

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

جامعة حسيبة بن بوعلي - الشلف

Université Hassiba Benbouali de Chlef (U.H.B.C)

Faculté de Technologie

Département d'Electrotechnique



# Polycopié de Cours

Domaine : Sciences & Technologies

Filière : Electrotechnique

Option : Réseaux Electriques

Niveau : Licence 3

---

## Cours de Réseaux Electriques

---

Réalisé par : Dr ZGAOUI Abdallah  
MCA au département d'électrotechnique

Année universitaire : 2019-2020

# Sommaire

<b>Introduction</b>	01
<b>Chapitre I : Caractéristiques de la charge et systèmes d'alimentation</b>	03
Caractéristiques de la charge	04
Systèmes d'alimentation	11
<b>Chapitre II : paramètres des lignes de transport</b>	22
Introduction	23
Résistances des lignes de transport	23
Inductances des lignes de transport	24
Capacitances des lignes de transport	39
<b>Chapitre III : représentation per-unit</b>	52
introduction	53
Changement de base de calcul	56
Impédance en pu d'un transformateur	57
Quantités pu dans un système triphasé	58
Sélection des valeurs de base	60
Impédance d'une charge en pu	61
Diagramme unifilaire (monophasé)	63
<b>Chapitre IV : modélisation des lignes de transport</b>	65
Introduction	66
Classification des lignes électriques de transport	66
Lignes courtes	66
Lignes moyennes	74
Lignes longues	82
<b>Chapitre V : Constantes générales d'un réseau électrique</b>	94
Introduction	95
Réseau en cascade	96
Relation entre les constantes ABCD	97
Les réseaux types de transport	99
Réseaux en parallèle	104
<b>Chapitre VI : défauts symétriques</b>	107
Introduction	108
Effets des défauts	109
Hypothèses simplificatrice	109
Le circuit équivalent de Thevenin	110
Capacité ou puissance de court-circuit	111
Procédure de calcul de $S_{cc}$ et $I_{cc}$	112
Les transformations Star-Delta et delta-Star	113
Régime transitoire dans un circuit R-L	114
Court-circuit brusque à la sortie d'un générateur triphasé	115
Considérations sur le courant de pré-défaut de charge	117
Réacteurs limiteurs de courant	117
Puissance de court-circuit dans tie-bus systèmes	121
<b>Chapitre VII : Composantes symétriques</b>	125

Introduction	126
Théorème de Fortescue	126
Séquences de phases	126
L'opérateur $\alpha$	127
Composantes symétriques d'un système triphasé déséquilibré	128
Synthèse des composantes symétriques	129
Analyse des composantes symétriques	130
Composantes symétriques des phaseurs de courant	131
Nature générale de la séquence Zéro du courant	131
La puissance en termes de composantes symétriques	134
Potentiel du neutre	135
Séquence des impédances	136
Les séquences d'un réseau pour le calcul des défauts	137
Séquences d'impédances d'une ligne de transport	138
Séquences d'impédance d'une machine synchrone	142
Réseau des séquences d'une machine synchrone	143
Réseau des séquences zéro des transformateurs	145
<b>Chapitre VIII : défauts asymétriques</b>	149
Introduction	150
Hypothèses	150
Séquences de tension d'un générateur	151
Séquences tensions aux points de défaut	151
Procédure générale	152
Défaut monophasé phase-terre	153
Défaut biphasé phase-phase	156
Défaut triphasé-terre ou biphasé-terre	159
Défaut triphasé équilibré	159
<b>Conclusion</b>	163
<b>Bibliographie</b>	166

# *Avant propos*

L'énergie fut depuis les temps un facteur indicateur du progrès d'une nation. Il est clair que le niveau de vie des habitants est très touché par le niveau des kilowatts heures consommés qui déterminent le taux prospérité de l'individu. L'énergie électrique est assurée par le réseau électrique qui se constitue par plusieurs éléments : de la production au transport à la distribution et en final aux points de consommation.

Assurer une alimentation en énergie électrique de qualité c'est concevoir un réseau électrique bien étudié fonctionnant sous des normes en vigueur. Il est clair que la puissance totale demandée par les consommateurs, dénommée par le mot charge en électricité, qui impose le dimensionnement du réseau qui assure la mise à disposition de cette puissance.

La notion de charge est vraiment un mot à détailler avec intérêt dans le calcul des réseaux électriques. Comme il est aussi important de suivre l'évolution de cette charge en temps réels via les outils de supervision disponibles pour exprimer une estimation des prévisions de charge des générations futures étalés sur un plan quinquennal à titre d'exemple ou autre. Après avoir connaître les caractéristiques de la charge, il va falloir dimensionner le réseau de transport surtout le calcul des paramètres électriques, la modélisation de la ligne de transport et éventuellement le calcul des courants de défaut qui peuvent affecter la ligne de transport pour se prononcer sur le volet protection du réseau électrique.

Par manque de documentation énorme, il nous a paru utile de songer à donner une importance sur les méthodes de calcul des lignes électriques. Ce polycopié est élaboré dans le contexte de mettre à la disposition des spécialistes et des étudiants concernés par le calcul des réseaux électriques un guide approfondi avec des démonstrations de toutes difficultés de calcul.

Dans cette optique, ce polycopié est scindé en huit chapitres structurés dans l'ordre de l'avancement pédagogique en priorité. Le chapitre un a été réservé à l'étude détaillée des caractéristiques de la charge et les systèmes d'alimentation en énergie électrique. En premier temps, nous allons discuter la problématique de la demande par rapport à l'offre d'énergie et les différents facteurs influençant la charge et la courbe de charge. En second temps, nous

allons mettre en avant les systèmes d'alimentation sous différents niveaux de tension ce qui sectorise la distribution et le transport d'énergie.

En chapitre deux, nous avons jugé nécessaire de maîtriser le calcul des paramètres des lignes électriques aériennes. Un calcul théorique détaillé pour la détermination de la résistance, des inductances et des capacités d'une ligne électrique par deux méthodes distinctes : le calcul direct et le calcul par la méthode GMD. Le chapitre trois a été consacré au calcul des systèmes de puissance par la méthode des unités réduite dite per-unit.

Courant le quatrième chapitre, nous allons entamer les calculs et la modélisation des lignes électriques courtes, moyennes et longues. Ces différentes lignes vont être représentées par la méthode des constantes de réseau en chapitre cinq. Les chapitres six, sept et huit vont traiter respectivement, le calcul des défauts symétriques qui peuvent affecter une ligne électrique, la méthode des composantes symétriques réservée à l'étude des systèmes déséquilibrés de puissance et en final doit être utilisée pour le calcul des défauts asymétriques.

En fin, je tiens à mentionner que ce travail est le fruit de onze ans d'enseignement du même module, pour le cycle ingénieur dans le système classique et pour le cycle Licence dans le nouveau système Licence Master Doctorat (LMD).

# *Chapitre I*

**Caractéristique de la charge  
& Systèmes d'alimentation**

## **I.1 Caractéristique de la charge**

Depuis longtemps, l'énergie a joué un rôle vital dans le développement des civilisations. L'histoire des civilisations montre qu'il y avait une très forte relation entre l'utilisation de l'énergie et le progrès de l'humanité. Le progrès d'une nation est symbolisé par le degré de l'énergie utilisée qui est mesurée en consommation de kilowatts heure par individu.

La conscience d'énergie dans une nation crée en eux l'intérêt de taper à de nouvelles sources de temps en temps. Parmi les formes variées des énergies découvertes. L'énergie électrique a contribué beaucoup à pallier à l'exigence de la consommation mondiale en énergie.

### **I.1.2 Avantage de l'énergie électrique**

Parmi les avantages importants de l'énergie électrique par rapport à d'autres formes d'énergie on peut citer :

- 1) Elle peut être générée en large quantité à des prix comparables à d'autres types d'énergie,
- 2) Elle peut être, pratiquement, transmise à de longues distances,
- 3) Elle peut être utilisée avec compétence par de nombreux processus nécessitant l'énergie,
- 4) Elle procède une flexibilité et un très sensible contrôle.

### **I.1.3 la charge électrique**

Le terme charge est utilisé dans plusieurs cas :

- Pour indiquer un appareil ou un ensemble d'appareils qui consomment de l'énergie électrique,
- Pour indiquer la puissance nécessaire que doit donner une source d'alimentation,
- Pour indiquer le courant ou la puissance qui passe à travers une ligne électrique, une machine ....

Pour les calculs et les prévisions dans les réseaux électriques, on est astreint d'avoir un vocabulaire particulier qu'on va le définir ci-après.

## **I.1.4 Caractéristiques de la charge [1, 2]**

### **I.1.4.1 Charge connectée**

La charge connectée est la somme des évaluations continues de toutes les charges connectées au système d'alimentation électrique.

### **I.1.4.2 Demande**

La demande d'une installation d'un système est la charge dessinée de la source d'alimentation aux récepteurs terminaux moyennant un intervalle de temps spécifié. La charge peut être donnée en kilowatts (KW), Kilo vars (kVar), kilo volts ampère (kVA) ou Ampère (A).

### **I.1.4.3 Intervalle de demande**

L'intervalle de demande est la période au-delà laquelle la charge est moyennée. Pour cela, on définit deux types de demande :

- a) Demande instantanée,
- b) Demande soutenue.

L'intervalle de demande instantanée n'est pas importante parce que toutes les machines électriques sont classées comme des surcharges. L'intervalle soutenue est généralement près à 15 minutes, 30 minutes et même plus à 30 minutes.

### **I.1.4.4 Demande maximale (MD) ou pique de charge**

La demande maximale (MD) d'une installation ou d'un système est le maximum de toutes les demandes qui ont eu lieu durant une période de temps spécifiée. La connaissance de la demande maximale (MD) aide à définir la capacité en MW de la station de production.

### **I.1.4.5 Facteur de demande (DF)**

Le facteur de demande est le quotient de la demande maximale actuelle du système à la charge totale connectée du système.

$$DF = \frac{\text{La Demande Maximale}}{\text{La charge totale connectée}} < 1 \quad (2.1)$$

Ce facteur est utile pour déduire la part de la MD par rapport à la charge totale connectée qui aidera à faire les prévisions futures de l'évolution de la charge.



#### **I.1.4.6 Charge moyenne ou demande moyenne (AL : Average Load)**

C'est le ratio de l'énergie consommée à une période donnée au temps en heures.

$$\text{Chargemoyenne} = \frac{\text{Energie consommée à une période donnée}}{\text{Temps en heures}} \quad (2.2)$$

C'est dire définir la charge consommée en cet intervalle de temps en continu.

#### **I.1.4.7 Facteur de charge (LF : Load Factor)**

Le facteur de charge d'un système est le ratio de la charge moyenne sur une période donnée de temps ou la demande maximale (pique de charge) dans la même période.

$$\text{Facteur de charge} = \frac{\text{Charge moyenne}}{\text{Pique de charge}} \quad (2.3)$$

C'est un indicateur qui donne le pourcentage que fait la charge moyenne par rapport à la MD.

En multipliant le numérateur et dénominateur par la période de temps T, on arrive à :

$$\text{Facteur de charge} = \frac{\text{Charge moyenne} \cdot T}{\text{Pique de charge} \cdot T} \quad (2.4)$$

$$\text{Facteur de charge} = \frac{\text{Energie consommée durant le T en heures}}{\text{Pique de charge} \cdot T \text{ en heures}} \quad (2.5)$$

C'est le ratio de l'énergie consommée dans une période donnée à l'énergie qui doit être utilisée si la demande maximale est continuellement maintenue durant toute la période.

Cet indicateur est prépondérant dans les décisions à prendre sur l'exploitation du réseau électrique si on aura une hausse brutale de la charge qui peut avoisiner en permanence la MD. Du facteur de charge on peut définir le facteur de charge quotidien, hebdomadaire, mensuel, par saison ou même annuel comme suit :

$$\text{Facteur de charge quotidien} = \frac{\text{Charge moyenne} \cdot 24\text{h}}{\text{Pique de charge en KW} \cdot 24\text{h}} \quad (2.6)$$

$$\text{Facteur de charge hebdomadaire} = \frac{\text{Charge moyenne} \cdot 7 \cdot 24\text{h}}{\text{Pique de charge en KW} \cdot 7 \cdot 24\text{h}} \quad (2.7)$$

$$\text{Facteur de charge mensuel} = \frac{\text{Charge moyenne} \cdot 30 \cdot 24\text{h}}{\text{Pique de charge en KW} \cdot 30 \cdot 24\text{h}} \quad (2.8)$$

#### **I.1.4.8 Facteur de diversité (FD)**

Les demandes maximales des consommateurs individuels d'un groupe ne se manifestent pas simultanément au même temps. Donc il y a une diversité de la demande et une diversité de charge. Ceci impose que la puissance n'est jamais demandée pour alimenter toutes les charges connectées en même temps. D'où on définit le facteur de diversité de la charge comme suit :

$$\text{Facteur de diversité (FD)} = \frac{\text{la somme des demandes maximales}}{\text{Demande maximale du groupe}} \quad (2.9)$$

$$FD = \frac{\sum_{i=1}^n Di}{Dg} \quad (2.10)$$

Avec :

$Di$  : demande maximale de la charge.

$Dg$  : demande maximale du groupe de n charge

Généralement, pour un FD égale ou nettement supérieur à 1, on aura une pauvre diversité. Plus le FD est très supérieur à 1 plus la diversité est bonne.

#### **I.1.4.9 Diversité de la charge**

C'est la différence entre la somme des piques de deux charges ou plus des charges individuelles et le pique de la charge combinée.

$$\text{Diversité de la charge} = (\sum_{i=1}^n Di) - Dg \quad (2.11)$$

Avec :

$Di$  : demande maximale de la charge.

$Dg$  : demande maximale du groupe de n charges.

#### **I.1.4.10 Facteur d'utilisation (FU)**

Le facteur d'utilisation est défini par :

$$\text{Facteur d'utilisation} = \frac{\text{Demande maximale}}{\text{Capacité estimée du système}} \quad (2.12)$$

Il peut être calculé pour une part du système. Ce facteur reflète la part de la DM par rapport au mégawatts que peut délivrer le système électrique.

### **I.1.4.11 Facteur de capacité**

Ce facteur (CF) est défini comme suit :

$$\text{Facteur de capacité} = \frac{\text{Energie réelle produite ou alimentée en période } T}{\text{Capacité maximale estimée (même réserve)}} \quad (2.13)$$

C'est un facteur qui est beaucoup plus utilisé par les services de production d'électricité. On peut y avoir le CF annuel aussi.

$$\text{Facteur de capacité annuel} = \frac{\text{Energie réelle produite en une année}}{\text{Capacité maximale estimée} * 8760 \text{ heure}} \quad (2.14)$$

Le facteur de capacité indique le taux d'utilisation d'une station de production. Si le système travail toujours à sa capacité maximale estimée alors  $FD = 1$  (100%).

Le facteur de capacité diffère du facteur de charge. En réalité la capacité estimée de chaque équipement est toujours supérieure à la demande maximale. Le système de production à toujours une capacité de réserve pour des augmentations futures de charge et de la maintenance des sous stations de production.

Le facteur de capacité peut être lié au pique de charge via la formule :

$$\text{Facteur de capacité} = \frac{\text{Pique de charge}}{\text{Capacité de sytème}} * \text{Facteur de charge} \quad (2.15)$$

Il est clair qu'en absence de réserve, le facteur de capacité est le facteur de charge sont égales.

### **I.1.4.12 Facteur de perte (FL)**

Le ratio entre pertes moyenne en puissance et les pertes en pique de charge durant une période spécifiée Test :

$$\text{Facteur de perte} = \frac{\text{Perte moyenne en puissance}}{\text{Pique de charge}} \quad (2.16)$$

Cette relation est à appliquer pour les pertes en cuivre du système mais elle n'est plus valable pour les pertes de fer qui dépendent de plusieurs facteurs entre autres, la fréquence du réseau, le type de matériaux...

### **I.1.5 Courbe de charge (Load Curve)**

La courbe de charge, ou courbe chronologique de la charge, est une représentation graphique entre la charge en KW ou MW en des séquences de temps et le temps en heures.

Elle nous montre les variations de la charge dans la station de production. On peut tracer cette courbe durant 24h ou à longueur d'année. Le plus raisonnable c'est de dessiner deux courbes de charges, une pour l'été et l'autre pour l'hiver.

### **I.1.5.1 Information obtenues d'une courbe de charge**

Dans une courbe de charge, on peut avoir les informations suivantes :

- ✓ La variation de charge durant différents heurs de la journée,
- ✓ Le pique de charge indiqué par la courbe de charge donc la valeur de demande maximale de la courbe.
- ✓ La surface en dessous de la courbe de charge donne l'énergie totale produite sous la période considérée.
- ✓ La surface en dessous de la capacité de charge divisée par le nombre total d'heures donne la charge moyenne (AL).
- ✓ Le ratio de la surface au-dessous la courbe de charge à la surface totale du rectangle qui contient cette courbe de charge donne le facteur de charge.

### **I.1.5.2 L'utilisation de la courbe de charge**

La courbe de charge est utilisée :

- ✓ Pour décider la capacité installée des centrales de productions.
- ✓ Pour choisir les tailles économiques en MW pour différentes unités de production (centrales).
- ✓ Pour estimer le cout de production, c'est à quand bien est évalué le kWh produit.
- ✓ Pour décider les prévisions en puissance des centrales et aussi les séquences de fonctionnement pour différentes unités de production selon le précepte offre-demande en temps réel.

### **I.1.6 La courbe charge-durée (Load-Duration Curve)**

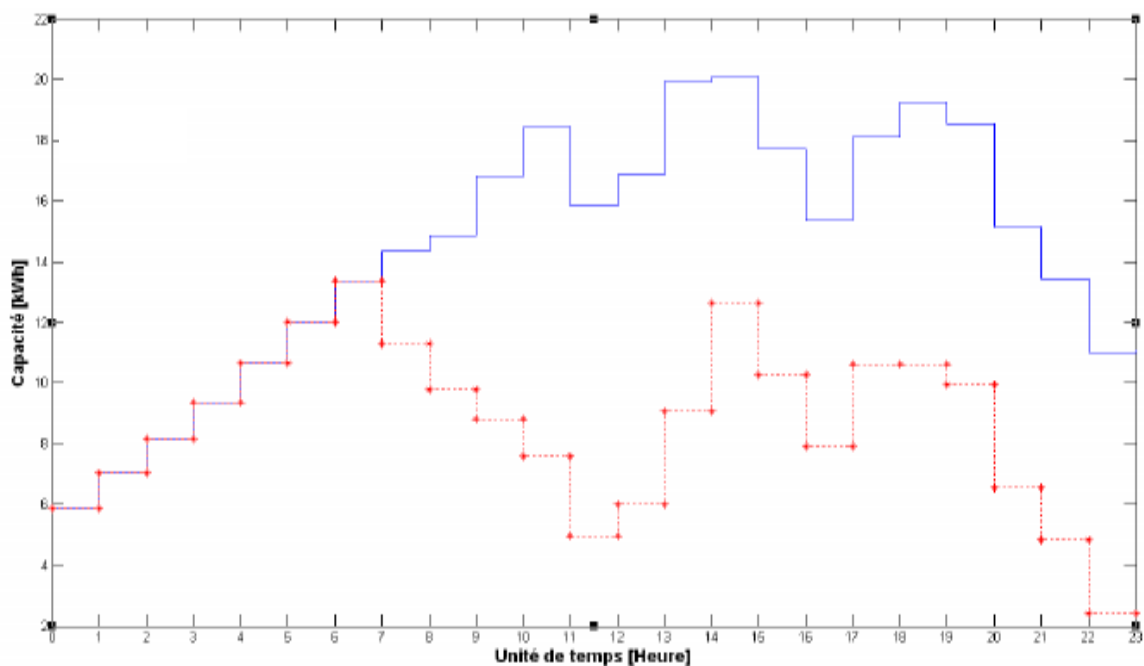
La courbe charge-durée et aussi un graphe entre la charge et le temps dans laquelle l'axe des ordonnées représente la charge en module descendant.

#### **I.1.6.1 Procédure de construction de la courbe charge-durée**

Pour dessiner la courbe charge-durée, on suit les étapes suivantes :

- ✓ Etape01 : Des données disponibles sur la courbe de charge, on détermine la charge maximale et la durée correspondante à cette charge.
- ✓ Etape 02 : Prendre la charge juste inférieure à celle de l'étape précédente et la durée totale (ici et précédemment).
- ✓ Etape 03 : On dessine chaque charge contre la durée de sa demande conformément à l'étape 02.

Exemple d'une courbe de charge et la courbe charge-durée :



### I.1.6.1 Information disponible sur la courbe charge-durée

La lecture de la courbe de charge-durée peut donner lieu à :

- ✓ Elle donne directement la charge minimale présentée pendant la durée donnée.
- ✓ Elle permet le choix de la charge de base et le pique de charge dans un système d'énergie (power plants).
- ✓ Quelques points dans la courbe charge-durée donnent la durée totale en heures pour la charge correspondante et toutes les charges de valeurs maximales.
- ✓ La surface sous la courbe charge est égale à celle dans la courbe charge-durée, les deux représentent la même énergie associée à la période considérée.
- ✓ La durée de la demande moyenne en une période de temps spécifié, tel qu'une journée, un mois ou une année peut être obtenue de la courbe charge-durée comme suit :

$$\text{Demande moyenne} = \frac{\text{KWH(ou MWH) consommée en une période de temps donnée}}{\text{nombre d'heures dans la même période de temps}} \quad (2.17)$$

## **I.2 Systèmes d'alimentation**

Une large quantité de la puissance est générée dans les centrales de production. Dans l'objectif de satisfaire l'augmentation permanente de la demande, la tendance actuelle est d'installer des alternateurs de grande taille pour générer une large puissance. Pour des raisons de sécurité, les sites des centrales de production sont éloignés du consommateur ce qui impose de transporter cette énergie dans de longues distances. Ce transport d'énergie est réalisé par des systèmes de transport à haute tension (High voltage). Des systèmes de transport Très Haute tension (THT) et autres en Ultra Haute tension (UHT) sont développés pour la transmission de l'énergie auprès des centrales isolées ou éloignées (THT  $\geq$  220 kV, UHT  $\geq$  760 kV tout dépend de la norme utilisée). En Algérie, pour les réseaux THT, on utilise trois niveaux de tension : 60kV, 220kV et le 400kV.

### **I.2.1 La structure de base d'un système de puissance à courant alternatif ACP (Alternatif Curent Power)**

La puissance en alternatif est produite et transportée dès les centrales aux charges isolées. Entre la production et le consommateur, on a les niveaux de tensions suivants :

- ✓ Le niveau de centrale de production,
- ✓ Le niveau de sous station de transport,
- ✓ Le niveau de distribution de tension.

Donc un système d'énergie électrique peut être divisé en trois composantes :

- 1) Système de production,
- 2) Système de transport,
- 3) Système de distribution.

### **I.2.2 Niveau de la tension de distribution**

La composante d'un système de puissance électrique qui connecte tous les consommateurs dans une superficie (Rayon) aux sources d'alimentation de puissance est appelée un système de distribution. Les stations (Sources) de puissance sont connectées aux centrales par les lignes de transport (Voir figure 2.1).

