comme étant le produit de la composante de la force suivant le déplacement par la distance d parcourue par l'objet.

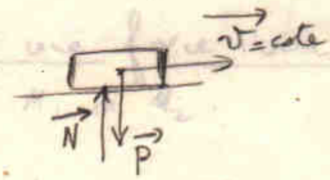
soit, $W = F_x \cdot d = (F\cos\phi)\, d$

qu'on peut également $W = F\,(d\cos\phi)$ càd si on connaît la composante d_F du déplacement suivant la direction de la force, W s'obtient également en multipliant $d_F = d\cos\phi$ par la grandeur F de la force.

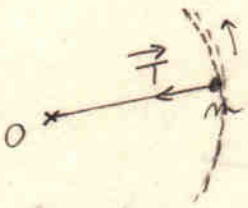
<u>Remarque</u>: 1/ En notation vectorielle W s'écrit:

$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{d}} \quad \text{où } \vec{d} = \text{vect. déplacement}$$

2/ Le travail est nul pour une force normale au déplacement

a/


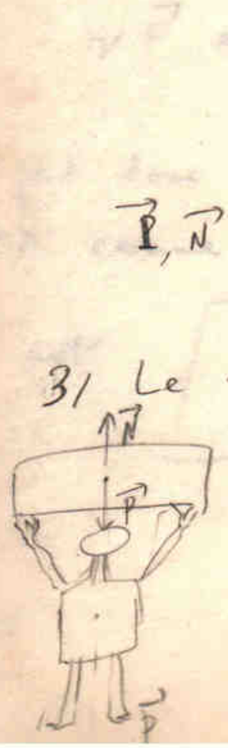
ni le poids $\vec{P}$
ni la normale $\vec{N}$
n'effectuent un travail

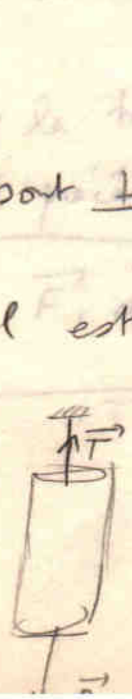
b/


La tension $\vec{T}$ de la corde accélère m vers O, mais n'effectue au travail.

$\vec{P}$, $\vec{N}$ et $\vec{T}$ sont $\perp$ déplacement $\Rightarrow W = F.d\cos 90° = 0$

3/ Le travail est nul s'il n'y pas de déplacement



c/


cylindre suspendu par une corde
$\vec{T}$ (la tension dans la corde) ne fait aucun travail, $\vec{P}$, le poids du cylindre, non plus.

$d = 0 \Rightarrow W = F.d = 0$

4/ Le travail est évidemment nul pour une force nulle.

5/ W peut être positif ou négatif.

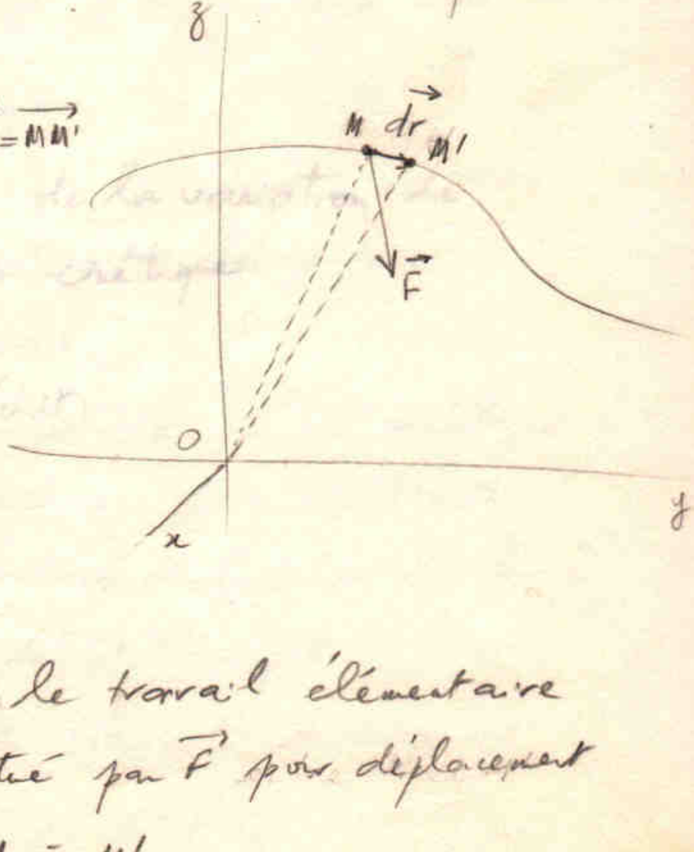
* $W < 0$ lorsque la force $\vec{F}$ possède une composante dans le sens contraire au mvt càd $90° < \phi < 180°$

  ex: travail fait par une personne qui abaisse un objet → le travail est dit résistant

* $W > 0$ lorsque $0 < \phi \leq 90°$

  ex: travail fait en remontant l'objet → le travail est dit moteur

III.1.2/ Travail fait par une force variable sur une particule que se déplace de M_1 à M_2.