### I.2.3 Niveau de tension de sous-stations

L'opération assurée par ce système d'alimentation est similaire à celle du système de distribution, néanmoins on donne les points de différences :

- ✓ Le système sous-station à un niveau de tension HT élevé par rapport au celui du système de distribution,
- ✓ Il alimente seulement les grandes charges (grands consommateurs, exemple : l'usine de la cimenterie ECDE à Chlef, Algérie),
- ✓ Il alimente seulement quelques sous-stations (Sub-Stations) comparativement avec le système de distribution qui alimente un nombre important de charges.

### I.2.4 Niveau de transport

Le système de transport est tout à fait assez différent du le reste des composantes. Il contient la plus haute tension, il alimente uniquement les très grandes charges (grands consommateurs comme la société pétrolière Sonatrach...). La troisième et la principale considération de différence est qu'il est interconnecté avec les stations de production dans les pays voisins dans un système commun.

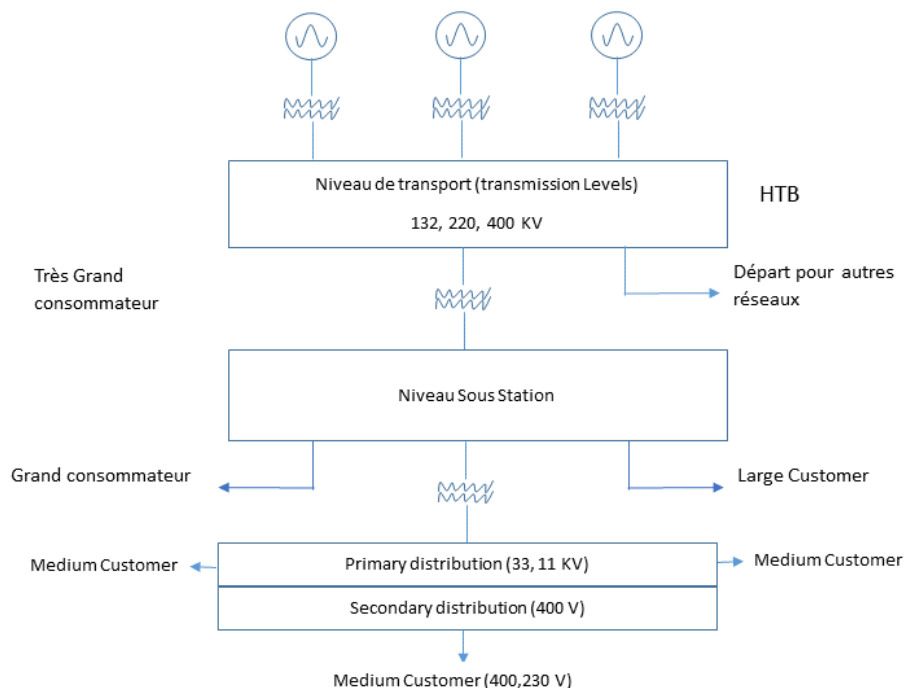


Figure 2.1 : Layout (plan-tracé) d'un réseau d'alimentation de puissance.

### **I.2.5 Système d'interconnexion**

Deux centrales de production ou plus sont interconnectées par des lignes électriques. L'interconnexion dans les stations de production a les avantages suivants :

- ✓ Il autorise le transport mutuel d'énergie des zones en surplus d'énergie à des zones en déficit d'énergie,
- ✓ Minimise la capacité totale installée en MW pour joindre le pique de demande,
- ✓ La taille de la grande unité de centrale n'est pas relative au pique de demande d'un système individuel mais au pique de demande du système interconnecté. Ainsi, peu et grosses machines de rendement énergétique important sont à installer au niveau des centrales de production,
- ✓ Il permet la génération d'énergie dans les différentes stations de production rentables ou non par rapport aux charges alimentées, à chaque instant,
- ✓ La planification de maintenance des stations de production est facile suite à l'interconnexion,
- ✓ Il réduit le prix de revient et de production avec le temps.

### **I.2.6 Système de tension et efficacité de transport [3, 4]**

Le système de tension affecte le prix capital de la ligne de transport, le poids du conducteur. Le rendement de la ligne et la chute de tension devient un facteur majeur dans la conception d'une ligne électrique de transport.

Considérons un système de transport à  $n$  phases avec :

$P$  : Puissance à transmettre par phase en Watts.

$V$  : Tension au neutre en Volts.

$I$  : Courant à chaque phase en Ampères.

$l$  : Longueur de la ligne en mètres.

$A$  : Surface de la section du conducteur en  $m^2$ .

$\rho$  : Résistivité du matière du conducteur en  $\Omega \cdot m$ .

$R$  : Resistance du conducteur en  $\Omega$ .

$X$  : Densité de courant en  $A / m^2$ .



Cos  $\varphi$  : Facteur de puissance de la charge.

Donc :

$$P = V * I * \text{Cos } \varphi \quad (2.18)$$

$$I = \frac{P}{V * \text{Cos } \varphi} \quad (2.19)$$

$$A = \frac{I}{\alpha} = \frac{P}{\alpha * V * \text{Cos } \varphi} \quad (2.20)$$

La résistance de chaque conducteur est donnée par :

$$R = \rho * \frac{l}{A} = \frac{\rho * l * \alpha * V * \text{Cos } \varphi}{P} \quad (2.21)$$

### a) Pertes de puissance

Les pertes de puissance dans une ligne sont :

$$P_i = I^2 * R = \left( \frac{P}{V * \text{Cos } \varphi} \right)^2 \frac{\rho * l * \alpha * \text{Cos } \varphi}{P} \quad (2.22)$$

$$P_i = \frac{\alpha * \rho * l * P}{V * \text{Cos } \varphi} \quad (2.23)$$

$P_i$  est inversement proportionnelle à  $V$  et  $\text{Cos } \varphi$ .

### b) Chute de tension dans la résistance

– La chute de tension par phase =  $I * R = A * \alpha * x * \rho * \frac{l}{A} = \alpha * \rho * l$  (2.24)

– La chute de tension relative dans la ligne (pourcentage voltage drop) =  $\frac{IR}{V} * 100\% = \frac{\alpha * \rho * l}{V} * 100\%$  (2.25)

Donc la chute de tension résistive par phase est constante pour une densité de courant donnée et elle diminue avec l'augmentation de la tension du système.

### c) Poids du conducteur :

Soit  $\sigma$  en  $\text{Kg/m}^3$  la densité de la matière du conducteur.

$$\text{Le poids du conducteur par phase} = A * l * \sigma = \frac{P * l * \sigma}{\alpha * V * \text{Cos } \varphi} \quad (2.26)$$

Donc le poids du matériel peut être déduit avec l'augmentation de la tension du système d'alimentation et le facteur de puissance.

#### d) Le rendement de transport

Le rendement de transport est donné par :

$$\begin{aligned}\eta_T &= \frac{\text{Puissance à la sortie de la ligne}}{\text{Puissance entrée de ligne} + \text{Pertes ligne}} = \frac{P}{P + \frac{\alpha * \rho * l * P}{V * \cos \varphi}} = \frac{1}{1 + \frac{\alpha * \rho * l}{V * \cos \varphi}} \\ &= \left(1 + \frac{\alpha * \rho * l}{V * \cos \varphi}\right)^{-1} \\ &\cong 1 - \frac{\alpha * \rho * l}{V * \cos \varphi}\end{aligned}\tag{2.27}$$

Cette relation montre que  $\eta_T$  augmente avec l'augmentation de  $V$  et  $\cos \varphi$ .

**NB** : les paramètres  $P$ ,  $l$ ,  $\rho$  et  $\alpha$  sont pris comme constants.

### I.2.7 Tension de service

Les considérations ci-dessus indiquent le désire de l'utilisation de la HT dans le service ou la puissance est à transporter au-delà de longue distance. Il est aussi nécessaire dans les systèmes à AC, que les facteurs de puissance ( $\cos \varphi$ ) soit plus proche de l'unité pour une économie maximale d'énergie en THT. Une partie importante des prix de revient du métal conducteur est à conserver et de l'isolation des supports mécaniques (structures).

### I.2.8 Classification des lignes

Deux classifications sont à noter :

#### I.2.8.1 Classification électrique

1. Système de courant continu (DC système) :
  - a) DC (02) deux fils : Un fil à la terre,
  - b) DC (01) un fil : retour terre,
  - c) DC (02) deux fils : point milieu à la terre,
  - d) DC (03) trois fils.
2. Système à courant alternative (AC système) :
  - a) Monophasé : 02 fils ; un fil à la terre,
  - b) Monophasé : 01 fil ; retour à la terre,
  - c) Monophasé : 02 fils ; point milieu à la terre,
  - d) Monophasé : 03 fils,

- e) Biphassé :03 fils,
  - f) Biphassé : 04fils,
  - g) Triphasé :03fils,
  - h) Triphasé :04 fils.
- Le DC 02 fils, point milieu à la terre, est utilisé pour la transmission de large quantité de puissance au de la longue distance.
  - Les grands industriels sont alimentés par un système AC triphasé 04 fils. Les clients basse tension BT (usage domestique), utilise une phase est un neutre du system 03 fils.

### **I.2.8.2Classification physique**

Les lignes peuvent être classées selon leurs configurations physiques :

- Lignes aériennes (Over Head),
- Lignes souterraines (Underground),
- Lignes sous l'eau (Under water).

Les lignes aériennes peuvent avoir des conducteurs plains ou conducteurs isolés.

### **I.2.9Comparaison des prix des conducteurs en différent systèmes**

Les conducteurs dans une ligne sont isolés l'un par rapport à l'autre et par rapport à terre et les masses. Le prix de l'isolation varie avec le système, depuis que le prix de l'isolant forme la grande masse des dépenses de la ligne, il est nécessaire de le comparer dans les différent systèmes (mono, bi et triphasé).

Pour faire cette comparaison, il est obligatoire de spécifier une tension maximale fixe pour le même isolant. Pour les lignes aériennes et les câbles monophasé, la tension maximale à la terre est prise comme base de comparaison.

L'efficacité d'un conducteur est définie comme le quotient du matériel conducteur exigé du système donné au celui exigé pour un système DC 02 fils avec un fil à la terre.

#### **I.2.9.1Critère de l'égle tension maximale à la terre [5]**

Ce critère est utilisé pour les lignes aériennes et pour câbles monophasés. Les hypothèses ci-après sont faites pour tous les systèmes à comparer en se référant à la quantité relative du matériel du conducteur exigée :

- La même tension maximale à la terre  $V$ ,

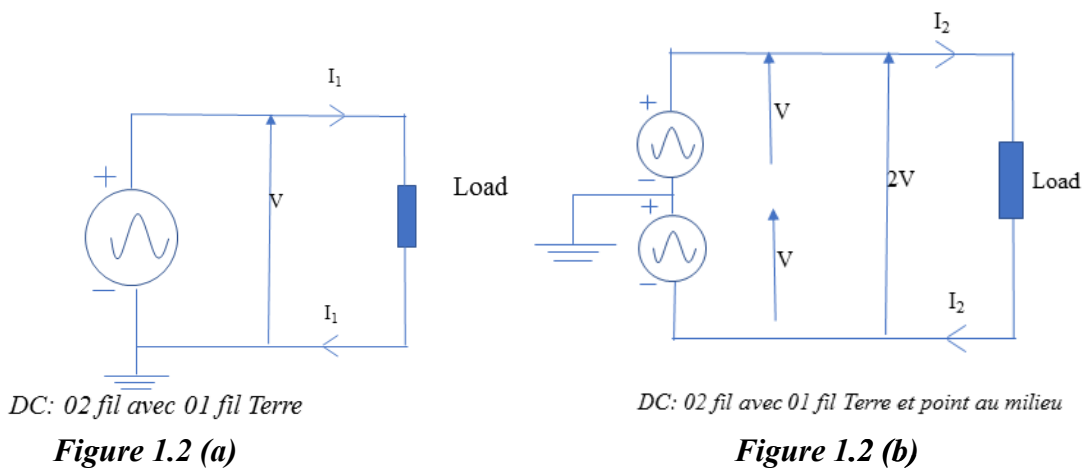
- La même puissance  $P$  à transporter,
- La même longueur  $l$  de la ligne,
- Le même rendement de transport (les mêmes pertes  $I^2 * R$  pour tous les systèmes), les pertes par effet de couronne et les pertes de fuites sont négligées.
- Charge électriquement équilibrée (pas de pertes de puissance dans le conducteur neutre).

La procédure générale de l'égalité tension maximale à la terre est :

1. Dessiner le circuit du système donné,
2. Calculer  $I^2 * R$  pertes dans tous les conducteurs du système, dénoté par  $P_i$ .
3. Egaliser  $I^2 * R$  du système sous considérations à  $I^2 * R$  pertes dans le système DC 02 fils (référence).
4. Déterminer le volume du matériau conducteur de tous les conducteurs du système.
5. Déterminer le ratio du volume du conducteur trouvé en (4.) au volume du conducteur utilisé en système de référence DC 02 fils avec 01 fil à la terre.

L'application de cette procédure est illustrée par les exemples suivants :

**Cas1** : DC 02 fils système avec 01 fil à la terre :



$I_1$  : Courant de ligne,

$R_1$  : Résistance de chaque conducteur,

$A_1$  : la surface de la coupe transversale de chaque conducteur,

▪ Puissance transportée  $P = V * I_1$  (2.28)

- Courant de ligne  $I_1 = \frac{P}{V}$  (2.29)

- Pertes de puissance  $I^2 * R$  des deux conducteurs :

$$P_{l_1} = 2 * I_1^2 * R_1 = 2\left(\frac{P}{V}\right)^2 R_1 \quad (2.30)$$

$$R_1 = \rho * \frac{l}{A_1} \quad (2.31)$$

- Volume du matériau conducteur utilisé dans tous les conducteurs :

$$v_1 = 2 * l * A_1 \quad (2.32)$$

### Cas 02 :

- DC 2 fils avec point milieu à terre :

- Tension de ligne :  $2.V$  (2.33)

- Courant de ligne :  $I_1 = \frac{P}{2.V}$  (2.34)

- Si  $R_2$  résistance de chaque conducteur est :

$$P_{l_2} = 2 * I_2^2 * R_2 = 2\left(\frac{P}{2V}\right)^2 R_2 \quad (2.35)$$

$$R_2 = \rho * \frac{l}{A_2} \quad (2.36)$$

- Volume du matériau conducteur utilisé :

$$v_2 = 2 * l * A_2 \quad (2.37)$$

- Egalisant  $P_{l_1} = P_{l_2}$  pour le même rendement de transport on trouve :

$$2\left(\frac{P}{V}\right)^2 R_1 = 2\left(\frac{P}{2V}\right)^2 R_2 \leftrightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{4} \leftrightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{A_2}{A_1} \leftrightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{4} = 0.25 \quad (2.38)$$

### Cas03 :

DC 03 fils système :

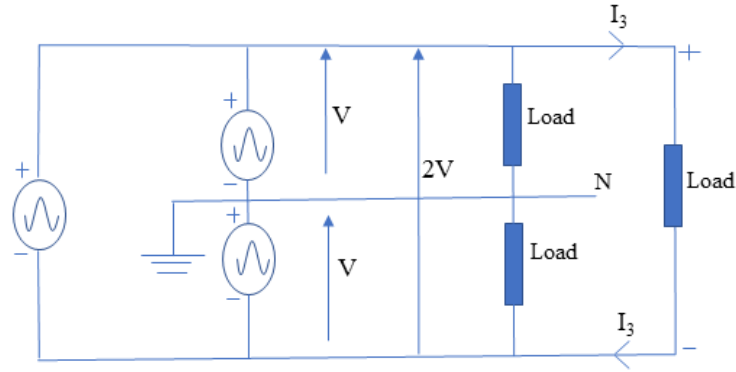


Figure 2.3 :Système DC 3 conducteurs.

$A_3$  : section des conducteurs de ligne et  $0.5 * A_3$  : section du conducteur du point milieu.

$$\text{Tension ligne} = 2 * V, \text{ curant ligne} = I_3 = \frac{P}{2.V} \quad (2.39)$$

$$\text{Pertes en puissance} = 2 * I_3^2 . R_3 \quad (2.40)$$

$$\text{Volume du matériau conducteur exigée} = v_3 = 2 . l . A_3 + 0.5 * l * A_3 = 2.5 . l . A_3 \quad (2.41)$$

Pour le même rendement de transport en cas01 et cas03 on a :

$$P_{l_1} = P_{l_3} \leftrightarrow 2 \left( \frac{P}{V} \right)^2 R_1 = 2 \left( \frac{P}{2V} \right)^2 R_3 \rightarrow R_1 = \frac{1}{4} . R_3 \leftrightarrow \frac{R_1}{R_3} = \frac{A_3}{R_1} = \frac{1}{4} \quad (2.42)$$

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{2.5 * l * A_3}{2 * l * A_1} = \frac{2.5}{2 * 4} = 0.3125 \quad (2.43)$$

Donc le matériau conducteur utilisé avec 03 fils DC est 31,25 % du matériau exigé pour 02 fils DC avec 01 fil à la terre.

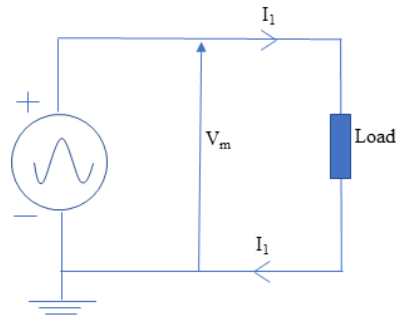
### I.2.9.2 Critère de l'égale tension maximale entre conducteurs de lignes (*Utilisé pour câbles multi-corps*)

Le critère repose sur l'hypothèse de la quantité de la puissance transmise, la longueur de ligne et le rendement de transport restent le même dans le système. Les pertes par effet couronne et les pertes des fuites sont négligées et le système est considéré comme équilibré donc pas de pertes dans le conducteur neutres.

Le ratio du matériau conducteur exigée dans le système considéré ou celui exigé dans le système DC 02 fils avec 01 fil de terre est :

**Cas 01 : système DC 02 fils.**

Soit :



$V_m$ : Tension maximale entre conducteurs,

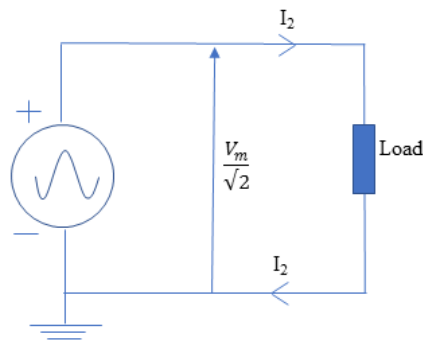
$I_1$ : courant de ligne,

$R_1$ : Résistance de chaque conducteur,

$A_1$ : Section de conducteur

- Puissance transmise :  $P = V_m * I_1 \rightarrow I_1 = \frac{P}{V_m}$ ,
- Pertes en puissance :  $P_{l_1} = 2 * I_1^2 * R_1 = 2 \left( \frac{P}{V_m} \right)^2 R_1$ ,
- Volume du matériau conducteur utilisé :  $V_1 = 2 * l * A_1$ ,

### Cas 02 : système monophasé 02 fils.



$V_m$ : , tension maximale entre conducteurs,

$V_m/\sqrt{2}$ : , tension efficace,

- Puissance transmise :  $P = \frac{V_m}{\sqrt{2}} * I_2 \cos \varphi \rightarrow I_2 = \frac{\sqrt{2} * P}{V_m \cos \varphi}$ , (2.44)

- Pertes en puissance :  $P_{l_2} = 2 * I_2^2 * R_2 = 2 \left( \frac{\sqrt{2} * P}{V_m \cos \varphi} \right)^2 R_2$ , (2.45)

- Volume du matériau conducteur utilisé :  $V_2 = 2 * l * A_2$ , (2.46)

Pour le même rendement de transport avec un  $\cos \varphi$  donné, on a :

$$P_{l_1} = P_{l_2} \leftrightarrow 2 \left( \frac{P}{V_m} \right)^2 R_1 = 2 \left( \frac{\sqrt{2} * P}{V_m \cos \varphi} \right)^2 R_2 \leftrightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{2}{\cos^2 \varphi}$$

$$\leftrightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{2}{\cos^2 \varphi}. \quad (2.47)$$

On constate que dans ce cas, le carré du facteur de puissance influe sur la quantité du matériau utilisé.



# *Chapitre II*

## **Paramètre des lignes de Transport**

## II.1 Introduction

Une ligne électrique est le composant majeur d'un système de puissance, elle doit être représentée quantitativement par une combinaison de trois paramètres électriques statiques : sa résistance, son inductance et sa capacitance.

## II.2 Résistance

Une résistance d'une ligne électrique se manifeste par la génération des pertes  $joule I^2 \times R$  dans la ligne et une chute de tension  $I \times R$  qui affecte la régulation et le contrôle de la tension de ligne.

La résistance R d'un conducteur de longueur l et une section normale A est :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \text{ en } \Omega \quad (2.1)$$

Avec  $\rho$  : résistivité du matériau du conducteur en  $\Omega \cdot m$ .

La résistance d'un conducteur est affectée uniquement par la température de fonctionnement qui augmente avec une hausse de température conformément à :

$$R_2 = R_1 [1 + \alpha(T_2 - T_1)] \quad (2.2)$$

$\alpha$  : Coefficient de température (de dilatation) de la résistance.

**Tableau 2.1** : Résistance et coefficient de température pour la résistance électrique de différents matériaux [6]

Matériau	$\rho$ at 20°C en $\mu\Omega \cdot cm$	$\alpha$ at 20°C en $^\circ C^{-1}$
Aluminium	2.83	0.0039
Laiton	6.4-8.4	0.0020
Cuivre		
-écroui	1.77	0.00382
-recuit	1.72	0.00393
Fer	10.0	0.0050
Argent	1.59	0.0038
Acier	12-88	0.001-0.005

**NB : Cuivre écroui** : utilisé pour faire des tubes rectilignes rigides (Ecrouissage).

**Cuivre recuit** : cuivre subit après son écrouissage un chauffage lui rendant sa malléabilité, utilisé pour des tubes à cintrer.

En courant alternatif (AC), la densité de courant n'est pas uniforme dans la section du conducteur et est fonction de la fréquence. Ce phénomène, connu sous le nom EFFET DE

PEAU, fait que la résistance en AC est plus élevée qu'en DC. En 50 Hz, la résistance en AC est 5 à 10% plus grande de celle en DC [7].

## II.3 Inductance

### II.3.1 Inductance de ligne

Quand un courant circule dans un circuit électrique, un flux magnétique se crée. Par la variation du courant dans le circuit, le nombre de lignes de flux varie aussi et une force électromagnétique (fem) est induite dans le circuit. L'amplitude de cette force électromagnétique (fem) est directement proportionnelle à la variation du flux de liaison, et sa direction est telle qu'elle s'oppose à la cause, c.à.d. la variation du courant qu'il l'a créé.

Mathématiquement, la f.é.m. induite est donnée par :

$$|e| = \frac{d}{dt} (\varphi \cdot N) = \frac{N \cdot d\varphi}{dt} \quad (2.3)$$

Avec  $N$  : nombre de spires.

Avec  $(\varphi \cdot N)$  : le flux de liaison du circuit en Weber-tours.

Le flux de liaison est la somme des lignes de flux en liaison avec chaque spire du circuit, c'est donc le nombre des lignes de flux en liaison avec chaque spire du circuit.

La variation du courant dans le circuit provoque la variation proportionnelle du flux de liaison. La variation du courant dans le circuit cause une variation proportionnelle du flux de liaison si on suppose que la perméabilité du milieu, ou le champ magnétique est produit, est constante donc :

$$|e| = L \cdot \frac{di}{dt}, \text{ Volts} \quad (2.4)$$

Avec  $L$ : l'inductance propre qui est une constante de proportionnel,

et  $i$  est le courant traversant le conducteur.

La combinaison des formules (2.3) et (2.4) donne lieu à :

$$L = N \cdot \frac{d\varphi}{di} \text{ en Henry} \quad (2.5)$$

Si la perméabilité du circuit magnétique est constante on a  $\frac{d\varphi}{di} = \frac{\varphi}{i}$  ce qui donne lieu à :

$$L = N \cdot \frac{\varphi}{i} = \frac{\varphi}{i} \text{ en Henry} \quad (2.6)$$

Il est clair que la self-inductance est numériquement égale aux le flux de liaison par unité de courant.

### II.3.2 Inductance d'un conducteur

Considérons un solide, conducteur round et infiniment long de rayon  $r$ , situé dans l'air et portant un courant de  $I$  en ampère. Le flux lié au conducteur est composé de deux parts : le flux interne et le flux externe. Le flux interne est présent à l'intérieur du conducteur suite à la circulation du courant. Ce flux n'est lié avec l'entité du courant mais juste avec une fraction du courant. Le flux externe est produit autour du conducteur par son propre courant et les courants de chaque conducteur en voisinage. Ce flux externe, entièrement à l'extérieur du conducteur, encercle la totalité de la section normale du conducteur.

Donc, il est nécessaire de calculer le flux de liaison interne et externe pour pouvoir calculer l'inductance du conducteur.

L'inductance interne  $L_{in}$ , est obtenue par la considération du flux total interne de liaison dû à tous les flux à l'intérieur du conducteur. L'inductance due à tous le flux externe est appelé inductance externe  $L_{ex}$ .

L'inductance totale par unité de longueur  $L$  du conducteur est donnée par :

$$L = L_{in} + L_{ex}(\text{H/m}) \quad (2.7)$$

#### II.3.2.1 L'inductance interne

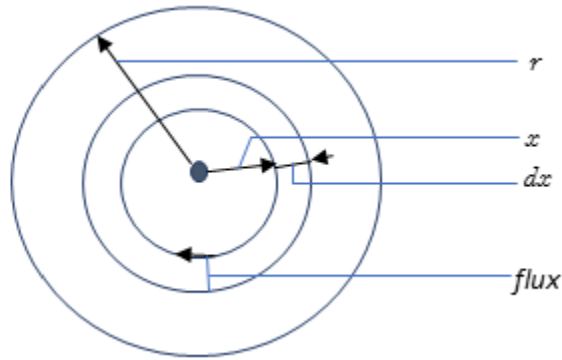
Considérons que les lignes de champ magnétique dans le conducteur ne sont pas appréciablement affectées, cela vaut dire que le courant est uniformément distribué sur toute la section normale du conducteur.

$$H_x = \frac{N \cdot I_x}{l_1} \quad (2.8)$$

Avec  $H_x$ : Intensité du champ magnétique en (A.tr/m),  $I_x$ :Le courant renfermé par le flux encerclé par la section de rayon  $x$  ou  $H_x$  est mesuré et  $l_1 = 2\pi x$  la longueur de la ligne du flux magnétique.

Puisqu'uniquement, un tour ou une ligne de courant est lié à une spire infinie :  $N = 1$  ce qui

$$\text{donne lieu à : } H_x = \frac{I_x}{2\pi x}$$



**Figure 2.1 :** représentation du champ magnétique à l'intérieur d'un conducteur cylindrique de rayon  $r$ .

Si  $I$  est le courant total dans le conducteur, la densité de courant à chaque point de la section du conducteur est :

$$\sigma = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi r^2} (\text{A/m}^2) \quad (2.9)$$

On a supposé que cette densité est uniformément distribuée donc c'est une constante. Le courant  $I_x$  circulant dans la section de rayon  $x$  devient :

$$I_x = \sigma \cdot A = \frac{I}{\pi r^2} \cdot \pi x^2 = \frac{x^2}{r^2} \cdot I \text{ (A)} \quad (2.10)$$

Ce qui donne lieu à l'intensité du champ magnétique correspondant :

$$H_x = \frac{x^2 I}{r^2 \cdot 2\pi \cdot x} = \frac{x \cdot I}{2\pi \cdot r^2}, \text{ (AT/m)} \quad (2.11)$$

La densité du flux ou induction magnétique à tout point distant de  $x$  mètres du centre du conducteur est  $B_x$  donnée par :

$$B_x = \mu H_x = \mu \frac{x I}{2\pi r^2} (\text{Wb/m}^2) \quad (2.12)$$

Avec  $\mu$  la perméabilité du matériau conducteur.

Donc, le flux à travers un conducteur cylindrique de longueur de 1 mètre à tout point distant de son centre de  $x$  mètre avec une variation de  $dx$  est :

$$d\phi_x = B_x \cdot dA_x = B_x (dx \cdot 1) = \frac{\mu I x}{2\pi r^2} dx (\text{Wb}) \quad (2.13)$$

$dA_x$ : Section élémentaire normale au ligne du flux magnétique.

Le flux  $d\varphi_x$  représente uniquement le courant  $I_x$  qui est, selon l'éq. (2.10), une fraction de  $x^2/r^2$  du courant total  $I$ . Donc, chaque Weber du flux produit la fraction  $x^2/r^2$  du flux total de liaison. Donc le flux de liaison  $d\lambda_x$  dû au flux  $d\varphi_x$  est :

$$d\lambda_x = \frac{x^2}{r^2} d\varphi_x = \frac{\mu I x^3}{2\pi r^4} dx \quad (2.14)$$

d'où le flux interne total de liaison :

$$\lambda_{in} = \int_0^r \frac{\mu I x^3}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \left[ \frac{x^4}{4} \right] = \frac{\mu I r^4}{8\pi r^4} = \frac{\mu I}{8\pi} \quad (2.15)$$

$$\lambda_{in} = \frac{\mu I}{8\pi} = \frac{\mu_0 \mu_{rin} I}{8\pi} \text{ (WbT/m)} \quad (2.16)$$

avec  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  (H/m) est la perméabilité magnétique du vide et  $\mu_{rin}$  est la perméabilité relative du matériau conducteur.

En remplaçant  $\mu_0$  dans l'éq. 2.16, on obtient :

$$\lambda_{in} = \frac{1}{2} 10^{-7} \mu_{rin} \cdot I \text{ (WbT/m)} \quad (2.17)$$

Pour un conducteur de matériau amagnétique ( $\mu_{rin} = 1$ ) on aura :

$$\lambda_{in} = \frac{1}{2} 10^{-7} * I, \text{ (WbT/m)} \quad (2.18)$$

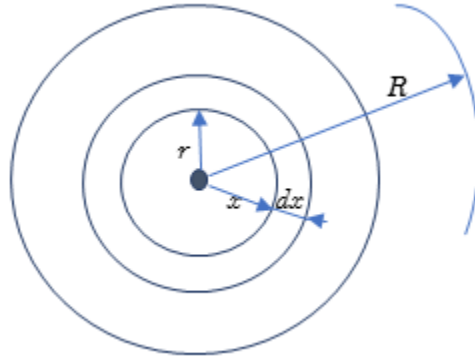
D'où on déduit aisément la valeur de l'inductance interne :

$$L_{in} = \frac{\lambda_{in}}{I} = \frac{1}{2} 10^{-7} \text{ (H/m)} \quad (2.19)$$

Cette relation illustre que l'inductance interne est indépendante des dimensions du conducteur si la distribution de courant est uniforme. Elle n'est fonction que de la longueur du conducteur et de sa perméabilité magnétique.

### II.3.1 L'inductance externe

Soit le schéma suivant présentant la section d'un conducteur et son champ magnétique :



**Figure 2.2 :** représentation du champ magnétique à l'extérieur d'un conducteur cylindrique de rayon  $r$ .

Les lignes de flux entourant le conducteur sont des cercles concentriques selon la règle de la main droite en magnétisme. La densité de flux dans un cylindre en un point distant de  $x$  du centre avec une variation radiale de  $dx$  à l'extérieur du cylindre est donnée par :

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \text{ (Wb/m}^2\text{)} \quad (2.20)$$

Donc le flux est :

$$d\varphi_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} (dx \times 1) \text{ (Wb/m)} \quad (2.21)$$

Ce flux entoure l'entité de la section du conducteur. Donc le flux de liaison  $d\lambda_x$  dû au flux  $d\varphi_x$  sont les mêmes :

$$d\lambda_x = d\varphi_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \quad (2.22)$$

Le flux de liaison total  $\lambda_{ex}$  entre la périphérie du conducteur et un cylindre d'un rayon  $R$  très large mais fini ( $R \gg r$ ) est :

$$\lambda_{ex} = \int_r^R \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{R}{r} \text{ (WbT/m)} \quad (2.22)$$

En remplaçant  $\mu_0$  par sa valeur on obtient :

$$\lambda_{ex} = 2 \cdot 10^{-7} I \cdot \ln \frac{R}{r} \text{ (H/m)} \quad (2.23)$$

Et finalement la valeur de l'inductance externe est évaluée à :

$$L_{ex} = \frac{\lambda_{ex}}{I} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{R}{r} \text{ (H/m)} \quad (2.24)$$

Donc l'inductance externe ne dépend que du rayon ( $r$ ) du conducteur et la distance du point de son calcul ( $R$ ) par rapport au centre du conducteur.

Enfin, le flux de liaison total par mètre (unité de longueur) est :

$$\lambda = \lambda_{in} + \lambda_{ex} = \frac{1}{2} 10^{-7} I + 2 * 10^{-7} I * \ln \frac{R}{r} \quad (2.25)$$

$$\lambda = 2. 10^{-7} . I \left( \frac{1}{4} + \ln \frac{R}{r} \right) = 2. 10^{-7} * I \left( \ln e^{1/4} + \ln \frac{R}{r} \right) = 2. 10^{-7} . I . \ln \frac{R}{r}$$

$$\text{(WbT/m)} \quad (2.26)$$

Avec  $r' = e^{1/4} . r = 0.7788 . r$  est le rayon équivalent du conducteur.

D'où l'inductance totale est :

$$L = \frac{\lambda}{I} = 2. 10^{-7} . \ln \frac{R}{r'} \quad \text{(H/m)} \quad (2.27)$$

### II.3.3 Flux de liaison dans un groupe de conducteurs

Les relations du flux de liaison sont nécessaires pour évaluer l'inductance de la ligne de transport constituée de quelques conducteurs en parallèle. Considérons la figure 2.3 qui illustre les sections d'un groupe, soient les conducteurs  $a, b, c, \dots$  et  $n$  de rayon respectivement  $r_a, r_b, r_c, \dots, r_n$ , portant respectivement les courants  $I_a, I_b, I_c, \dots, I_n$ . Ce groupe de conducteur forme un circuit électrique complet.

Soient :

$D_{ab}$  : distance entre les centres des deux conducteurs  $a$  et  $b$  ,

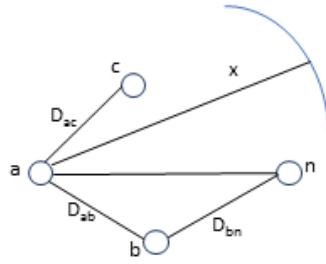
$D_{bc}$  : distance entre les centres des deux conducteurs  $b$  et  $c$  ,

$D_{ca}$  : distance entre les centres des deux conducteurs  $c$  et  $a$  , ... etc.

Pour la plupart de lignes aériennes on admet les hypothèses suivantes :

1. Les distances entre conducteurs sont très grandes comparées à leurs rayons  $r_a, r_b, r_c, \dots, r_n$ .
2. La distribution du courant est uniforme sur la section.
3. Le système n'est pas affecté par les champs extérieurs (isolé de toute source magnétique extérieure).





**Figure 2.3** : circuit de n conducteurs parallèles

Avec ces hypothèses, le principe de superposition est applicable.

Le courant de chaque conducteur crée un flux magnétique à l'intérieur de lui-même et dans la région qui l'entoure. Le flux total du système est la somme de ces flux. Le flux liant les conducteurs peut être obtenu par la somme de ses liaisons avec tous les flux individuels produits par les conducteurs du système.

Soit  $x$  un point très distant de  $D_{ax}$  du conducteur ' $a$ '. Sa distance par rapport aux autres conducteurs,  $b, c, \dots$  et  $n$ , est :  $D_{bx}, D_{cx}, \dots, D_{nx}$  respectivement.

Le flux total crée par le courant  $I_a$  et qui passe entre le conducteur ' $a$ ' et le point ' $x$ ' est :

$$\lambda_{axa} = 2 * 10^{-7} I_a * \ln \frac{D_{ax}}{r_a'} = 2 * 10^{-7} I_a * \ln \frac{D_{ax}}{D_{aa}} \text{ (WbT/m)} \quad (2.28)$$

Avec:  $r_a' = r_a * e^{-1/4} = D_{aa}$ .

Le flux de liaison du conducteur  $a$  avec le flux crée par  $I_b$  et qui passe entre le conducteur  $a$  et le point  $x$  :

$$\lambda_{axb} = 2 * 10^{-7} I_b * \ln \frac{D_{bx}}{r_{ab}} \quad (2.29)$$

En général on a :

$$\lambda_{axn} = 2 * 10^{-7} I_n * \ln \frac{D_{nx}}{r_{an}} \quad (2.30)$$

Le flux total des liaisons du conducteur  $a$ ,  $r_i \ll D_{ax}$  est :

$$\lambda_{ax} = \lambda_{axa} + \lambda_{axb} + \dots + \lambda_{axn} \quad (2.31)$$

$$\lambda_{ax} = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{D_{ax}}{D_{aa}} + I_b * \ln \frac{D_{bx}}{D_{ab}} + \dots + I_n * \ln \frac{D_{nx}}{D_{an}} ] \quad (2.32)$$

$$\lambda_{ax} = 2 * 10^{-7} [ [ I_a * \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b * \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + I_n * \ln \frac{1}{D_{an}} ] + [ I_a * \ln D_{ax} + I_b * \ln D_{bx} + \dots + I_n * \ln D_{nx} ] ] \quad (2.33)$$

Généralement les réseaux de transport sont électriquement équilibrés, donc pas de courant de retour dans le neutre, alors :  $I_a + I_b + \dots + I_n = 0$  d'où  $I_n = -(I_a + \dots + I_{n-1})$ .

Donc :

$$\lambda_{ax} = 2 * 10^{-7} [ [ I_a * \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b * \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + I_n * \ln \frac{1}{D_{an}} ] + [ I_a * \ln D_{ax} + I_b * \ln D_{bx} + \dots + I_{n-1} * \ln D_{(n-1)x} + (- (I_a + \dots + I_{n-1}) * \ln D_{nx} ) ] ] \quad (2.34)$$

D'où :

$$\lambda_{ax} = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b * \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + I_n * \ln \frac{1}{D_{an}} + I_a * \ln \frac{D_{ax}}{D_{nx}} + I_b * \ln \frac{D_{bx}}{D_{nx}} + \dots + I_{n-1} * \ln \frac{D_{(n-1)x}}{D_{nx}} ],$$

Si les distances des conducteurs au point  $x$  sont très grandes, alors  $\frac{D_{ax}}{D_{nx}} \approx 1$  et  $\ln \frac{D_{ax}}{D_{nx}} \approx 0$  dans ces limites. Donc le flux des liaisons du conducteur  $a$  est :

$$\lambda_a = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b * \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + I_n * \ln \frac{1}{D_{an}} ] = 2 * 10^{-7} [ \sum_{i=a}^n I_i * \ln \frac{1}{D_{ai}} ] \text{ (WbT/m)} \quad (2.35)$$

L'inductance effective de la ligne en  $H/m$  peut être obtenue par l'expression des valeurs efficaces des courants  $I_a, I_b, I_c, \dots, I_n$  en fonction de  $I_a$  et diviser le résultat par  $I_a$

## II.3.4 Applications des calculs de l'inductance d'un groupement de conducteur

### II.3.4.1 Inductance d'une ligne à deux conducteurs

Considérons une ligne monophasée qui consiste deux conducteurs  $a$  et  $b$  de rayons égaux à  $r$  et distant de  $D$  mètres et portant le même courant en directions opposées.

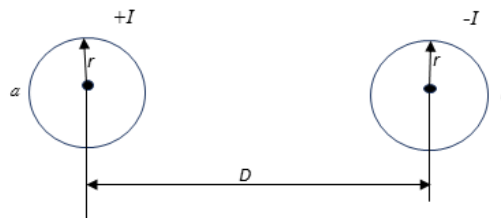


Figure 2.4 : Inductance d'une ligne à deux conducteurs.

Le flux de liaison du conducteur  $a$  est de (2.35) :

$$\lambda_a = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b * \ln \frac{1}{D_{ab}} ] \text{ (WbT/m)}$$

Ici :

$$I_a = +I, ; I_b = -I, D_{aa} = r' = r * e^{-1/4}, ; D_{ab} = D,$$

$$\lambda_a = 2 * 10^{-7} [ I * \ln \frac{1}{r'} - I * \ln \frac{1}{D} ] = 2 * 10^{-7} I * \ln \frac{D}{r'},$$

$$\lambda_a = 2 * 10^{-7} I * \ln \frac{D}{r'} \text{ (Wbtr/m)}$$

Identique pour le conducteur  $b$  :

$$\lambda_b = 2 * 10^{-7} I * \ln \frac{D}{r'},$$

Donc :

- L'inductance du conducteur  $a$  :  $L_a = \frac{\lambda_a}{I} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'}$ ,
- L'inductance du conducteur  $b$  :  $L_b = \frac{\lambda_b}{I} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'}$ ,
- L'inductance par conducteur  $L$ :  $L = L_a = L_b = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'}$ ,
- L'inductance de la boucle (Loop inductance) :  $L = L_a + L_b = 4 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'}$ ,

### II.3.4.2 Inductance d'une ligne triphasée symétrique

Une ligne triphasée est dite symétrique, figure 2.5,(du point de vue de la disposition géométrique des conducteurs) si ses conducteurs se situent aux sommets d'un triangle équilatéral. Donc on a une ligne constituée de trois conducteurs  $a, b$  et  $c$  de rayons  $r_a = r_b = r_c = r$ , ; l'inter-distance entre chaque deux conducteurs est égale à  $D = D_{ab} = D_{bc} = D_{ca}$ ,

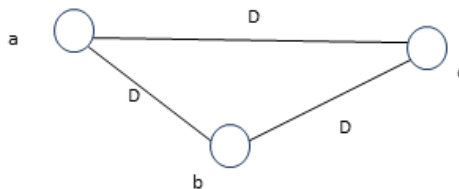


Figure 2.5 : Réseau triphasé symétrique.

Le flux de liaison dans le conducteur  $a$  est de (2.35) :

$$\lambda_a = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b * \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c * \ln \frac{1}{D_{ac}} ]$$

Dans ce cas de réseau symétrique on a :  $D_{ab} = D_{bc} = D_{ca} = D$  ,  $D_{aa} = r * e^{-1/4} = r'$  ,

$$D'où : \lambda_a = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{r'} + I_b * \ln \frac{1}{D} + I_c * \ln \frac{1}{D} ]$$

Dans un système triphasé symétrique équilibré en matière cde courants on a :

$$I_a + I_b + I_c = 0 \rightarrow -I_a = I_b + I_c ,$$

$$\lambda_a = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{r'} + (I_a + I_b) * \ln \frac{1}{D} ] ,$$

$$\lambda_a = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{r'} - I_a * \ln \frac{1}{D} ] ,$$

$$\lambda_a = 2 * 10^{-7} I_a * \ln \frac{r'}{D}$$

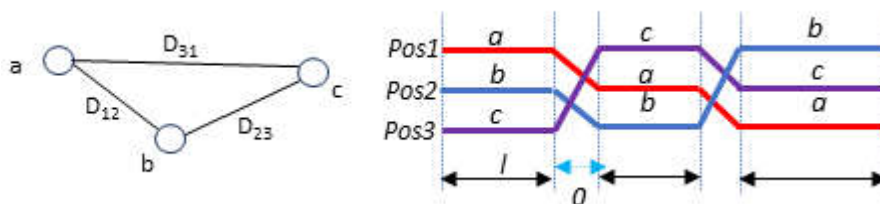
Donc l'inductance du conducteur  $a$  est :  $L_a = \frac{\lambda_a}{I_a} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'}$  (H/m)

$$\text{Soit : } L_a = 0.2 * \ln \frac{D}{r'} \text{ (mH/Km)}$$

Il est à noter que dans ce cas on a :  $L_c = L_a = L_b$ ,

### II.3.4.2 Inductance d'une ligne triphasée asymétrique

Pour une ligne triphasée asymétrique, les inductances et par suite les chutes de tension seront différentes pour les phases même sous courant équilibrés, cela conduit à des tensions déséquilibrées et affecte les lignes de communication adjacentes par production en eux d'une tension déséquilibrée (perturbation de communications). Dans le but de réduire l'inégalité des inductances la ligne est à transposer. La transposition est réalisée par le changement de la position des conducteurs dans une certaine longueur de la ligne ( $l$ :barrel).