Pour un déplacement infinitésimal $\vec{dr} = \vec{MM'}$

on peut considérer que:

i/ le mvt est rectiligne

ii/ $\vec{F}$ est constante

on peut donc définir le travail entre M et M' comme au § précédent:

soit $\boxed{dW = \vec{F} \cdot \vec{dr}}$ c'est le travail élémentaire effectué par $\vec{F}$ pour déplacement de M à M'.

Le travail total s'obtient en faisant la somme de tous les dW entre M_1 et M_2.

Soit $$W = \int_{M_1}^{M_2} dW = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F}\cdot\vec{dr}$$

* en coordonnées cartésiennes

$$W = \int_{M_1}^{M_2} \left(F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \, dz\right)$$

* Retrouvons le cas d'une force constante pour un déplacement uni-dimensionnel (suivant x par exemple)

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = \vec{cte} \Rightarrow W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx = F_x \,(x_2 - x_1) = F_x \cdot d$$

$\vec{dr} = dx \, \vec{i}$

III.2/ Energie cinétique et théorème de la variation de l'énergie cinétique

La 2^e loi de Newton s'écrit :

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{F} \cdot dt = m \, d\vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{F} \cdot \vec{v} \, dt = m \, \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

or $\vec{F} \cdot \vec{v} \, dt = \vec{F} \cdot \vec{dr}$ = Travail élémentaire de la force résultante $= dW$

et $m\,\vec{v}\cdot d\vec{v} = d\left(\frac{1}{2} m\,\vec{v}\cdot\vec{v}\right) = d\left(\frac{1}{2} m\,v^2\right)$ car $\vec{v}\cdot\vec{v} = v^2$

On pose $\frac{1}{2} m v^2 = E_c$ et on l'appelle énergie cinétique

$$\Longrightarrow \quad dW = dE_c$$

En intégrant de $t_1 \to v_1 \to E_{c_1} \longrightarrow t_2 \to v_2 \to E_{c_2}$

$$\int_{t_1}^{t_2} dW = \int_{E_{c_1}}^{E_{c_2}} dE_c \Longrightarrow \boxed{W = E_{c_2} - E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2}$$

Ce résultat constitue le thm reliant le travail et l'énergie cinétique : Le travail accompli par la résultante des forces sur un objet est égal à la variation de l'énergie cinétique.

Remarque : i/ si le module de la vitesse ne change pas il n'y a aucun travail.

* C'est le cas par exemple dans un mvt rectiligne uniforme où il n'y a aucune force résultante

* où dans un mvt circulaire uniforme où la force résultante est $\perp$ au déplacement.

ii/ L'énergie cinétique ainsi que le travail se mesurent en joules. $1\,J = 1$ newton-mètre $= 1\,kg\,m^2/s^2$

iii/ Le thm de l'énergie cinétique nous dit également que si $E_c \downarrow$ le travail W est < 0

* Interprétation physique de l'énergie cinétique

faisons le à travers cet exemple :

Une femme pousse une petite voiture vers un enfant. Elle exerce sur la voiture, initialement au repos, une force horizontale de 5N, sur une distance de 1m.

a/ Que vaut le travail fourni à la voiture $\rightarrow 5\,N \times 1\,m = 5\,J$

b/ Energie cinétique finale de la voiture $\rightarrow 5J = E_{cf} - E_{ci} = E_{cf} - 0 \Rightarrow E_{cf} = 5J$

c/ Si la voiture a une masse de 0,1 kg,
quelle sera sa vitesse finale $\rightarrow E_{cf} = \frac{1}{2} m v_f^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{(2) \times (5J)}{0{,}1\,kg}} = 10\,m\,s^{-1}$

d/ La femme lache la voiture au bout d'un mètre. La voiture roule sur le sol et atteint l'enfant qui l'arrête sur une distance de 0,25m en exerçant une force cste F' qui s'oppose au mvt. Evaluer F' en négligeant les frottements.

$$W = -F'.d = E'_{cf} - E'_{ci} = 0 - 5J \Rightarrow F' = \frac{5J}{0{,}25\,m} = 20\,N$$

$W = -5\,J$ indique que c'est en quelque sorte la voiture qui effectue un travail sur l'enfant.

On peut dire donc que lorsqu'un travail positif est fourni à un objet, il lui confère une énergie cinétique. Cette énergie est alors ultérieurement disponible pour effectuer un travail. Autrement dit ; l'énergie cinétique d'un objet mesure le travail que cet objet peut faire de par son mvt.

III.3/ La puissance

La rapidité avec laquelle un travail est accompli définit la puissance et constitue souvent une donnée plus intéressante que le travail lui-même.

* Puissance moyenne : $P_m = \dfrac{\text{travail fait entre } t_1 \text{ et } t_2}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta W}{\Delta t}$

* Puissance intantanée : $P = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta W}{\Delta t} = \dfrac{dW}{dt}$

la Puissance se mesure en Watts (W) : $1W = 1\, J/s$

Remarque : En mécanique, la puissance s'exprime également en fct de la force appliquée et de la vitesse.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}.\vec{dr}}{dt} = \vec{F}.\frac{\vec{dr}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$$

$\longrightarrow$ Puissance de la force $\vec{F}$

exemple : Un sac de 50 kg est soulevé par une personne à la vitese cste de 0,1 m/s.
Quelle est la puissance développée par la personne.

$$P = mg.v = 50 \times 10 \times 0{,}1 = 50\, W$$