**Figure 2.6 :** Cycle de transposition d'une ligne.

Trouvons le flux des liaisons du conducteur  $a$  :

**Cas 01 : Pos1=a, pos2=b, pos3=c**; le flux total de liaison du conducteur  $a$  est :

$$\Phi_{a1} = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{r'} + I_b * \ln \frac{1}{D_{12}} + I_c * \ln \frac{1}{D_{13}} ] ,$$

**Cas 02 : pos1=c, pos2=a, pos3=b**,

$$\Phi_{a2} = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{r'} + I_b * \ln \frac{1}{D_{23}} + I_c * \ln \frac{1}{D_{12}} ]$$

**Cas 03 : pos1=b, pos2=c, pos3=a**,

$$\Phi_{a3} = 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{r'} + I_b * \ln \frac{1}{D_{31}} + I_c * \ln \frac{1}{D_{23}} ]$$

Le flux total des liaisons du conducteur est la moyenne des flux de chaque courant, donc :

$$\Phi_a = \frac{1}{3} (\Phi_{a1} + \Phi_{a2} + \Phi_{a3}) ,$$

$$\Phi_a = \frac{2}{3} * 10^{-7} [ 3 * I_a * \ln \frac{1}{r'} + I_b * \ln \frac{1}{D_{21}D_{23}D_{31}} + I_c * \ln \frac{1}{D_{21}D_{23}D_{31}} ] ,$$

Pour un réseau ou une ligne électriquement équilibrée, ce qui est le cas en pratique pour les lignes de transport dont le courant dans le neutre subit une limitation normée, on a ;

$$I_b + I_c = -I_a \text{ (charge équilibrée),}$$

$$\begin{aligned} \Phi_a &= \frac{2}{3} * 10^{-7} [ 3 * I_a * \ln \frac{1}{r'} - I_a * \ln \frac{1}{D_{21}D_{23}D_{31}} ] \\ &= 2 * 10^{-7} [ I_a * \ln \frac{1}{r'} - \frac{I_a}{3} * \ln \frac{1}{D_{21}D_{23}D_{31}} ] \end{aligned}$$

D'où :

$$\Phi_a = 2 * 10^{-7} I_a * \ln \frac{\sqrt[3]{D_{21}D_{23}D_{31}}}{r'} \quad (2.36)$$

L'induction moyenne de la phase  $a$  est :

$$L_a = \frac{\lambda_a}{I_a} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{(D_{21}D_{23}D_{31})^{1/3}}{r'} = L_b = L_c \text{ (H/m)} \quad (2.37)$$

$D = \sqrt[3]{D_{21}D_{23}D_{31}}$  est appelée distance moyenne géométrique (**GMD** : Geometrical Mean Distance).

### II.3.5 Méthode de la Moyenne Géométrique des Distances (GMD)

La méthode GMD est très répandue pour le calcul de l'inductance et la capacitance d'une ligne contenant plusieurs conducteurs connectés en parallèle pour chaque phase. Considérons une ligne monophasée constituée de deux groupes de conducteurs :

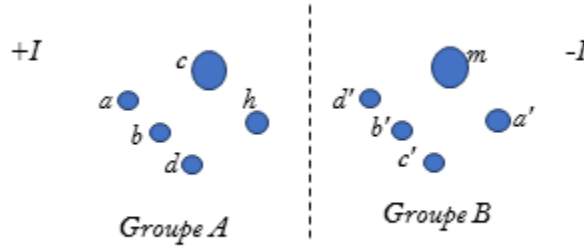


Figure 2.7 : une ligne monophasée constituée de deux groupes de conducteurs.

Le Groupe A, est formé de  $n$  conducteurs en parallèle, ronds et très long. Ce groupe porte un courant total de  $I$  ampères. Donc chaque conducteur de ce groupe est supposé porter un courant  $\frac{+I}{n}$  ampères,

Pareil pour le Groupe B qui est formé de  $m$  conducteurs en parallèle, ronds et très long. Ce groupe porte un courant total de  $-I$  ampères. Donc chaque conducteur de ce groupe est supposé porter un courant  $\frac{-I}{m}$  ampères,

De l'équation (2.37), le flux de liaison d'un conducteur  $a$  dans un groupe de  $n$  conducteurs est :

$$\lambda_a = 2 * 10^{-7} [ \sum_{i=a}^n I_i * \ln \frac{1}{D_{ai}} ], \text{ (WbT/m)}$$

Dans notre cas on aura :

$$\Phi_a = 2 * 10^{-7} \frac{I}{n} [ \ln \frac{1}{D_{aa}} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{an}} ] - 2 * 10^{-7} \frac{I}{n} [ \ln \frac{1}{D_{aa'}} + \ln \frac{1}{D_{ab'}} + \ln \frac{1}{D_{ac'}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{am}} ] ,$$

$$\Phi_a = 2 * 10^{-7} I * \ln \left[ \frac{(D_{aa'} * D_{ab'} * \dots * D_{am})^{1/m}}{(D_{aa} * D_{ab} * \dots * D_{an})^{1/n}} \right] \quad (2.38)$$

Puisque le conducteur  $a$  porte  $\frac{I}{n}$  (A), l'inductance du conducteur  $a$  vaut :

$$L_a = \frac{\phi_a}{\frac{I}{n}} = 2 * 10^{-7} * \ln \left[ \frac{(D_{aa'} * D_{ab'} * \dots * D_{am})^{1/m}}{(D_{aa} * D_{ab} * \dots * D_{an})^{1/n}} \right] \text{ (H/m)} \quad (2.39)$$

Identique pour  $L_b$  :

$$L_b = 2 * 10^{-7} * \ln \left[ \frac{(\prod_{x=a'}^m D_{bx})^{1/m}}{(\prod_{x=a}^n D_{bx})^{1/n}} \right] \text{ (H/m)} \quad (2.39)$$

Les expressions de  $L_c, L_d, \dots, L_n$  peuvent être écrites d'une manière similaire que celle de l'équation (2.39) .

On a trouvé que les conducteurs du groupe ont des inductances différentes. Donc l'inductance moyenne d'un conducteur du groupe A est :

$$L_{av} = \frac{1}{n} [L_a + L_d + L_c + \dots, L_n] \quad (2.40)$$

L'inductance du groupe A constitué de  $n$  conducteurs en parallèle sera  $\frac{1}{n}$  fois l'inductance moyenne :

$$L_A = 2 * 10^{-7} * \ln \left[ \frac{[(D_{aa'} * D_{ab'} * \dots * D_{am})(D_{ba'} * D_{bb'} * \dots * D_{bm}) \dots (D_{na'} * D_{nb'} * \dots * D_{nm})]^{1/m \times n}}{[(D_{aa} * D_{ab} * \dots * D_{an})(D_{ba} * D_{bb} * \dots * D_{bn}) \dots (D_{na} * D_{nb} * \dots * D_{nn})]^{1/n^2}} \right] \quad (2.41)$$

Le numérateur du terme logarithmique est le produit de  $(m \times n)$  distances pour lesquelles la racine  $(m \times n)$  est prise. C'est donc, la moyenne géométrique tous les  $(m \times n)$  distances mutuelles possibles des conducteurs du groupe A aux conducteur du groupe B. cette moyenne géométrique est appelée la distance moyenne géométrique mutuelle  $D_m$  entre les deux groupes A et B de conducteurs.

Donc pour déterminer la distance moyenne géométrique mutuelle  $D_m$  on utilise la procédure suivante :

1. Déterminer le produit de la séquence de  $m$  distances du conducteur  $a$  à chaque conducteur du groupe B, soit :  $D_1 = (D_{aa'} * D_{ab'} * \dots * D_{am})$ ,
2. Idem pour le conducteur  $b$  :  $D_2 = (D_{ba'} * D_{bb'} * \dots * D_{bm})$ ,
3. Idem pour le conducteur  $n$  :  $D_n = (D_{na'} * D_{nb'} * \dots * D_{nm})$ ,

Le GMD mutuelle entre A et B est :  $D_m = (D_1 * D_2 * \dots * D_n)^{1/n \times m}$ ,

Il est à noter que tous les produits  $D_1, D_2, \dots, D_n$  contiennent  $m$  termes.

Par contre, le dénominateur du terme logarithmique de l'équation (2.41) relative au calcul de l'inductance  $L_A$  montre que les distances utilisées sont toutes du groupe A. il représente le produit de ( $n \times n$ ) distances pour lesquelles la racine  $n^2$  est prise. C'est la moyenne géométrique des  $n^2$  distances possibles des conducteurs du groupe A à eux même.

Donc c'est la distance moyenne géométrique propre (*self-Geometrical Mean Distance : self GMD*) ou parfois dénommée rayon moyen géométrique (*Geometric Mean Radius : GMR*) du groupe A dénoté  $D_{SA}$ .

$$D_{SA} = [(D_{aa} * D_{ab} * \dots * D_{an})(D_{ba} * D_{bb} * \dots * D_{bn}) * \dots * (D_{na} * D_{nb} * \dots * D_{nn})]^{1/n^2},$$

Soit :

$$L_A = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D_m}{D_{SA}}, \text{ (H/m)} \quad (2.42)$$

Le GMR du groupe B est donné par :

$$D_{SB} = [(D_{a'a'} * D_{a'b'} * \dots * D_{a'm})(D_{b'a'} * \dots * D_{b'm}) * \dots * (D_{ma'} * D_{mb'} * \dots * D_{mm})]^{1/m^2},$$

Soit :

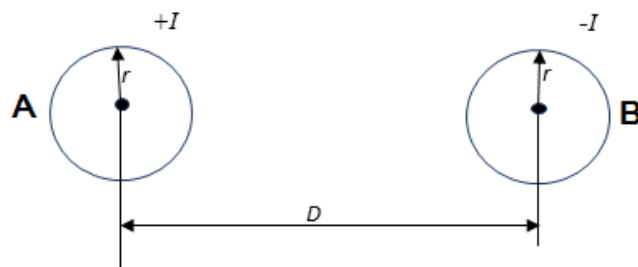
$$L_B = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D_m}{D_{SB}}, \text{ (H/m)},$$

Donc l'inductance totale de la ligne est :

$$L = L_A + L_B = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D_m}{D_{SA}} + 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D_m}{D_{SB}} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D_m}{D_{SA} * D_{SB}} \text{ (H/m)} \quad (2.43)$$

### II.3.5.1 Application de la méthode GMD à la ligne monophasée

Considérons une ligne de transport électrique monophasée comme suit :



**Figure 2.8 :** Ligne monophasée de transport.

Pour cette ligne, on a la mutuelle GMD est de  $:D_m = D,$



et le self GMR est  $D_{SA} = D_{aa} = D_{SB} = D_{bb} = r' = 0.7788 * r$

L'inductance du conducteur A :  $L_A = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{D_{aa}} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'}$  (H/m),

L'inducteur du conducteur B :  $L_B = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{D_{bb}} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'}$  (H/m),

L'inductance totale de la ligne :  $L = L_A + L_B = 4 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'}$  (H/m)

### II.3.5.2 Application de la méthode GMD à la ligne triphasée symétrique

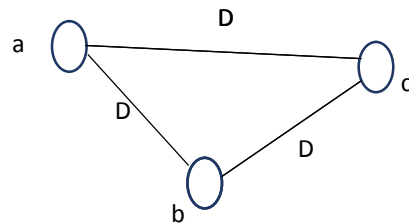
La mutuelle GMD est :

$$D_m = (D * D)^{1/2} = D,$$

LA Self GMD :  $D_{sa} = D_{aa} = r'$

Alors l'inductance du conducteur a est :

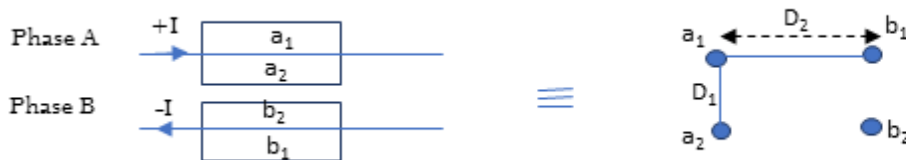
$$L_a = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'} \quad (\text{H/m})$$



D'une façon similaire, on réalise que :

$$l = L_a = L_b = L_c = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D}{r'} \quad (\text{H/m}).$$

### II.3.5.3 Inductance d'un circuit double d'une ligne monophasée



Utilisons la méthode GMD :

Ici :  $n = m = 2$ ,

- Self GMD (GMR):  $D_{SL} = (D_{a1a1} * D_{a1a2} * D_{a2a2} * D_{a2a1})^{1/2^2} = (r' * r' * D_1 * D_1)^{1/4}$ ,  
 $D_{SL} = (r' * D_1)^{1/2}$ ,

- La Mutuelle GMD (GMR):  $D_m = (D_{a1b1} * D_{a1b2} * D_{a2b2} * D_{a2b1})^{1/4}$

$$D_m = (D_2 * \sqrt{D_1^2 + D_2^2} * D_2 * \sqrt{D_1^2 + D_2^2})^{1/4} = (D_2 * \sqrt{D_1^2 + D_2^2})^{1/2},$$

L'inductance de tous les conducteurs est :

$$L = 2 * \left[ 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D_m}{D_{SL}} \right] = 4 * 10^{-7} * \ln \frac{(D_2 * \sqrt{D_1^2 + D_2^2})^{1/2}}{(r' * D)^{1/2}} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{(D_2 * \sqrt{D_1^2 + D_2^2})}{(r' * D)}$$

(H/m)

## II.4 Capacitance des lignes de transport

### II.4.1 Introduction

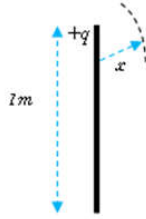
Deux conducteurs chargés séparés par un diélectrique (isolant : air ou autres) constituent une capacité. Cette condition est remplie par une ligne électrique aérienne, les conducteurs sont supportés par des isolateurs à la structure support et sont séparés entre eux et à d'autres places par l'air diélectrique.

La capacitance entre conducteurs est la charge par unité de différence de potentiel (coulombs par volts). La capacitance est uniformément distribuée le long de la ligne. L'effet capacitif est négligeable dans les lignes courtes (longueur inférieure ou égale à 80 km) et les lignes basses tension. Dans les lignes longues et haute tension, la capacitance est considérablement importante, elle affecte la régulation de la tension, le facteur de puissance, le rendement de la ligne et la stabilité du système.

Quand une tension alternative est appliquée à une ligne, un courant s'écoule dans la ligne à vide (sans charge connectée, courant de charge nul) à travers la capacitance de ligne. Ce courant est appelé courant de *charge capacitif* ou *courant de fuite capacitif* (*Charging current*). Ce courant est indépendant de la charge et circule dans la ligne même en absence de la charge. Le courant de charge capacitif dépend au même temps de la capacitance de la ligne, tension d'alimentation et la fréquence.

### II.4.2 Le champ électrique d'un conducteur long droit

Considérons un conducteur long droit, isolé et portant une charge électrique  $+q$  (C/m, Colombs par mètre). La charge est uniformément distribuée sur toute la surface du conducteur. Les lignes du flux électrique sont droites, radiales et espacées uniformément. Les points équidistants du conducteur auront le même potentiel et la même densité de flux. Tous les cylindres concentriques autour du conducteur sont des surfaces équipotentielles.



La densité du flux électrique d'un point distant de  $x$  mètres de l'axe du conducteur est : (cylindre de 01 mètre),

$$D_x = \frac{q}{2\pi x \cdot 1} \text{ (C/m}^2\text{)} \quad (2.44)$$

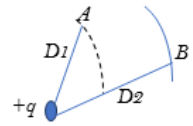
Donc, l'intensité du champ électrique ou le gradient de potentiel au point  $x$  est :

$$E_x = \frac{D_x}{\varepsilon} = \frac{q}{(2\pi x \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r) x} \text{ (V/m)} \quad (2.45)$$

Avec  $\varepsilon_0$  est permittivité du vide ou de l'air et  $\varepsilon_r$  =est la permittivité du milieu isolant.

La différence de potentiel entre deux points A et B distants de  $D_1, D_2$ , respectivement de l'axe du conducteur vaut :

$$V_{AB} = \int_{D_1}^{D_2} E_x dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi x \varepsilon} dx = \frac{q}{2\pi \varepsilon} \ln \frac{D_2}{D_1}$$

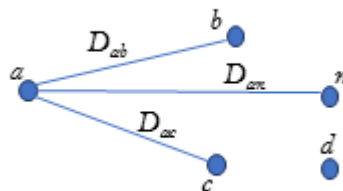


$$V_{AB} = \frac{q}{2\pi \varepsilon} \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ (Volts)} \quad (2.46)$$

Cette équation est très répandue spécialement pour la détermination des charges et capacitances d'un système de conducteurs.

### II.4.3 Système de conducteurs

Considérons un système de  $n$  conducteur de rayon  $r$  chacun formant un circuit :  $a, b, c, \dots, n$ ,



**Figure 2.9 :** Capacitances dans un groupement de conducteurs.

Ces conducteurs sont respectivement chargés en C/m de  $q_a, q_b, q_c, \dots, q_n$ , les interdistances entre des conducteurs sont dénotés par  $D_{ab}, D_{ac}, \dots, D_{an}, D_{ba}, \dots$ ,

Les interdistances entre conducteurs sont supposés assez grands comparativement à leurs rayons pour que la distribution des charges soit uniforme autour de la périphérie chaque conducteur.

Le principe de superposition est appliqué pour trouver la différence de potentiel entre chaque deux conducteurs. De part ce principe, la différence de potentiel entre plusieurs conducteurs chargés égale à la différence de potentiel due à la charge du premier conducteur seul, plus la différence de potentiel dans autres conducteurs chargés dans le champ.

Donc la différence de potentiel entre deux conducteurs  $a$  et  $b$  est donnée par :

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{ab}}{r_{aa}} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_b}{D_{ba}} + \frac{q_c}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{cb}}{D_{ca}} + \dots + \frac{q_n}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{nb}}{D_{na}} \quad (2.47)$$

Soit  $r_a = D_{aa}, r_b = D_{bb}, \dots, r_n = D_{nn}$ , ce qui donne lieu à :

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [q_a \ln \frac{D_{ab}}{D_{aa}} + q_b \ln \frac{D_{bb}}{D_{ba}} + q_c \ln \frac{D_{cb}}{D_{ca}} + \dots + q_n \ln \frac{D_{nb}}{D_{na}}]$$

Par similitude, cette différence de potentiel entre le conducteur  $a$  et l'autre conducteur s'annonce :

$$\begin{cases} V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [q_a \ln \frac{D_{ac}}{D_{aa}} + q_b \ln \frac{D_{bc}}{D_{ba}} + q_c \ln \frac{D_{cc}}{D_{ca}} + \dots + q_n \ln \frac{D_{nc}}{D_{na}}] \\ \vdots \\ V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [q_a \ln \frac{D_{an}}{D_{aa}} + q_b \ln \frac{D_{bn}}{D_{ba}} + q_c \ln \frac{D_{cn}}{D_{ca}} + \dots + q_n \ln \frac{D_{nn}}{D_{na}}] \end{cases}$$

En général :

$$V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [\sum_{x=a}^{x=n} q_x \ln \frac{D_{xn}}{D_{xa}}], (\text{volts}) \quad (2.48)$$

Pour un système qui fonctionne sous conditions normales (équilibre électrique) on aura :

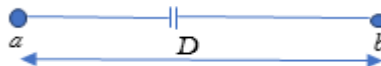
$$q_a + q_b + q_c + \dots + q_n = 0,$$

Les équations obtenues ci-dessus sont utilisés pour le calcul de la capacitance par unité de longueur d'un conducteur dans un système de  $n$  conducteurs en parallèle formant un circuit complet.

#### II.4.4 Capacitance d'une ligne monophasée deux fils

Soit les deux conducteurs  $a$  et  $b$  comme suit :

$$r_a = r_b = r, D_{ab} = D_{ba} = D,$$



**Figure 2.10 :** Capacitance ligne monophasée.

Selon la formule (2.48), la différence de potentiel entre conducteurs  $a$  et  $b$  vaut :

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ q_a \ln \frac{D_{ab}}{D_{aa}} + q_b \ln \frac{D_{bb}}{D_{ba}} \right]$$

Ici, l'équilibre électrique impose  $q_a + q_b = 0$  d'où  $q_b = -q_a$ .

Pour les interdistances on a :  $D_{aa} = D_{bb} = r$ .

$$\text{Ce qui donne lieu à : } V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ q_a \ln \frac{D}{r} - q_a \ln \frac{r}{D} \right] = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln \left( \frac{r}{D} \right)^2 = \frac{q_a}{\pi\epsilon} \ln \frac{D}{r} \quad (\text{volts})$$

La capacitance entre les conducteurs est  $C_{ab}$  :

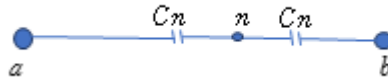
$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{r}} \quad (\text{F/m}) \quad (2.49)$$

Puisque les conducteurs  $a$  et  $b$  sont chargé en sens opposé, le potentiel du point médium entre conducteurs est zéro (notion du plan à potentiel neutre). Donc il y a un plan de potentiel zéro entre  $a$  et  $b$ . Le potentiel de chaque conducteur est  $\frac{1}{2} V_{ab}$  par rapport au point neutre.

Donc la capacitance entre chaque conducteur et le point de zéro potentiel  $n$  est :

$$C_n = \frac{q_a}{\frac{1}{2} V_{ab}} = \frac{2 \cdot \pi\epsilon}{\ln \frac{D}{r}} \quad (\text{F/m}),$$

$C_n$ :Capacitance au neutre ou à la masse.



$$C_n = 2 * C_{ab}$$

On a :  $\epsilon = \epsilon_0 * \epsilon_r$  dont :

$\epsilon_0$ : Permittivité du vide,

$\epsilon_r$ : Permittivité du milieu,

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi * 9 * 10^9} = 8.85 * 10^{-12} \text{ (F/m)},$$

Pour l'air  $\epsilon_r = 1$ .

$$\text{D'où } C_n = \frac{q_a}{\frac{1}{2}V_{ab}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\frac{D}{r}} = \frac{1}{18 * 10^9 * \ln\frac{D}{r}} \text{ (F/m)}$$

La réactance capacitive entre conducteur et neutre :  $X_C = \frac{1}{2 * \pi * f * C_n}$

La susceptance phase-neutre est :  $b_c = \frac{1}{X_C} = 2 * \pi * f * C_n$ ,

### II.4.5 Capacitance d'une ligne triphasée symétrique

Soit un système de tension équilibré appliquée à une ligne triphasée symétrique. Les charges électriques des conducteurs  $a, b, c$  sont respectivement  $q_a, q_b, q_c$ .

On prend la référence de plusieurs tensions, la tension du conducteur  $a$  au neutre.

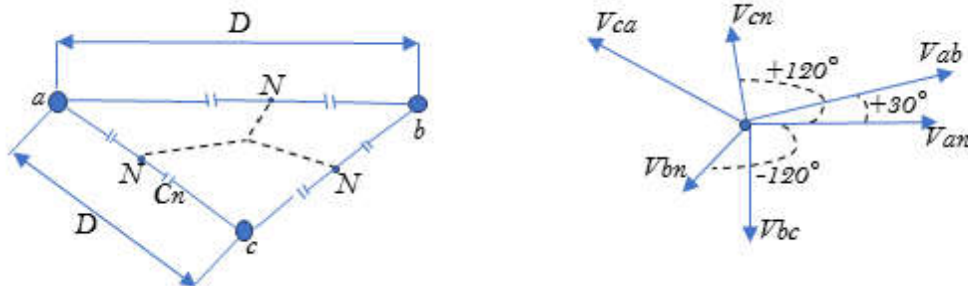


Figure 2.11 : Ligne triphasée symétrique.

Du moment qu'on a pris  $V_{an}$  comme phasor de référence on a :  $V_{an} = V_{an} + j0$ .

Donc la différence de potentiel entre *a* et *b* s'écrit :

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} + q_c \ln \frac{D}{D}] \text{ (Volts)}$$

D'une manière similaire :

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{D}{D} + q_c \ln \frac{r}{D}] \text{ (Volts)}$$

La somme  $V_{ab} + V_{ac}$  donne :

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [q_a \ln \frac{D}{r} + (q_b + q_c) \ln \frac{r}{D}] \text{ (Volts)}$$

Du moment qu'on a une charge équilibrée :  $q_a + q_b + q_c = 0$  on aura  $q_b + q_c = -q_a$ .

D'où :

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [2 * q_a \ln \frac{D}{r} - q_a \ln \frac{r}{D}] = \frac{1}{2\pi\epsilon} [3 * q_a * \ln \frac{D}{r}]$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3 * q_a}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D}{r} \tag{2.50}$$

En termes de phaseurs :

$$V_{ab} = \sqrt{3} * V_{an} \arg (30^\circ) \tag{2.51}$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3} * V_{an} \arg (-30^\circ) \tag{2.52}$$

De (2.51) et (2.52) on aura :  $V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r}$

Donc la capacitance phase neutre sera (sous vide) :

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} = \frac{1}{18 * 10^9 * \ln \frac{D}{r}} \text{ (F/m)}$$

Soit :

$$C_n = \frac{1}{18 * \ln \frac{D}{r}} \left( \frac{\mu F}{km} \right)$$

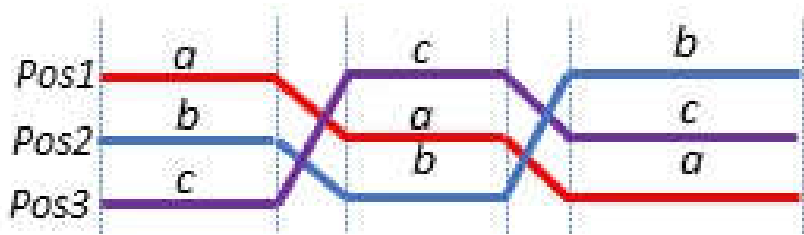
Cette formule montre que la capacitance de chaque conducteur au neutre d'une ligne triphasé à 03 fils système équilibrée avec une symétrie de distance entre conducteurs est la même que la capacitance de chaque conducteur au neutre d'une ligne monophasée de même taille et même espace entre conducteurs.

## II.4.6 Capacitance d'une ligne triphasée asymétrique transposée

La méthode exacte pour le calcul de la capacitance d'une ligne triphasée asymétrique est très compliquée mais un degré de précision considérable peut être accompli si on suppose que la charge par unité de longueur de conducteur reste la même dans les différentes positions du cycle de transposition.

Avec cette hypothèse,  $q_a, q_b$  et  $q_c$  ont la même amplitude mais déphasés de  $120^\circ$  deux à deux (charges équilibrées sur les trois phases), soient :

$$q_a = q_a (0^\circ), \quad q_b = q_a (-120^\circ), \quad q_c = q_a (+120^\circ).$$



La différence de potentiel entre  $a$  et  $b$  peut-être écrite pour les trois positions du cycle de transposition.

**Cas01** : pos1=a, pos2=b, pos3=c :

$$(V_{ab})_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ q_a \ln \frac{D_{12}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{12}} + q_c \ln \frac{D_{23}}{D_{31}} \right]$$

**Cas02** : pos1=c, pos2=a, pos3=b ;

$$(V_{ab})_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ q_a \ln \frac{D_{23}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{23}} + q_c \ln \frac{D_{31}}{D_{23}} \right]$$

**Cas03** : pos1=b, pos2=c, pos3=a :

$$(V_{ab})_3 = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ q_a \ln \frac{D_{31}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{31}} + q_c \ln \frac{D_{12}}{D_{23}} \right]$$

Selon l'équation (2.48), la valeur moyenne de la différence de potentiel entre les phases  $a$  et  $b$  dans les trois positions du cycle de transposition est :

$$V_{ab} = \frac{1}{3} [(V_{ab})_1 + (V_{ab})_2 + (V_{ab})_3]$$

$$V_{ab} = \frac{1}{6\pi\epsilon} \left[ q_a \ln \frac{D_{12}D_{23}D_{31}}{r^3} + q_b \ln \frac{r^3}{D_{12}D_{23}D_{31}} + q_c \ln \frac{D_{12}D_{23}D_{31}}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right]$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ q_a \ln \frac{D_m}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_m} \right] \quad (2.53)$$



Avec  $D_m = (D_{12}D_{23}D_{31})^{1/3}$  : la distance moyenne géométrique entre les phases.

Par similitude :

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [q_a \ln \frac{D_m}{r} + q_c \ln \frac{r}{D_m}] \quad (2.54)$$

Mais on a :  $V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an}$  ,

L'addition des équations (2.53) et(2.54) terme à terme donne lieu à :

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [q_a \ln \frac{D_m}{r} + (q_b + q_c) \ln \frac{r}{D_m}] = \frac{1}{2\pi\epsilon} [3 * q_a \ln \frac{D_m}{r}] \quad (2.55)$$

A charges équilibrées, on a  $q_a + q_b + q_c = 0 \rightarrow q_b + q_c = -q_a$ , on aura :

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_m}{r} \quad (2.56)$$

La capacitance phase au neutre est donc :

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi.\epsilon}{\ln \frac{D_m}{r}} \text{ (F/m)} \quad (2.57)$$

On peut trouver le même résultat par la méthode alternative suivante :

$$\text{On a eu : } V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [q_a \ln \frac{D_m}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_m}]$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [(q_a - q_b) \ln \frac{D_m}{r}]$$

$$\text{or } q_b = q_a (-120^\circ) \text{ d'ou: } q_b = q_a (-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$q_a - q_b = q_a (\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}) = \sqrt{3} * q_a (30^\circ)$$

$$V_{ab} = \sqrt{3} * V_{an}(30^\circ) \text{ d'où : } \sqrt{3} * V_{an} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi\epsilon} q_a \ln \frac{D_m}{r}$$

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_m}{r} \quad (2.58)$$

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi.\epsilon}{\ln \frac{D_m}{r}} \text{ (F/m)} \quad (2.59)$$

Sous vide :

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_m}{D_{sc}}} = \frac{1}{18*10^9 * \ln \frac{D_m}{D_{sc}}} \text{ (F/m)}$$

$$C_n = \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{D_m}{D_{sc}}} \quad (\mu\text{F/Km})$$

## II.4.7 Courant de charge capacitif (Charging Current)

Le courant associé avec la capacitance d'une ligne est appelé courant de charge capacitif (charging current).

- Pour une ligne monophasée, le courant de charge capacitif est :

$$I_c = \frac{V_{ab}}{-j \cdot X_c} = \frac{V}{-j/C\omega} = j\omega CV$$

$$I_c = j * 2\pi f * C * V \quad (\text{A}) \quad (2.60)$$

Avec  $C$ : capacitance phase à phase en Farads,

$X_c$ : Réactance capacitive en Ohms,

$V$ : Tension de ligne en Volts,

La puissance apparente de charge capacitive (*Charging volt-amperes*) vaut :

$$S_{CI} = V * I_c = \frac{V^2}{X_c} \quad (\text{Var})$$

La puissance réactive générée par la ligne est égale la puissance réactive capacitive, d'où :

$$Q = V * I_c = \frac{V^2}{X_c} \quad (\text{Var})$$

- Pour une ligne triphasée, le courant de charge capacitive est :

$$I_c = \frac{V_n}{-j \cdot X_c} = \frac{V_n}{-j/C\omega} = j\omega C_n V_n \quad (\text{A})$$

Avec  $V_n$  : tension simple égale à la tension de phase en V,

$C_n$  : Capacitance au neutre en F.

- La puissance réactive capacitive par phase

$$Q_{phase} = V_n * I_c = V_n * \frac{V_n}{X_c} = \frac{V_n^2}{X_c} \quad (\text{Var}) \quad (2.61)$$

- $Q_{c-totale} = 3 * V_n * I_c = \frac{V_n^2}{X_c} = \frac{3}{X_c} \left( \frac{V_e}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{V_e^2}{X_c} \quad (\text{Var}),$

Avec  $V_e$  : tension phase à phase.

## II.4.8 Capacitance par GMD méthode

La méthode GMD, telle que décrite précédemment dans le calcul des inductances, est particulièrement utilisée pour trouver la charge ( $q$ ) ou capacitance pour les lignes asymétriques. C'est une méthode approximative mais facile à appliquer.

De l'équation (2.59), on peut générer la méthode de calcul des capacitances par l'équation suivante :

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D_m}{D_{sc}}} \text{ (F/m)} \quad (2.62)$$

## II.4.9 Méthode GMD appliquée au calcul de la capacitance d'une ligne circuit double triphasée

Soit un circuit double triphasé d'une ligne dans lequel les conducteurs sont situés aux cornes d'un hexagone régulier comme l'indique la Figure 2.12.

- $D_{ab} = D_{bc} = D_{ca'} = D_{c'a} = D_{a'b'} = D_{b'c'} = D$ .
- $D_{ca} = D_{ab'} = D_{bc'} = D_{a'b} = D_{b'c} = D_{c'a'} = \sqrt{3}D$ .
- $D_{aa'} = D_{bb'} = D_{cc'} = 2 * D$ .

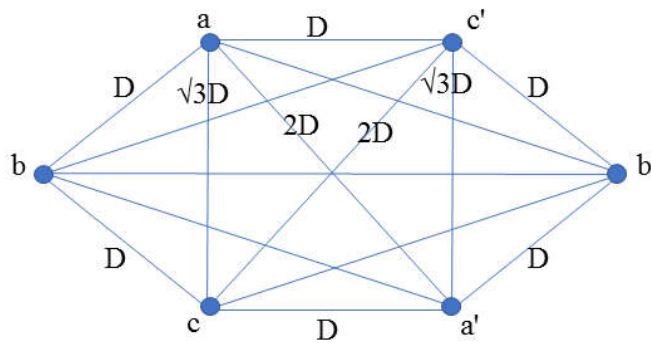


Figure 2.12 : circuit double d'une ligne triphasée (ligne double ternes).

On doit utiliser la relation (2.62) :  $C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D_m}{D_{sc}}}$

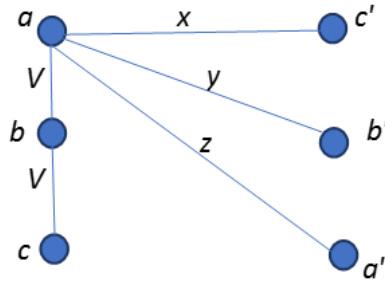
Dans ce cas, la distance moyenne géométrique mutuelle vaut :  $D_m = 3^{1/4} * D$ ,

Et la self distance géométrique vaut :  $D_{sc} = (2r * D)^{1/2}$ ,

$$C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{3^{1/4} * D}{(2r * D)^{1/2}}} = \frac{2\pi\epsilon}{\frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{3}D}{2r}} = \frac{4\pi\epsilon}{\ln \frac{\sqrt{3}D}{2r}} \text{ (F/m par phase)},$$

Capacitance au neutre par conducteur égale la moitié  $C_n = (\frac{1}{2} * C_{ab})$  au neutre par phase.

Si la disposition des conducteurs est verticale dans le circuit double terne conformément à la figure ci-après on aura :



$$D_m = 2^{1/6} * V^{1/2} * y^{1/3} * x^{1/6}$$

$$D_{sc} = r^{1/2} * z^{1/3} * x^{1/6}$$

$$C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D_m}{D_{sc}}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{2^{1/6} * V^{1/2} * y^{1/3} * x^{1/6}}{r^{1/2} * z^{1/3} * x^{1/6}}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \frac{2^{1/2} * V}{r} \left( \frac{y}{z} \right)^{2/3} \right]^{1/2}} \text{ (F/m par phase)}$$

#### II.4.10 L'effet de la terre sur la capacité d'une ligne

Dans tous les calculs de la capacitance précédemment effectués, l'effet de la terre n'a pas été pris en considération. En réalité les conducteurs sont en parallèle à la masse qui n'est autre que la terre. La terre est supposée comme un plan conducteur infini. Sa présence cause un changement dans le champ électrique de la ligne. La méthode des images suggérée par Lord Kelvin, est à utiliser pour prendre en considération l'effet de la terre sur le calcul de la capacitance.

On connait qu'il y a un plan de potentiel zéro entre deux conducteurs qui portent un égal courant en sens opposés. De part ça, il est logique de supposer que le champ entre un conducteur chargé et le plan conducteur parfait(terre) est identique au champ que peut produire un conducteur similaire au conducteur original et qui remplace la terre. Ce conducteur fictif (qui est l'image) est situé au-dessous de la terre à une distance égale à celui de la hauteur du conducteur réel au-dessus de la terre. Le conducteur image porte un courant égal et opposé à celui porté par le conducteur original.

Pour un système de  $n$  conducteurs, figure 2.13, chaque conducteur à une image situé directement au-dessous de lui par rapport au plan conducteur (terre).

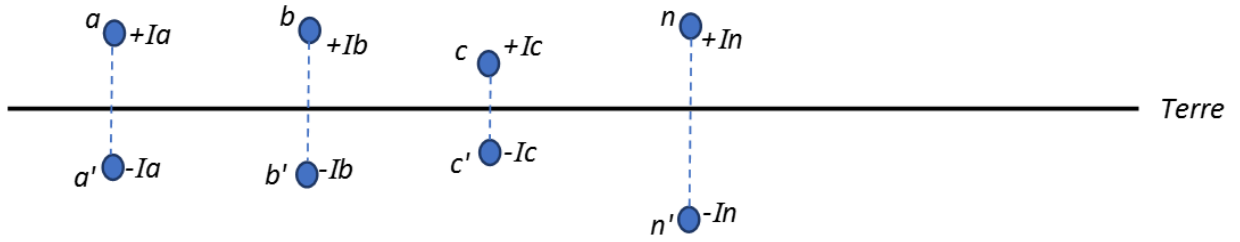


Figure 2.13 : Effet de la terre sur la capacitance d'une ligne composée d'un circuit à  $n$  conducteurs par la méthode des conducteurs imaginaires.

On va appliquer cette notion de conducteurs imaginaires à une ligne monophasée deux conducteurs  $aetb$  comme l'indique la figure 2.14. Le conducteur  $a$  est chargé de  $+q$  coulombs et le conducteur  $b$  est chargé de  $-q$  coulombs.

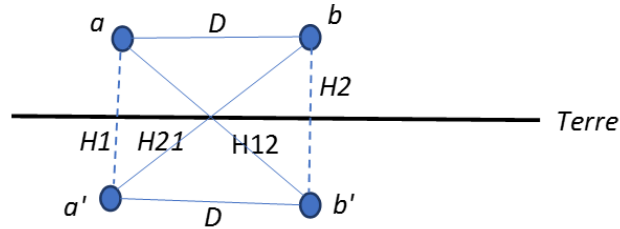


Figure 2.14 : Capacitance d'une ligne monophasée avec effet de la terre.

La différence de potentiel entre les deux conducteurs  $aetb$  est :

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[ q_a \ln \frac{D_{ab}}{D_{aa}} + q_b \ln \frac{D_{bb}}{D_{ba}} + q_{a'} \ln \frac{D_{a'b}}{D_{a'a}} + q_{b'} \ln \frac{D_{b'b}}{D_{b'a}} \right]$$

Mais :  $q_a = -q_{a'} = q$  ,  $q_b = -q_{b'} = -q$  ,  $q_{a'} = -q$  ,  $q_{b'} = +q$

$$D'où : V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[ q \ln \frac{D}{r} - q \ln \frac{r}{D} + q \ln \frac{H_{21}}{H_1} + q \ln \frac{H_2}{H_{12}} \right]$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[ 2q \ln \frac{D}{r} - q \ln \frac{H_{12}H_{21}}{H_1H_2} \right]$$

$$V_{ab} = \frac{2q}{2\pi\epsilon_0} \left[ \ln \frac{D}{r} - \frac{1}{2} \ln \frac{H_{12}H_{21}}{H_1H_2} \right]$$

$$V_{ab} = \frac{2q}{2\pi\epsilon_0} \left[ \ln \frac{D}{r} - \ln \frac{(H_{12}H_{21})^{1/2}}{(H_1H_2)^{1/2}} \right] \quad (2.63)$$

On définit les distances moyennes suivantes pour garder la notion de la méthode GMD :

$$H_s = \sqrt{H_1H_2}, \quad H_m = \sqrt{H_{12}H_{21}},$$

$$V_{ab} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \left[ \ln \frac{D}{r} - \ln \frac{H_m}{H_s} \right], \quad (\text{V/m}),$$

La capacité phase à phase est  $C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}}$ ,

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}} = \frac{\pi \varepsilon_0}{\ln \frac{D}{r} - \ln \frac{H_m}{H_s}} \text{ (F/m)} \quad (2.64)$$

La capacité phase neutre est :

$$C_n = \frac{q}{V_{an}} = \frac{q}{\frac{1}{2}V_{ab}} = \frac{2\pi \varepsilon_0}{\ln \frac{D}{r} - \ln \frac{H_m}{H_s}} \text{ (F/m)} \quad (2.65)$$

**Cas spécial** :  $H_1 = H_2 = 2h$ ,

$$H_{12} = H_{21} = \sqrt{(D^2 + (2h)^2)},$$

$$H_s = \sqrt{H_1 * H_2} \text{ et } H_m = \sqrt{H_{12} * H_{21}} = (D^2 + 4h^2)^{1/2}.$$

#### II.4.11 Notion de la conductance shunt

Les conducteurs d'une ligne sont toujours séparés par un diélectrique. Dans les lignes aériennes, le diélectrique est l'air. Les isolateurs dans les lignes aériennes peuvent être non parfaits. Dans les hautes tensions, il y a fuite de courant d'un conducteur à autre le long de la surface ou à travers les isolateurs ou travers l'air entre conducteurs il y a aussi fuite de courants. Ce courant de fuite dépend en plus des conditions atmosphériques, de la pollution comme humidité et les dépôts sur surfaces.

Par application d'un champ électrique alternatif, une partie de la puissance est perdue dans le diélectrique suite à son imperfection, nommées pertes diélectriques. En plus, il y a les pertes par effet couronne (corona loss). La conductance shunt  $G$  prend en compte tous ces effets. Dans les conditions normale et ordinaire de fonctionnement d'un réseau, le courant de fuite est assez petit d'où  $G \approx 0$ .

# *Chapitre III*

## **Représentation Per-Unit (Systèmes au Unités réduites)**

### III.1 Introduction

Dans le processus de calcul des problèmes liés aux systèmes de puissance, il convient parfois d'exprimer les impédances, les courants, les tensions et les puissances en termes de valeurs per-unit (unités réduites ou unités arbitraires) mieux que de les exprimer en  $\Omega, A, V$  et  $W$  ou  $VA$ .

La valeur numérique per-unit (**pu**) d'une quantité est définie comme étant du ratio de sa valeur réelle à une autre valeur de quantité, choisie arbitrairement de la même dimension. Cette dernière est supposée comme base ou référence.

$$Per - Unit = \frac{Valeur\ réelle}{Valeur\ de\ base\ de\ même\ dimension} \quad (3.1)$$

Pour une quantité A réelle :

$$A_{pu} = \frac{A}{A_{base}} \text{ en } \mathbf{pu} \text{ (valeur numérique sans dimension)} \quad (3.2)$$

Les valeurs (**pu**) sont sans dimensions et en pourcentage on aura

$$ratio\ A_{\%} = 100 * A_{pu} \text{ en } \% \quad , \quad (3.3)$$

Exemple : soit un choix d'une tension de 10 KV comme valeur de base

- 8 KV=0.8 pu =80%
- 10 KV=1.00 pu=100%,
- 1.2 pu =120%,

Dans ce qui suit :

- Une quantité de base est désignée par l'indice « b »,
- Le produit de deux quantités exprimées en pu est exprimé en pu.
- Par contre le produit de deux quantités exprimées en pourcentage est à diviser par 100 pour obtenir le résultat en pourcentage,

Donc la méthode per-unit est préférée.

Soient :

$I_A$ : Courant réel en A,

$I_b$ : Courant de base en A,



$V_v$ :Tension réelle en V,

$V_b$ :Tension de base en V,

$Z_\Omega$ :Impédance réelle en  $\Omega$ ,

$Z_b$ :Impédance de base en  $\Omega$ ,

$S_{VA}$ :Puissance réelle en VA,

$S_b$ :Puissance de base en VA,

Donc :

▪ Courant per-unit :  $I_{pu} = \frac{I_A}{I_b}$  (3.4)

▪ Tension per-unit :  $V_{pu} = \frac{V_v}{V_b}$ , (3.5)

▪ Impédance per-unit :  $Z_{pu} = \frac{Z_\Omega}{Z_b}$  (3.6)

Pour les impédances on a :

$$Z_\Omega = R_\Omega + jX_\Omega$$

$$Z_{pu} = \frac{Z_\Omega}{Z_b} = \frac{R_\Omega}{Z_b} + j \frac{X_\Omega}{Z_b} = R_{pu} + jX_{pu} \text{ ce qui donne lieu à :}$$

$$\begin{cases} R_{pu} = \frac{R_\Omega}{Z_b} \\ X_{pu} = \frac{X_\Omega}{Z_b} \end{cases} \quad (3.7)$$

Puissance apparence en pu :

$$S_{pu} = \frac{S_{VA}}{S_b} \quad (3.8)$$

Or  $S = P + jQ = V * Id$  ou:

$$S_{pu} = \frac{S_{VA}}{S_b} = \frac{P}{S_b} + j \frac{Q}{S_b} \quad (3.9)$$

D'où :  $S = P_{pu} + jQ_{pu}$

$$P_{pu} = \frac{P}{S_b} \quad (3.10)$$

$$Q_{pu} = \frac{Q}{S_b} \quad (3.11)$$

Ainsi pour un circuit monophasé, l'impédance de base se calcul via :

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} \quad (3.12)$$

Et la puissance apparente de base vaut :

$$S_b = V_b * I_b \quad (3.13)$$

Les valeurs des bases des quantités sont choisies en accord à ce qu'elles conviennent. Si deux des quatre quantités ( $V_b$ ,  $I_b$ ,  $Z_b$ ,  $S_b$ ) des grandeurs électriques aux équations (3.12) et (3.13) sont spécifiées comme bases, les deux restantes sont fixées automatiquement par calcul.

Dans le calcul des systèmes de puissances, toujours la puissance apparente ( $S$ ) et la tension ( $V$ ) sont spécifiées comme bases de calcul, d'où, ( $S_b$ ) et ( $V_b$ ) sont choisies comme valeurs de bases. Alors, le courant de base ( $I_b$ ) et l'impédance de base ( $Z_b$ ) sont exprimées en fonction de ( $S_b$ ) et ( $V_b$ ) :

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} \quad (3.14)$$

L'impédance de base est l'impédance qui a une différence de potentiel de  $V_b$  entre ces bornes lorsqu'elle est parcourue par un courant  $I_b$ .

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{V_b V_b}{I_b V_b} = \frac{V_b^2}{S_b} \quad [\Omega] \quad (3.15)$$

D'où l'admittance de base est ainsi calculée par :

$$Y_b = \frac{1}{Z_b} = \frac{S_b}{V_b^2} \quad [\text{Siemens}] \quad (3.16)$$

Une fois une sélection propre des bases est faite, les relations de base des calculs des circuits électriques peuvent être appliquées aux quantités (**pu**) comme la loi de Kirchhoff et autres.

A titre d'exemple :

$$V_{pu} = Z_{pu} * I_{pu}$$

$$S_{pu} = V_{pu} * I_{pu} \quad (3.17)$$

Les équations (3.15) et(3.16) pouvant être combinées pour donner :

$$Z_{pu} = Z_{\Omega} \frac{S_b}{V_b^2} \quad (3.18)$$

Aussi :

$$\text{Base du courant : } I_b = \frac{S_b}{V_b} = \frac{\text{baseKVA}}{\text{baseKV}}$$

- L'admittance Y :

Soit :  $Y_S$ : admittance réelle en Siemens.

$Y_{pu}$  : Admittance en **pu**.

$$Y_{pu} = \frac{1}{Z_{pu}} = \frac{V_b^2}{Z_{\Omega} * S_b} = Y_S * \frac{V_b^2}{S_b} \quad (3.19)$$

### III.2 Changement de base de calcul

Il est parfois nécessaire de convertir des quantités (**pu**) d'une base à une autre base de calcul, c'est dire le passage entre deux bases de calcul.

Soit la base de la puissance apparente et la base de tension d'un système (1) sont représentées respectivement par  $S_{b1}$  et  $V_{b1}$ . Les valeurs correspondantes dans le système (2) sont représentées par  $S_{b2}$  et  $V_{b2}$ .

- Base du courant dans la base système (1) :

$$I_{b1} = \frac{S_{b1}}{V_{b1}} \quad (3.20)$$

- Base du courant dans le système (2) :

$$I_{b2} = \frac{S_{b2}}{V_{b2}} \quad (3.21)$$

- La valeur (**pu**) du courant  $I$  dans la base du système (1) :

$$I_{1pu} = \frac{I}{I_{b1}} \quad (3.22)$$

- La valeur (**pu**) du même courant  $I$  dans la base du système (2) :

$$I_{2pu} = \frac{I}{I_{b2}} \quad (3.23)$$

Par combinaisons des équations (3.20) à (3.23) on aura :

$$I_{2pu} = I_{1pu} \cdot \frac{I_{b1}}{I_{b2}} = I_{1pu} \cdot \frac{S_{b1}}{V_{b1}} \cdot \frac{V_{b2}}{S_{b2}} = I_{1pu} \cdot \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \cdot \frac{V_{b2}}{V_{b1}} \quad (3.24)$$

La conversion d'une impédance en **pu** d'une base à une autre peut être faite à l'aide de l'équation (3.18) :

$$\text{➤ Base système (1) : } Z_{1pu} = Z_{\Omega} \cdot \frac{S_{b1}}{V_{b1}^2} \quad (3.25)$$

$$\text{➤ Base système (2) : } Z_{2pu} = Z_{\Omega} \cdot \frac{S_{b2}}{V_{b2}^2} \quad (3.26)$$

On élimine  $Z_{\Omega}$  des équations (3.25) et (3.26) on trouve :

$$Z_{2pu} = Z_{1pu} * \frac{S_{b2}}{S_{b1}} * \left(\frac{V_{b1}}{V_{b2}}\right)^2 \quad (3.27)$$

Il ne faut pas confondre la formule (3.27) avec le transfert d'impédances d'un côté d'un transformateur à l'autre côté.

La formule de conversion d'admittance est :

$$Y_{2pu} = Z_{1pu} * \frac{\delta_{b1}}{\delta_{b2}} * \left(\frac{V_{b2}}{V_{b1}}\right)^2 \quad (3.28)$$

### III.3 Impédance en **pu** d'un transformateur

On considère un transformateur monophasé dont l'impédance totale des deux enroulements ramenés au primaire est  $Z_{1e}$ . On suppose que les valeurs calculées sont prises comme quantités de base :

- Base du courant en primaire est  $I_1$ ,
- Base de tension en primaire est  $V_1$ ,
- Base Impédance en primaire est  $Z_{b1}$ ,

Donc :

$$Z_{1pu} = \frac{Z_{1e}}{Z_{b1}} = \frac{Z_{1e}}{V_1/I_1} = \frac{Z_{1e} * I_1}{V_1} \quad (3.29)$$

L'impédance totale série des deux enroulements transférés au secondaire est :

$$Z_{2e} = Z_{1e} * \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \quad (3.30)$$

$N_1, N_2$  : Nombre de spires dans les enroulements primaires et secondaires respectivement.

Dans le côté secondaire les quantités de base sont :

- Base du courant au secondaire du transformateur est  $I_2$  en ampères,
- Base de la tension au secondaire du transformateur est  $V_2$  en volts.
- Base des impédances au secondaire du transformateur est :

$$Z_{b2} = V_2 / I_2$$

Impédance en **pu** transférée au secondaire vaut :

$$Z_{epu} = \frac{Z_{2e}}{V_2 / I_2} = \frac{Z_{2e} * I_2}{V_2} \quad (3.31)$$

$$\text{Ici : } N_2 * I_2 = N_1 * I_1 \rightarrow I_2 = I_1 * \frac{N_1}{N_2} \quad (3.32)$$

$$\text{Et : } \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \text{ d'ou : } V_2 = \frac{N_2}{N_1} * V_1 \quad (3.33)$$

Des équations (3.30)aux (3.33)on tire :

$$Z_{2epu} = Z_{1e} * \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 * \frac{I_1 N_1}{N_2} * \frac{N_1}{N_2 V_1} = \frac{Z_{1e} * I_1}{V_1} \quad (3.34)$$

Des équations (3.29)et (3.34)on remarque que :

$$Z_{1epu} = Z_{2epu} \quad (3.35)$$

### III.4 Quantité **pu** dans un système triphasé

On suppose que les suffixes  $l$  et  $p$  dénotent les valeurs de la ligne (composée) et la phase (simple) dans un système triphasé.

**Dans une connexion en étoile** on a :  $V_l = \sqrt{3} * V_p$ ;  $I_l = I_p$

Pour les bases on aura :  $V_{lb} = \sqrt{3} * V_{pb}$  et  $I_{lb} = I_{pb}$

$$(V_l)_{pu} = \frac{V_l}{V_{lb}} = \frac{\sqrt{3} * V_p}{\sqrt{3} * V_{pb}} = (V_p)_{pu} \quad (3.36)$$

$$(I_l)_{pu} = \frac{I_l}{I_{lb}} = \frac{I_p}{I_{pb}} = (I_p)_{pu} \quad (3.37)$$

Il est alors clair que dans une connexion star, les valeurs en pu des courants/tensions de ligne sont égales aux valeurs en pu des courants/tensions de phase.

**Dans une connexion triangle (Delta)** :  $V_l = V_p, I_l = \sqrt{3} * I_p$  d'où pour les bases on aura  $V_{lb} = V_{pb}$  et  $I_{lb} = \sqrt{3} * I_{pb}$ .

Un calcul en pu :

$$(V_l)_{pu} = \frac{V_l}{V_{lb}} = \frac{V_p}{V_{pb}} = (V_p)_{pu} \quad (3.38)$$

$$(I_l)_{pu} = \frac{I_l}{I_{lb}} = \frac{\sqrt{3} * I_p}{\sqrt{3} * I_{pb}} = (I_p)_{pu} \quad (3.39)$$

Il est aussi valable que dans une connexion Delta, les valeurs en pu des courants/tensions de ligne sont égales aux valeurs en pu des courants/tensions de phase.

Et pour les deux types de connexions la puissance apparente est :

$S_{triphasé} = \sqrt{3} * V_l * I_l = 3 * V_p * I_p$  qui a pour base de calcul:

$$(S_b)_{triphasé} = \sqrt{3} * V_{lb} * I_{lb} = 3 * V_{pb} * I_{pb}$$

En pu on aura :

$$S_{pu} = \frac{S_{triphasé}}{(S_b)_{triphasé}} = \frac{\sqrt{3} * V_l * I_l}{\sqrt{3} * V_{lb} * I_{lb}} = (V_l)_{pu} * (I_l)_{pu} \quad (3.40)$$

Aussi :

$$S_{pu} = \frac{3 * V_p * I_p}{3 * V_{pb} * I_{pb}} = (V_p)_{pu} * (I_p)_{pu}$$

Donc :

$$S_{pu} = (V_l)_{pu} * (I_l)_{pu} = (V_p)_{pu} * (I_p)_{pu} \quad (3.41)$$

NB : dans un système triphasé, une valeur de base de tension donnée est la tension phase à phase et une valeur de base de puissance apparente en VA donnée est la valeur totale triphasé VA.

La base d'impédance utilisant les valeurs par phase :

$$Z_{pb} = \frac{(V_{pb})^2}{(S_b)_{triphasé}} \quad (3.42)$$

D'où :

$$Z_{lb} = \frac{(V_{lb})^2}{(S_b)_{\text{triphasé}}} = \frac{(\sqrt{3} * V_{pb})^2}{3 * (S_b)_{\text{monophasé}}} = \frac{(V_{pb})^2}{(S_b)_{\text{monophasé}}} \quad (3.43)$$

Les résultats montrent qu'on doit utiliser le même système (monophasé, triphasé) pour la sélection de la base d'impédance.

Donc, on peut écrire :

$$Z_b = \frac{(V_b)^2}{S_b} \quad (3.44)$$

$$Z_{pu} = \frac{(S_b)_{\text{triphasé}}}{V_{eb}^2}, \quad (3.45)$$

Pour un système triphasé :

- Base de courant :  $I_b = \frac{(S_b)_{\text{monophasé}}}{V_{pb}}$  (3.46)

D'où :

$$I_b = \frac{3 * (S_b)_{\text{monophasé}}}{3 * V_{pb}} = \frac{(S_b)_{\text{triphasé}}}{\sqrt{3} * V_{eb}} \quad (3.47)$$

### III.5 Sélection des valeurs de base

En générale, les valeurs (pu) des appareils sont données en fonction de leurs propres puissance apparente en VA et leur tension de fonctionnement en volts. Ces appareils peuvent être introduits dans un réseau de puissance. Un tel système de puissance a des niveaux de tensions différents à différents points. Il est nécessaire de référer toutes les valeurs (pu) données aux valeurs de la base du système.

Pour appliquer la méthode (pu) à un problème donné, une valeur convenable de la puissance en MVA est choisie. La même base de puissance en MVA est utilisée pour toutes les parties du système. Ça peut être la puissance totale en MVA du système, la plus grande valeur de puissance en MVA d'une section du système ou une valeur arrondie tel que 10, 100, 1000 MVA...

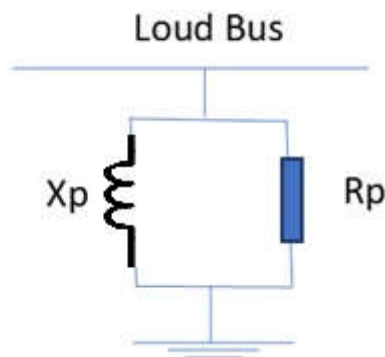
Après la sélection de la base de puissance en MVA, la base de tension de chaque section est à choisir. La valeur de tension la plus élevée peut être prise comme base de tension pour cette section. Pour les autres sections, la base de tension est fonction des coefficients de transformation dans transformateurs.

Une fois sélectionnée, une base commune de puissance en MVA et base tension dans différentes sections, les (pu) des impédances des sections peuvent être calculées pour tracer le schéma monophasé (Single-Line Diagram) donnant les impédances en valeurs (pu).

### III.6 Impédance d'une charge en (pu)

Les impédances de charge sont généralement exprimées en termes de puissance active  $P$  en Watts et puissance réactive  $Q$  en Volts-Ampères. Il existe deux représentations de la charge : une représentation en parallèle et une autre en série.

#### III.6.1 Représentation parallèle :



*Figure 3.1 : représentation d'une charge en parallèle.*

La représentation d'une charge en parallèle est indiquée en Figure 3.1.

Soient :

$P$  : puissance de la charge en W,

$Q$  : puissance réactive de la charge en Var,

$R_p$  : résistance de la charge en  $\Omega$ ,

$X_p$  : réactance de la charge en  $\Omega$ ,

$V$  : tension de la charge en V.

La puissance  $P$  de la charge en fonction de sa tension et de sa résistance vaut :

$$P = \frac{V^2}{R_p} \quad (4.6.1) \quad (3.48)$$

La résistance de la charge en pu vaut aussi :

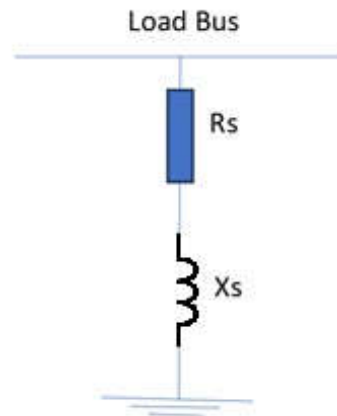


$$R_{pu} = R_p * \frac{\delta_b}{(V_b)^2} = \left(\frac{V}{V_b}\right)^2 * \frac{\delta_b}{P} = \frac{V_{pu}^2}{P_{pu}} \quad (3.49)$$

Par similitude, la réactance de la charge sera :

$$X_{pu} = \left(\frac{V}{V_b}\right)^2 * \frac{\delta_b}{Q} = \frac{V_{pu}^2}{Q_{pu}} \quad (3.50)$$

### III.6.1 Représentation série



*Figure 3.2 : représentation d'une charge en série.*

La représentation d'une charge en parallèle est indiquée en Figure 3.2.

Dans ce cas le courant de charge :

$$I = \frac{V}{Z_s} = \frac{V}{R_s + jX_s} \quad (3.51)$$

Et la puissance apparente vaut :

$$S = P + jQ = V * I^* = \frac{V * V^*}{R_s - jX_s} = \frac{|V|^2}{R_s - jX_s} \quad (3.52)$$

A noter que l'exposant \* représente le conjugué du nombre complexe de la grandeur considérée.

Le conjugué de S vaut :

$$S^* = P - jQ = \frac{|V|^2}{R_s + jX_s} \quad (3.53)$$

$$S \times S^* = S^2 = P^2 + Q^2 = \frac{|V|^4}{R_s^2 + X_s^2} \quad (3.54)$$

De l'équation (3.52), on aura :

$$P + jQ = |V|^2 * \frac{R_s + jX_s}{R_s^2 + X_s^2} \quad (3.55)$$

De (3.54) et (3.55) :

$$P + jQ = (R_s + jX_s) * \frac{P^2 + Q^2}{|V|^2} \text{ d'ou } Z_s = R_s + jX_s = \frac{P^2 + Q^2}{|V|^2} (P + jQ) \quad (3.56)$$

$$Z_s = (kv)^2 \frac{(MW + jMVAr)}{(MW)^2 + (MVAr)^2} \quad (3.57)$$

Mais on a vu que :  $Z_{pu} = Z_{\Omega} \frac{S_b}{V_b^2}$  ce qui conduit à :

$$R_{pu} + jX_{pu} = (R_s + jX_s) \frac{S_b}{V_b^2} \quad (3.58)$$

Des équations (3.56) et (3.57) on peut écrire :

$$R_{pu} + jX_{pu} = \frac{|V|^2}{V_b^2} * \frac{\delta_b}{P^2 + Q^2} * (P + jQ) = V_{pu}^2 * \frac{\delta_b}{P^2 + Q^2} (P + jQ), \quad (3.59)$$

D'où :

$$R_{pu} = V_{pu}^2 * \delta_b * \frac{P}{P^2 + Q^2} \text{ en pu} \quad (3.60)$$

$$X_{pu} = V_{pu}^2 * \delta_b * \frac{Q}{P^2 + Q^2} \text{ en pu} \quad (3.61)$$

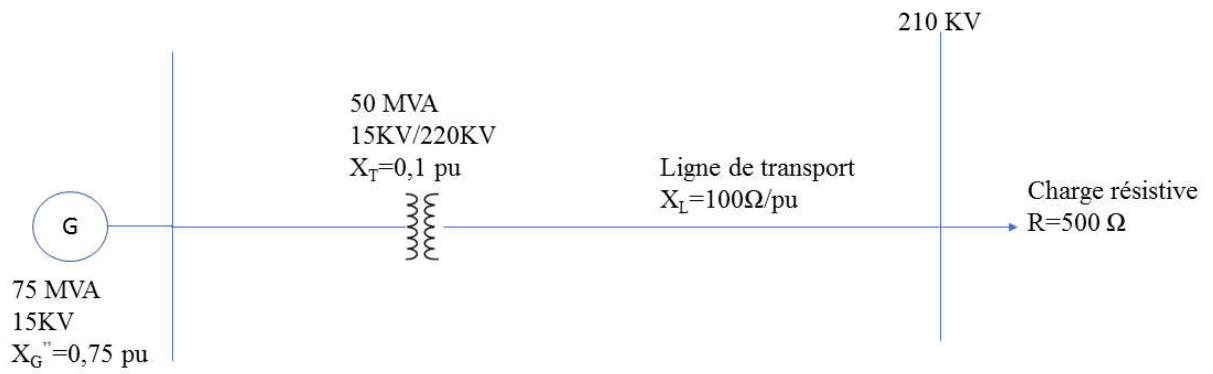
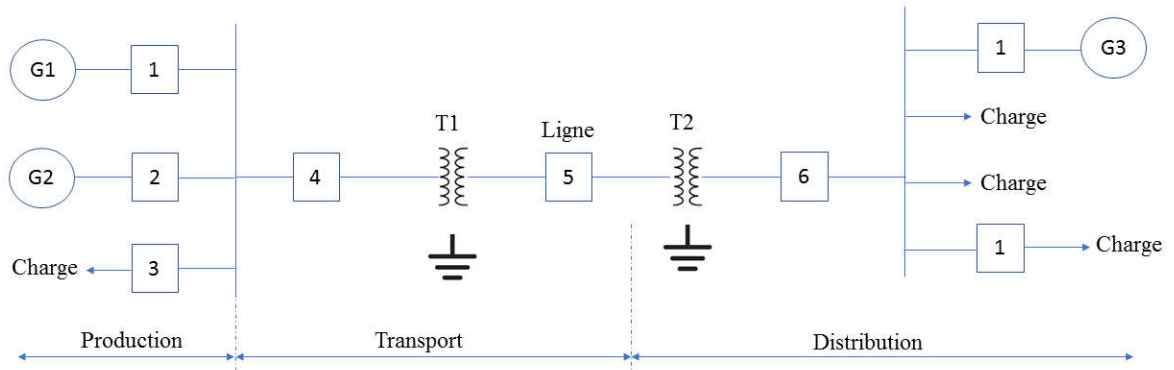
### III.7 Diagramme unifilaire (monophasé)

Un système est essentiellement composé de :

- Centrales de production,
- Un réseau de transport,
- Une combinaison de charge : industrielles, commerciales et résidentielles.

Tout ça, se fait actuellement en triphasé. Un système triphasé *équilibré* est étudié par phase. D'où la notion de représentation des systèmes triphasés et leur étude via la représentation d'une seule phase conduisant à l'étude d'un schéma en monophasé (unifilaire).

A titre d'exemple, le système de puissance suivant est une représentation en schéma unifilaire :



# *Chapitre IV*

**Modélisation des lignes de transport**

**Courtes, moyennes et longues**

## IV.1 Introduction

Les performances électriques d'une ligne de transport d'énergie sont déterminées par le courant de charge et le facteur de puissance. Le terme performance signifie : le calcul de la tension de source, le courant de source, le facteur de puissance coté source, les pertes puissance en ligne, le rendement de transport, la régulation de la tension du réseau et les limites d'écoulement de puissance durant un état stable et les conditions de transport.

## IV.2 Classification des lignes électriques de transport

La prédominance d'un paramètre d'une ligne de transport électrique est gouvernée par sa longueur et la configuration des conducteurs (nombre de conducteurs et de phases). En fonction de la longueur de la ligne, la classification de ces lignes dans la majorité des pays du monde est la suivante :

- **Ligne courte** : longueur inférieure à quatre-vingt kilomètres ( $l < 80$  km) ;
- **Ligne moyenne** : longueur supérieur ou égale à quatre-vingt kilomètres et inférieur à deux cent quarante kilomètres ( $80 \leq l < 240$  km) ;
- **Ligne longue** : longueur supérieur ou égale à deux cent quarante ( $l \geq 240$  km).

Pour les lignes courtes, la capacité est négligée en aérien mais pour les câbles dont la distance entre conducteur est réduite, son effet doit être pris en considération. Pour les lignes moyennes, l'effet de capacité ne peut être négligé, et cette capacité peut être concentrée en un point ou plusieurs points de la ligne. Pour les lignes longues tous les paramètres doivent être pris en considération.

## IV.3 Lignes courtes

### IV.3.1 Ligne courte monophasée

Dans ce type de ligne électriques de transport, la capacitance et la conductance de la ligne sont négligées. L'alimentation monophasée de la ligne courte en longueur fonctionne relativement à de basses tensions. Une ligne monophasée contient deux conducteurs de résistance  $R_1$  et d'inductance  $L_1$  chacun. L'inductance  $L_1$  est en effet équivalente à une réactance inductive  $X_1 = 2\pi f L_1$  dont  $f$  est la fréquence de fonctionnement du réseau électrique. Ce type de réseau est schématisé conformément à la figure 4.1.

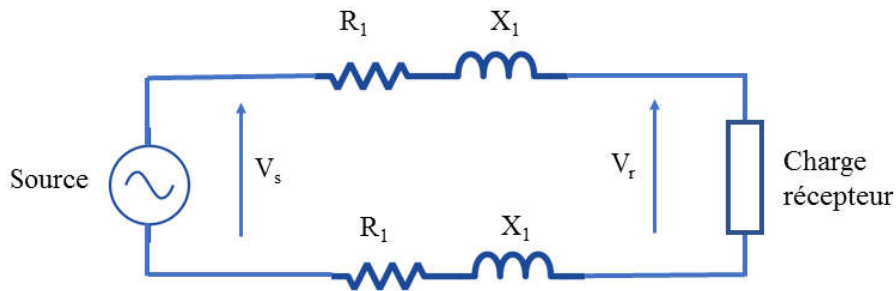


Figure 4.1 : Schéma électrique de base d'une ligne courte monophasée.

Pour des raisons de simplification de l'étude, la résistance et réactance des deux conducteurs sont considérées à être concentrées dans un seul conducteur. Le deuxième conducteur de retour sera dépourvu de ces paramètres (R et X). Le schéma électrique de la figure 5.1 deviendra :

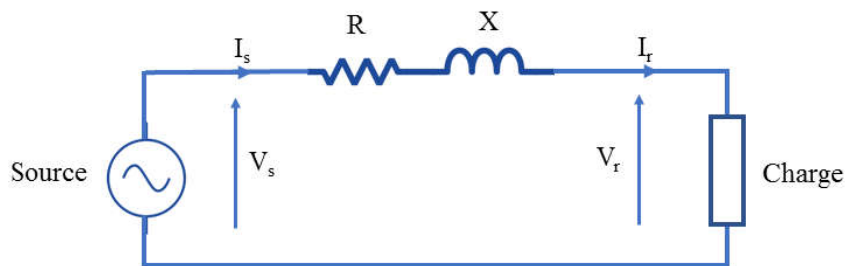


Figure 4.2 : Modèle du circuit équivalent d'une ligne courte.

Dans ce dernier schéma, on a :

La résistance de la ligne devient  $R = 2R_1 \Omega$  et sa réactance inductive devient :  $X = 2X_1 \Omega$

$V_r$ : En volts, la tension au point de connexion du récepteur (la charge),

$V_s$ : En volts, la tension au point de connexion de la source,

$I_r$ : En ampères, le courant au point de connexion du récepteur,

$I_s$ : En ampères, le courant au point de connexion de la source,

$\cos \varphi_r$  : Le facteur de puissance de la charge,

$\cos \varphi_s$  : Le facteur de puissance au point de connexion de la source,

L'impédance totale de la ligne est :  $Z = R + jX \Omega$ .

Puisque, par hypothèse d'étude, la capacitance C et la susceptance G sont négligée en ligne

courte on a :  $I_s = I_r = I$  (4.1)

### IV.3.2 Diagramme des phaseurs pour une ligne courte monophasée

Soit  $V_r$ , qui doit être maintenu constant par exigence du client et les normes en vigueur, pris comme phaseur référence de longueur  $OA = V_r$  comme mentionné en figure 4.3.a. trois cas possibles pour la réalisation du diagramme de phaseurs sont à considérer à savoir :

**Cas01** :  $I$  en retard à  $V_r$  :

$OA = V_r$  et  $OB = I$  est le phaseur courant de charge qui est supposé en retard par rapport au phaseur  $V_r$ .

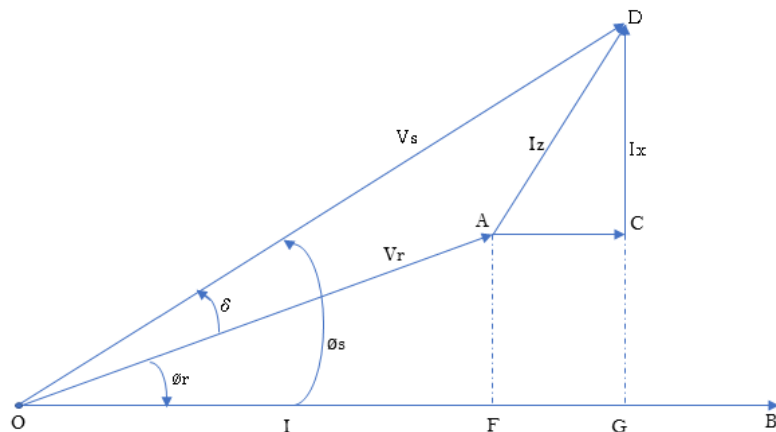


Figure 4.3.a : Diagramme des phaseurs d'une ligne courte ( $I$  en retard par rapport au phaseur  $V_r$ , facteur de puissance arrière).

**Cas02** : le phaseur courant de charge  $I$  en phase avec le phaseur tension de charge  $V_r$ . Dans ce cas on aura  $\varphi_r = 0$  et le facteur de puissance coté récepteur est unitaire ( $\cos \varphi_r = 1$ ). Ce cas de figure est indiqué en figure 4.3.b.

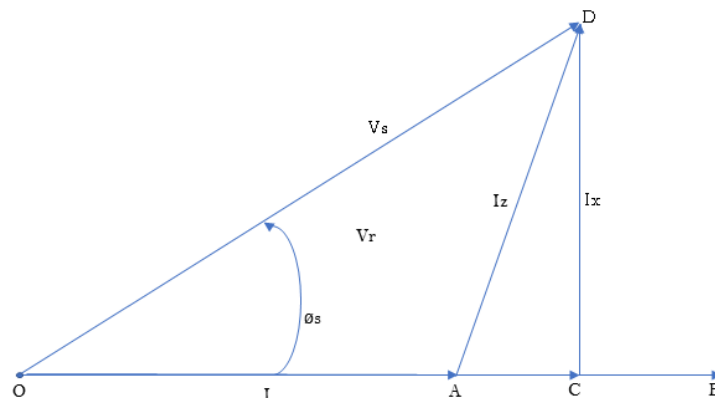
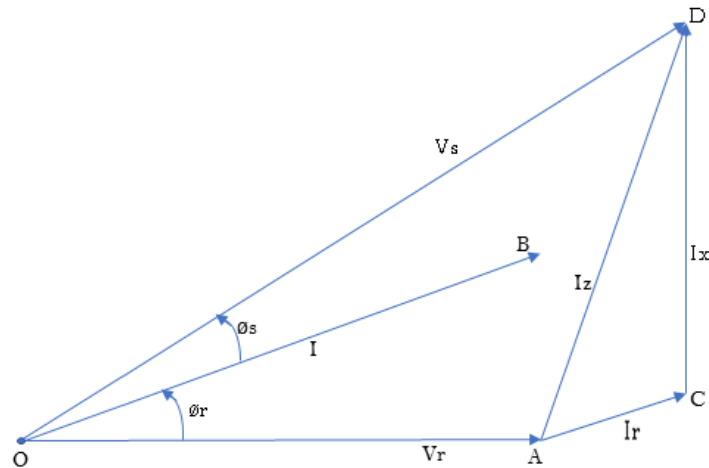


Figure 4.3.b : Diagramme des phaseurs d'une ligne courte (facteur de puissance unitaire  $\cos \varphi_r = 1$ ).

**Cas03** : le phaseur courant du récepteur  $I$  en avance de phase par rapport à la tension au niveau du récepteur  $V_r$  (un facteur de puissance en avance).



**Figure 4.3.c** : Diagramme des phaseurs d'une ligne courte avec facteur de puissance en avance ( $\cos \varphi_r < 1$ ).

Un contrôle permanent de la tension de source  $V_s$  peut maintenir la tension  $V_r$  au niveau de la charge à une valeur constante par une compensation de la chute de tension dans l'impédance de la ligne.

On applique l'étude à titre d'exemple sur le cas 01 dont le réseau présente un facteur de puissance de la charge en arrière, soient :

$\cos \varphi_s$  : Le facteur de puissance de la charge mesurée au niveau de la source. De la figure 4.3.a et du triangle **OGD** on a :

$$OD^2 = OG^2 + GD^2 = (OF + FG)^2 + (GC + CD)^2$$

$$V_s^2 = (V_r \cos \varphi_r + I.R)^2 + (V_r \sin \varphi_r + I.X)^2 \quad (4.2)$$

D'où :

$$V_s = [(V_r \cos \varphi_r + I.R)^2 + (V_r \sin \varphi_r + I.X)^2]^{1/2} \quad (4.3)$$

$$\cos \varphi_s = \frac{OG}{OD} = \frac{OF+FG}{OD} = \frac{V_r \cos \varphi_r + I.R}{V_s} \quad (4.4)$$

En notation complexe on aura :

Si  $V_r$  est le phaseur de référence :  $V_r = V_r \arg(0^\circ) = V_r + j0$

Pour un retard de phase le phaseur courant est :  $I = I \arg(-\varphi_r) = I \cos \varphi_r - jI \sin \varphi_r$



Pour des phaseurs courant  $I$  et tension  $V_r$  en phase, on a :  $I = I \arg (0^\circ) = I + j0$

L'impédance de ligne est  $Z = R + jX$ ,

La tension de source :  $V_s = V_r + ZI$ ,

Pour  $I$  en retard par rapport à  $V_r$  on a :

$$V_s = V_r + ZI = (V_r + j0) + (R + jX)(I \cos \varphi_r - jI \sin \varphi_r) \quad (4.5)$$

$$V_s = (V_r + IR \cos \varphi_r + IX \sin \varphi_r) + j(IX \cos \varphi_r - IR \sin \varphi_r)$$

La simplification de l'équation (4.5) nous mène à

$$V_s = [(V_r + IR \cos \varphi_r + IX \sin \varphi_r)^2 + (IX \cos \varphi_r - IR \sin \varphi_r)^2]^{1/2} \quad (4.6)$$

L'angle de charge est ainsi déterminé par :

$$\tan \delta = \frac{IX \cos \varphi_r - IR \sin \varphi_r}{V_r + IR \cos \varphi_r + IX \sin \varphi_r} \quad (4.7)$$

### IV.3.3 Ligne courte triphasée de transport électrique

Un circuit triphasé équilibré peut être considéré constitué de trois circuits monophasés séparés. Les calculs pour un circuit triphasé sont similaires à ceux expliqués en monophasé à la différence de la notion par phase est à adopter.

Pour un circuit triphasé électriquement équilibré, on a :

- Toutes les tensions données sont ligne à ligne (tension composée : tension phase à phase),
- Tous les courants sont des courants de ligne (courant de phase),
- La puissance active  $P$  est égale à la puissance active des trois phases,
- La puissance réactive  $Q$  est égale à la puissance réactive des trois phases.

Donc, pour les calculs dans une ligne triphasée :

- Puissance active par phase est égale à un tiers de puissance active totale ( $P_{phase} = 1/3 \cdot P_{totale}$ ),
- Puissance réactive par phase est égale à un tiers de puissance réactive totale ( $Q_{phase} = 1/3 \cdot Q_{totale}$ ).

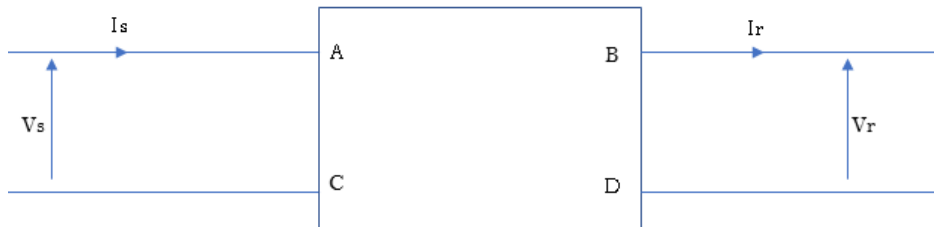
Pour une connexion en étoile, la tension de phase est égale à :

$$V_{phase} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot V_{ligne}$$

On adopte le modèle par phase d'une ligne triphasée courte le même que celui illustré en figure 4.2. Les diagrammes des phaseurs en fig.4.3 restent valables.

### IV.3.4 Ligne de transport et notion de représentation en quadripôle

En électrotechnique, chaque circuit électrique monophasé peut être représenté par la notion de quadripôles. Tout le circuit électrique sera remplacé par une boîte noire comme illustré en figure 4.4, dont il faut déterminer mathématiquement les constantes ABCD qui relient le vecteur d'entrée avec ceux de la sortie.



**Figure 4.4** : une ligne électrique représentée en quadripôles.

De la figure 4.4 associée à la théorie des quadripôles, Les équations générales sont :

$$V_s = AV_r + BI_r \quad (4.8)$$

$$I_s = CV_r + DI_r \quad (4.9)$$

Les constantes **ABCD** dépendent des paramètres électriques de la ligne et sont généralement des complexes. L'arrangement des (4.8) et (4.9) sous forme matricielle donne lieu à :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

La validité des équations (4.10) est basée en fait sur la possibilité de représentation la ligne de transport par un réseau linéaire, passif et bilatéral, ce qui impose (voir chapitre suivant):

$$AD - BC = 1 \quad (4.11)$$

### IV.3.5 Les constantes ABCD d'une ligne courte

Du modèle de la ligne courte, figure 4.2, on a :

$$\begin{cases} V_s = V_r + ZI_r \\ I_s = I_r \end{cases} \quad (4.12)$$

Par comparaison de l'équation (4.10) avec l'équation (4.12) on tire les valeurs ci-après des constantes ABCD de la ligne considérée.

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = Z \\ C = 0 \\ D = 1 \end{cases} \quad (4.13)$$

Une ligne courte vérifie le critère du réseau passif, linéaire et bilatéral, soit :  $AD - BC = 1$ .

### IV.3.5 Régulation de la tension d'une ligne

La régulation de la tension d'une ligne est définie par le changement de tension au niveau du récepteur quand l'entité de la charge à un facteur de puissance donnée est enlevée. La tension au niveau de la source est gardée constante. Donc c'est une fraction ou pourcentage de la tension de récepteur à charge totale. Par définition, cette régulation vaut :

$$\text{Per - unit regulation en tension} = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} \quad (4.14)$$

Ou exprimée en pourcentage par :

$$\text{régulation en tension en \%} = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} \cdot 100 \quad (4.15)$$

Avec :

$|V_{rnl}|$  = L'Amplitude de la tension du récepteur sans charge (*No Load*),

$|V_{rfl}|$  = L'Amplitude de la tension du récepteur avec charge entière (*full Load*).

La tension de source est obligatoirement à garder constante, ce qui nous mène à écrire :

$$V_s = AV_r + BI_r,$$

Quand la charge est enlevée :  $I_r = 0, V_r = V_{r0}$ ,

D'où, à charge déconnectée on aura :

$$V_s = AV_{r0} \text{ ce qui donne lieu à } V_{r0} = \frac{V_s}{A},$$

$V_{r0}$  : Tension du récepteur à charge enlevée (ligne à vide).

Donc la régulation de la tension de ligne est :

$$\text{Per - unit regulation en tension} = \frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} \text{ en pu} \quad (4.16)$$

### IV.3.6 Régulation de la tension des lignes courtes

Pour les lignes courtes, quand la charge est enlevée, la tension au niveau du récepteur est égale la tension au niveau de la source. Ceci nous permettra d'avoir :

- En charge ( $I = I_r$ ):  $|V_{rfl}| = |V_r|$ ,
- Sans charge ( $I = I_r = 0$ ):  $|V_{rnl}| = |V_s|$ ,

Donc, pour les lignes courtes :

$$\text{Per - unit regulation en tension} = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} = \frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} \text{ en pu} \quad (4.17)$$

La régulation dépend aussi du facteur de puissance de la charge.

En se reposant sur le diagramme des phaseurs, pour un facteur de charge en retard de phase, la tension au niveau de la source est supérieure à celle au niveau du récepteur. En cas d'avance de phase, la tension au niveau récepteur peut être supérieur la tension source. Ici la régulation devient négative.

### IV.3.7 Rendement d'une ligne ou rendement de transport

Le rendement d'une ligne de transport  $\eta_T$  est définit par :

$$\eta_T = \frac{\text{Puissance de sortie}}{\text{Puissance d'entrée}} = \frac{\text{Puissance délivrée au niveau du récepteur}}{\text{Puissance délivrée au récepteur} + \text{Pertes}} \text{ [pu]} \quad (4.18)$$

## IV.4 Lignes moyennes « Medium Line »

### IV.4.1 Introduction

On a déjà annoncé que la capacitance d'une ligne moyenne est significative. Elle peut être concentrée en un point en répartie en plusieurs points de long de la ligne. Un nombre de modèles de localisation de la capacitance est utilisé par le calcul des performances de la ligne. Dans la littérature, les deux Les modèles suivants ont été adoptés et utilisés :

- Le modèle en T-Norme ;
- Et le modèle en  $\pi$ -Norme.

Il est à noter que ces deux modèles T-Norme et  $\pi$ -Norme ne sont pas des représentations équivalentes mais se sont plutôt des représentations différentes pour la même ligne moyenne.

### IV.4.2 Le modèle T-Norme de lignes moyennes

La capacité  $C$  est concentrée au point milieu de la ligne, dont l'impédance série  $Z$  de la ligne est scindée en deux parts égales ( $\frac{Z}{2} = \frac{R}{2} + j \cdot \frac{X}{2}$ ). Le modèle T-Norme reflète la représentation physique, selon la figure 6.1, du modèle électrique de la ligne par la lettre T comme suit :

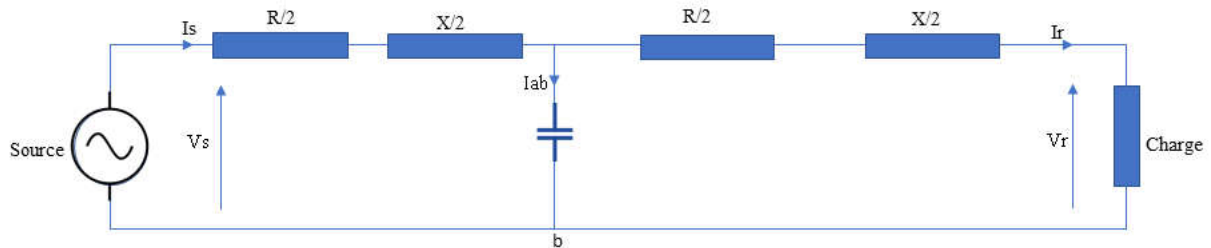


Figure 4.5 : le modèle en T-Norme d'une ligne moyenne (Nominal T model).

Dans ce modèle on a :

- Impédance série de la ligne :  $Z = R + jX$ ,
- Admittance Shunt de la ligne :  $Y = j\omega C$ .

En se basant sur l'hypothèse que la tension de charge  $V_r$  et le courant de charge  $I_r$  sont connus, la tension de source  $V_s$  et le courant de source  $I_s$  peuvent être obtenus par les lois des mailles des nœuds. Conformément au modèle électrique de la figure 4.5 On a :

La tension de la branche ab vaut :

$$V_{ab} = V_r + \frac{Z}{2}I_r ,$$

La courant dans la capacité vaut :

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = Y \cdot V_{ab} ,$$

Dans le nœud « a » on aura :

$$I_s = I_r + I_{ab} = I_r + Y \cdot V_{ab} = I_r + Y(V_r + \frac{Z}{2}I_r)$$

D'où le courant de source vaut :

$$I_s = YV_r + (1 + \frac{ZY}{2})I_r$$

D'autre part la tension de source dans la maille à gauche de la branche « ab » vaut :

$$V_s = V_{ab} + \frac{Z}{2}I_s = (V_r + \frac{Z}{2}I_r) + \frac{Z}{2}[YV_r + (1 + \frac{ZY}{2})I_r] \quad (4.19)$$

D'où, après un arrangement, l'expression de la tension de source  $V_s$  en fonction de  $V_r$  et  $I_r$  est :

$$V_s = (1 + \frac{ZY}{2})V_r + Z(1 + \frac{ZY}{4})I_r$$

Les équations de  $V_s$  et  $I_s$  sous formes matricielle sont :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z(1 + \frac{ZY}{4}) \\ Y & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

D'où, par comparaison, les constantes **ABCD** du modèle Nominal T-circuit de la ligne moyenne sont :

$$\begin{cases} A = 1 + \frac{ZY}{2} \text{ sans unité} \\ B = Z \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \text{ en } \Omega \\ C = Y \text{ en Siemens} \\ D = 1 + \frac{ZY}{2} \text{ sans unité} \end{cases}$$

#### **IV.4.3 Diagramme des phaseurs du modèle en T-Norme d'une ligne moyenne**

Considérons le cas d'un facteur de puissance de la charge ( $\cos \varphi_r$ ) arrière :

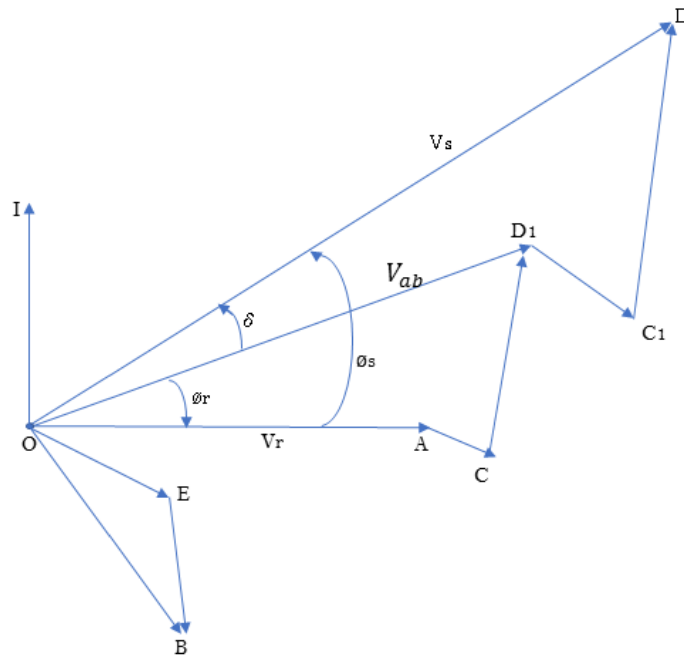


Figure 4.6 : diagramme de phaseurs d'une ligne moyenne T-Norme avec un  $\cos \varphi_r$  arrière.

Tel que dessiné en figure 4.6 et conformément à l'équation (4.19) donnant le phaseur  $V_s$  , le diagramme des phaseurs est constitué des vecteurs suivants :

- $OA = V_r$  : tension de charge (récepteur) au neutre pris comme phaseur de référence.
- $OB = I_r$  : courant de charge en retard par rapport à  $V_r$  par l'angle  $\varphi_r$  (PF= $\cos \varphi_r$  arrière),
- $AC = I_r \frac{R}{2}$  : chute de tension résistive dans la demi-ligne de droite parallèle  $I_r$  ;
- $CD1 = I_r \frac{X}{2}$  : chute de tension inductive dans la réactance de demi-ligne de droite perpendiculaire à OB,
- $OD1 = V_{ab}$  : tension du point milieu de la ligne, à travers la capacitance C.
- $BE = I_{ab}$  : courant circulant dans la capacité qui est en avance de  $90^\circ$  par rapport à  $V_{ab}$ ,
- $OE = I_s$  : courant de source qui est égale à la somme  $(I_r + I_{ab})$ ,
- $D1C1 = I_s \frac{R}{2}$  : chute de tension résistive dans la résistance dans le côté gauche de la ligne. Ici on le vecteur D1C1 est en parallèle au vecteur  $I_s$ ,
- $C1D = I_s \frac{X}{2}$  : chute de tension inductive dans la réactance côté source. Le vecteur C1D est perpendiculaire au vecteur  $I_s$ ,

- $OD=V_s$ : tension de source côté source qui est égale à la somme vectorielle de  $(V_{ab} + \frac{Z}{2}I_s)$ ,
- $\varphi_s$  : angle de phase du vecteur tension de source côté source (phase entre le courant  $I_s$  et la tension  $V_s$ ).
- $\cos \varphi_s$  : le facteur de puissance côté source.

#### IV.4.4 Le modèle $\pi$ -Norme de lignes moyennes

Le modèle  $\pi$ -norme stipule que la capacitance de la ligne est scindée en deux parts égales à  $C/2$  chacune qui sont connectées aux deux extrémités de la ligne tandis que la résistance et la réactance inductive (impédance série de la ligne) de la ligne sont totalement concentrées au centre de la ligne comme l'indique le schéma électrique ci-après en figure 4.7.

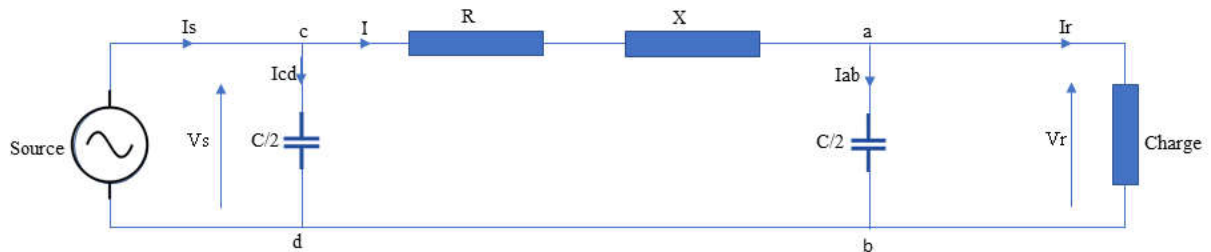


Figure 4.7 : diagramme de phaseurs d'une ligne moyenne  $\pi$ -Norme avec un  $\cos \varphi_r$  arrière.

Dans le circuit de la figure 4.7, on a :

La tension à travers la branche ab est :

$$V_{ab} = V_r$$

$$\text{Avec : } Y_{ab} = \frac{1}{Z_{ab}} = \frac{Y}{2}, \quad Z = R + jX, \quad Y_{cd} = \frac{1}{Z_{cd}} = \frac{Y}{2} \text{ et } Y = j.C\omega.$$

Par la loi d'Ohm on peut aisément obtenir le courant dans la branche « ab »:

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = Y_{ab} * V_{ab} = \frac{Y}{2}V_r$$

Par application de la loi des nœuds en nœud de courant « a », le courant  $I$  traversant la branche « ca » est :

$$I = I_r + I_{ab} = I_r + \frac{Y}{2}V_r$$

La tension de source :



$$V_s = V_{cd} = V_{ab} + Z * I = V_r + Z(I_r + \frac{Y}{2} V_r)$$

Après un arrangement on aura :

$$V_s = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r + Z \cdot I_r$$

Reste à déterminer l'équation du courant de source  $I_s$  par la loi d'ohm appliquée à la maille situé à gauche de la branche « cd » comme suit :

En premier lieu on doit déterminer le courant  $I_{cd}$  traversant la branche « cd » :

$$I_{cd} = \frac{V_{cd}}{Z_{cd}} = \frac{Y}{2} V_s = \frac{Y}{2} \left[ \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r + Z \cdot I_r \right] ,$$

L'application de la loi des nœuds au nœud électrique « c » on aura :

$$I_s = I + I_{cd} = \left(I_r + \frac{Y}{2} V_r\right) + \left[\frac{Y}{2} \left(\left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r + Z \cdot I_r\right)\right]$$

D'où :

$$I_s = Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \cdot V_r + \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \cdot I_r$$

Sous notation matricielle on aura :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

Aussi, les constantes **ABCD** du réseau d'une ligne moyenne en modèle  $\pi$ -Norme est :

$$\begin{cases} A = D = 1 + \frac{ZY}{2} \\ B = Z, \\ C = Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \end{cases}$$

#### **IV.4.5 Diagramme des phaseurs du modèle en $\pi$ -Norme d'une ligne moyenne**

Pour un facteur de puissance coté charge en arrière, ce diagramme de phaseurs est :

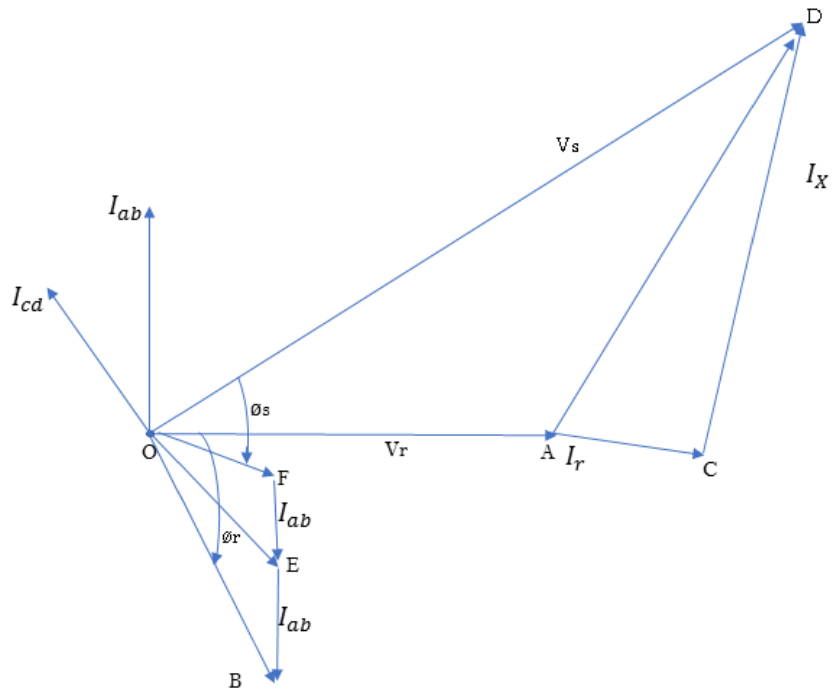


Figure 4.8 : Diagramme des phaseurs du modèle en  $\pi$ -Norme d'une ligne moyenne.

Dans ce diagramme de phaseurs, les phaseurs sont les suivants :

- $OA=V_r$  la tension de charge,
- $OB=I_r$ , courant de charge en arrière à  $V_r$  par l'angle  $\varphi_r$ ,
- $BE=I_{ab}$  :courant dans la capacité côté charge.  $I_{ab}$  est en avance et perpendiculaire à  $V_r$ ,
- $OE$  : courant dans l'impédance série qui est égal à  $I = I_r + I_{ab} = OB + BE$ ,
- $AC = I.R$  : est la chute de tension résistive de la ligne ;  $AC$  est en parallèle au vecteur  $OE$ ,
- $CD = I.X$  : La chute de tension réactive (inductive) de la ligne ; ce vecteur  $CD$  est perpendiculaire au vecteur  $AC$ .
- $AD = I.Z$  : la chute de tension dans l'impédance série de la ligne ;
- $OD=V_s = (V_r + IZ)$  : la tension source au neutre.
- $EF=I_{cd}$  :courant pris par la capacitance côté source qui est en avance de phase de  $+90^\circ$  par rapport à la tension de source  $V_s$  ;
- $OF=I_s = (I + I_{cd}) = ((I_r + I_{ab}) + I_{cd})$  : phaseur courant de source,
- $\varphi_s$  : angle de phase entre  $V_s$  et  $I_s$  côté source. Le facteur de puissance,  $(\cos\varphi_s)$ , côté source.

#### IV.4.6 Calcul du rendement énergétique $\eta_T$ et la régulation de tension de la ligne moyenne

Soient :

- $V_r$  : tension phase neutre au niveau récepteur en Volts,
- $S_s$ : Puissance apparente de la source en VA ;
- $I_s^*$ : Conjugué complexe du courant de source  $I_s$ .

La puissance apparente coté source est :  $S_s = 3 V_s \cdot I_s^* = P_s + jQ_s$  ,

Le rendement énergétique de transport est donc :  $\eta_T = \frac{P_r}{P_s}$  ,

Avec :  $P_r$  est la puissance active du récepteur (charge) et  $P_s$  est la puissance active de la source qui alimente l'entrée de la ligne.

Pour calculer la régulation en tension, nous serons obligés de calculer la tension du récepteur avec charge totale connectée  $V_{rnl}$  ,

pour le model T-norme on aura :  $V_{rnl} = V_{ab} = \frac{|V_s| \cdot (\frac{-j}{c\omega})}{\frac{R}{2} + j\frac{X}{2} - j\frac{1}{c\omega}}$  .

Pour un circuit  $\Pi$ -normes, la tension à vide coté récepteur est de :  $V_{rnl} = \frac{|V_s| (\frac{-j}{c\omega})}{R + jX - j\frac{1}{\omega \cdot (c/2)}}$  .

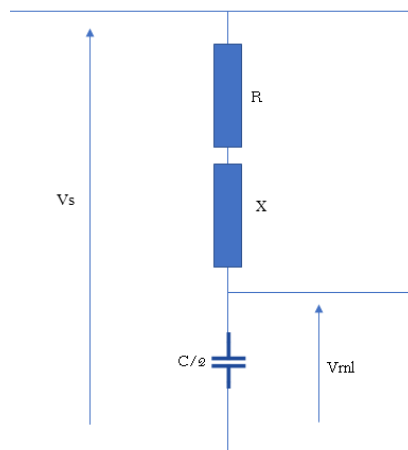


Figure 4.9 : un circuit  $\Pi$ -normes.

Comme méthode alternative pour le calcul de la régulation de tension On a :  $V_s = AV_r + BI_r$  ,

Pour une charge déconnectée on aura :  $I_r = 0, V_r = V_{r0} = V_{rnl}$

Ce qui donne une tension de source égale à :  $V_s = A. V_{rnl}$ ,

D'où en module :  $|V_{rnl}| = \left| \frac{V_s}{A} \right|$ ,

Donc la régulation en per-unit, cette régulation est évaluée à :

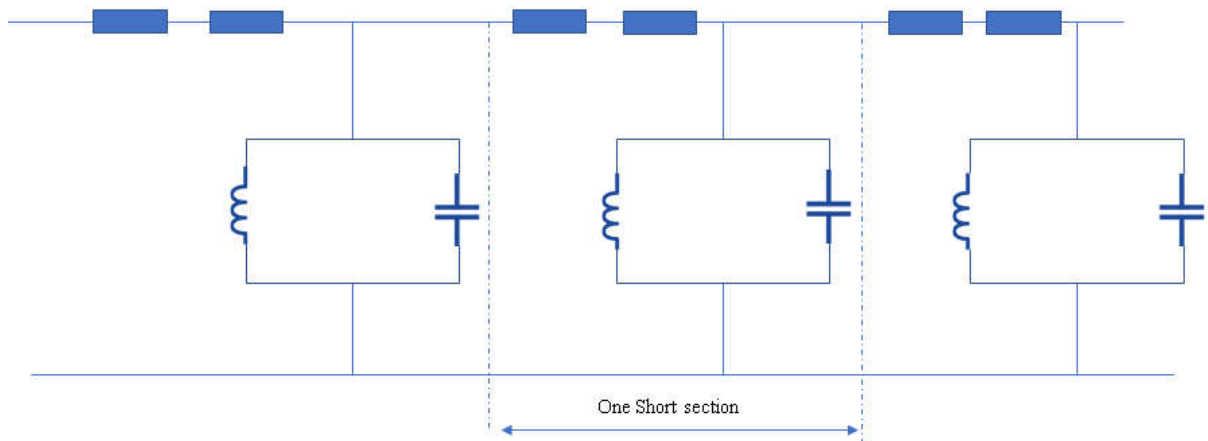
$$pu - \text{régulation} = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} = \frac{\left| \frac{V_s}{A} \right| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|}$$

Avec la constante A vaut  $A = 1 + \frac{ZY}{2}$  et pour le modèle en T-norme et pour celui en  $\Pi$ -normes.

## IV.5 Lignes longues

### IV.5.1 Introduction

Comme ce sont des lignes de transport d'énergie au-delà de 240 km, les paramètres  $R$ ,  $C$ ,  $L$  et  $G$  sont uniformément distribués sur toute la longueur de la ligne. On suppose que la ligne est constituée d'un large nombre de sections courtes connectées entre elles comme l'indique la figure 4.9.



*Figure 4.9 : Représentation d'une ligne longue de transport avec une distribution naturelle de ses paramètres.*

De par leurs longueurs, ces sections sont infiniment petites et par conséquent la ligne soit composée d'un nombre infini de ces sections élémentaires. En outre, comme supposition supplémentaire, les éléments séries  $R$  et  $L$  de la ligne sont évalués en un conducteur.

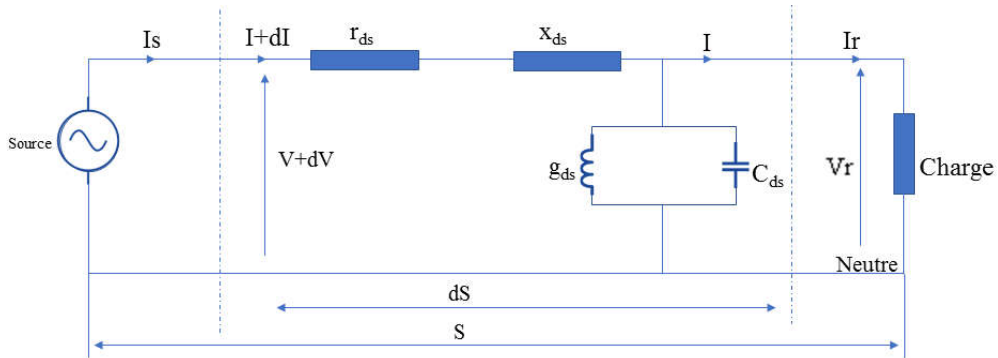
### IV.5.2 Solution exacte du modèle de la ligne longue de transport

Pour une longueur élémentaire de longueur  $ds$  de la ligne, soit la notation suivante :

- $r$  : résistance par unité de longueur par phase ;
- $l$  : Inductance par unité de longueur par phase ;
- $c$  : Capacitance par unité de longueur par phase ;
- $x$  : Réactance inductive par unité de longueur par phase ;
- $z$  : Impédance série par unité de longueur par phase ;
- $g$  : conductance shunt de liaison par phase au neutre par unité de longueur ;
- $b$  : susceptance shunt de liaison par phase au neutre par unité de longueur ;

- $y$  : admittance shunt par unité de longueur par phase au neutre.

L'impédance série et l'admittance shunt sont données par :  $\begin{cases} z = r + jx \\ y = g + jb \end{cases}$



**Figure 4.10** : Longueur élémentaire d'une ligne de transport.

La figure 4.10 représente une section de longueur élémentaire  $ds$  qui est distance de  $s$  mètre du récepteur. La longueur totale de la ligne est  $S$ . cette section a pour paramètres :

- Impédance série de cette section =  $Zds$ .
- Admittance shunt de cette section =  $yds$ .

Le courant n'est pas uniforme de long de la ligne, ceci est dû qu'une part de ce courant fuit comme courant de charge capacitif et pertes de courant par effet couronne via  $b$  et  $g$  respectivement. La tension est aussi différente à plusieurs points à cause de la chute de tension dans la réactance de la ligne.

Pour un système d'alimentation sinusoïdale, soit :

- $V$  : tension à une distance  $s$  du récepteur,
- $V + dV$  : tension à une distance  $(s+ds)$  du récepteur,
- $I$  : Courant à la distance  $S$  du récepteur,
- $I + dI$  : courant à la distance  $(s+ds)$  du récepteur,

$$\begin{aligned}
 dv &= IZ ds \\
 dl &= Vy ds
 \end{aligned}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 \frac{dv}{ds} = IZ, \\
 \frac{dl}{ds} = yV
 \end{cases}
 \quad (4.20)$$

L'équation (4.20) sera résolue pour trouver  $V$  et  $I$ . Une différenciation par rapport à la variable longueur  $s$  de la première équation de la formule (4.20) donne :

$$\frac{d^2v}{ds^2} = Z \frac{dI}{ds} = zyV \quad \text{car } \frac{dI}{ds} = yV \quad (4.21)$$

Idem pour la deuxième équation de la formule (4.20), une différenciation par rapport à, la variable longueur  $s$  donne lieu à :  $\frac{d^2I}{ds^2} = y \frac{dv}{ds} = zyI$  (7.4) (4.22)

Les résolutions des équations différentielles (4.21) et (4.22) sont similaires. Prenant l'équation (4.21) et posant :  $zy = \gamma^2$  on aura :

$$\frac{d^2v}{ds^2} = \gamma^2 V \quad (7.4.1) \quad (4.23)$$

C'est une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants. La solution générale de cette équation a la forme suivante :

$$V = C_1 e^{\gamma s} + C_2 e^{-\gamma s} \quad (4.24)$$

Avec  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes arbitraires dont leurs valeurs dépendent des conditions initiales.

D'où  $C_1$  et  $C_2$  seront trouvés à partir des valeurs connues de  $V$  et  $I$  en quelques points de la ligne.

Pour trouver la valeur de  $I$  ou dérive l'équation (4.24) par rapport à  $s$  soit :

$$\frac{dv}{ds} = \gamma C_1 e^{\gamma s} - \gamma C_2 e^{-\gamma s} ,$$

$$\text{Or } \frac{dv}{ds} = IZ \text{ Donc : } IZ = \gamma C_1 e^{\gamma s} - \gamma C_2 e^{-\gamma s}$$

D'où, le courant est :

$$I = \frac{\gamma}{Z} (C_1 e^{\gamma s} - C_2 e^{-\gamma s}) ,$$

$$I = \frac{\sqrt{Zy}}{Z} (C_1 e^{\gamma s} - C_2 e^{-\gamma s}) = \sqrt{\frac{y}{Z}} (C_1 e^{\gamma s} - C_2 e^{-\gamma s}), \quad (4.25)$$

Pour déterminer les valeurs des constantes  $C_1$  et  $C_2$ , on utilise les valeurs de la tension  $V$  et du courant  $I$  au niveau du récepteur. Donc quand  $S=0$  ces valeurs sont  $V_r$  et  $I_r$  respectivement. Dans les équations (4.24) et (4.25) pour  $S=0$  on aura :

$$V_r = C_1 + C_2, \quad I_r = \sqrt{\frac{y}{Z}} (C_1 - C_2)$$

D'où les valeurs de constantes  $C_1$  et  $C_2$  sont :

$$C_1 = \frac{1}{2} \left[ V_r + \sqrt{\frac{Z}{y}} * I_r \right] = \frac{1}{2} (V_r + Z_0 \cdot I_r) ,$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \left[ V_r + \sqrt{\frac{Z}{y}} * I_r \right] = \frac{1}{2} (V_r - Z_0 \cdot I_r) ,$$

$$\text{Avec : } Z_0 = \sqrt{\frac{y}{Z}} .$$

D'où les équations de la tension  $V$  et du courant  $I$  en tout point intermédiaire dans le réseau et distant de  $s$  du Récepteur :

$$V = \frac{1}{2} (V_r + Z_0 * I_r) e^{\gamma s} + \frac{1}{2} (V_r - Z_0 * I_r) e^{-\gamma s} \quad (4.26)$$

$$I = \frac{1}{2} \left( I_r + \frac{V_r}{Z_0} \right) e^{\gamma s} + \frac{1}{2} \left( I_r - \frac{V_r}{Z_0} \right) e^{-\gamma s} \quad (4.27)$$

### IV.5.3 Interprétation physique des équations de la ligne longue

Dans les équations (4.26) et (4.27) les quantités  $Z$  et  $y$  sont des complexes,  $\gamma = \sqrt{Zy}$  est aussi un complexe, d'où on peut écrire :

$\gamma = \alpha + j\beta$  dont  $\alpha$  et  $\beta$  sont des nombres réels positifs :

$$e^{\gamma s} = e^{(\alpha + j\beta)s} = e^{\alpha s} * e^{j\beta s} ,$$

Le terme  $e^{\alpha s}$  est réel et varie d'une façon exponentielle. Donc pour le deuxième terme ( $e^{j\beta s}$ ), on peut écrire :

$$e^{j\beta s} = \cos \beta_s + j \sin \beta_s = 1 \angle \beta s ,$$

L'opérateur  $e^{j\beta s}$  à une amplitude de 1 (unité) pour toute valeur de  $s$  mais dispose d'un angle qui croît avec la longueur  $s$ . Il est donc clair que pour une distance unitaire le long de la ligne, l'angle du nombre  $e^{j\beta s}$  change de  $\beta$  radians.

On observe que le facteur exponentiel  $e^{\alpha s}$  pris à part peut changer uniquement l'amplitude d'un taux de  $e^{\alpha}$  par unité de longueur de la ligne. Le second facteur exponentiel  $e^{j\beta s}$  garde son amplitude constante mais change sa phase de  $\beta$  radians par unité de longueur de la ligne. Donc le facteur  $e^{\alpha s}$  peut être considéré comme opérateur d'amplitude et le facteur  $e^{j\beta s}$  est l'opérateur rotationnel.



Aussi, si un phaseur fonctionne par le facteur  $e^{\gamma s}$  et son amplitude et sa phase changent à cause des explications données pour  $e^{\gamma s}$ .

Comme on procède des récepteurs à la source pour balayer la longueur de la ligne, direction au  $s$  s'accroît (de  $s=0$  à  $s=S$ ), l'amplitude de la tension dans l'équation (4.26), la partie  $\frac{1}{2}(V_r + Z_0 \cdot I_r)e^{\gamma s}$  croît exponentiellement au rapport  $e^\alpha$  par unité de longueur de la ligne. Par contre la phase du phaseur tension avance avec  $\beta$  radians par unité de longueur.

D'autre part, si on parte de la source au récepteur pour le balayage de la longueur totale  $S$  qui décroît vers  $s=0$ , cette composante de la tension,  $(\frac{1}{2}(V_r - Z_0 * I_r)e^{\gamma s})$ , décroît en amplitude et retarde en phase ce qui implique que c'est la caractéristique d'une onde de propagation qui décroît en amplitude et retarde en phase de long de la direction de propagation. Ce terme, représente une onde de tension générée à la source et qui se propage en direction du récepteur de la ligne. Cette composante de la tension est appelée l'onde de tension incidente. (Idem :  $\frac{1}{2}(I_r + \frac{V_r}{Z_0})e^{\gamma s}$  est l'onde de courant incident qui se propage de la source vers le récepteur).

Maintenant :  $e^{-\gamma s} = e^{-(\alpha+j\beta)s} = e^{-\alpha s} * e^{-j\beta s}$ , quand  $s$  augmente (de  $s=0$  à  $s=S$ ), le module  $e^{-\alpha s}$  décroît. On a aussi  $|e^{-j\beta s}| = 1$  mais produit une rotation opposée à  $e^{j\beta s}$ , il retarde la phase du phaseur par  $\beta$  radians par unité de distance. Donc, quand la valeur  $\frac{1}{2}(V_r - Z_0 * I_r)$  est multipliée par  $e^{-\alpha s}$  son module décroît, mais quand elle est multipliée par  $e^{-j\beta s}$  sa phase se retarde par  $\beta$  radians par unité de longueur de la ligne et ce en se déplaçant du récepteur vers la source. Donc,  $\frac{1}{2}(V_r - Z_0 * I_r)e^{-\gamma s}$  représente une onde qui décroît en amplitude exponentiellement avec la distance  $s$  et retardée en phase quand elle se propage du récepteur à la source. Cette composante de la tension (idem pour courant :  $\frac{1}{2}(I_r - \frac{V_r}{Z_0})e^{-\gamma s}$ ) est appelée l'onde réfléchie.

En final, la tension  $V$  est la superposition de deux ondes : une onde incidente plus onde réfléchie. La valeur instantanée de la tension  $V$  ou du courant  $I$  en un point de la ligne (onde Incidente + onde réfléchie en ce point) n'est pas une onde qui se propage mais c'est une onde stationnaire.

#### IV.5.4 Constante de propagation

On a vu que  $\gamma = \sqrt{ZY}$  gouverne la propagation des composantes des deux ondes (incidente et réfléchi) dans l'équation de la tension et du courant. Ce coefficient a été nommé la constante de propagation. Il est tout à fait déjà expliqué que la partie réelle de cette constante de propagation,  $Re[\gamma] = \alpha$  : détermine le changement de l'amplitude (module) par unité de longueur de la ligne, donc  $\alpha$  c'est la constante d'**atténuation** qui en *Neper* par unité de longueur de la ligne. Par contre, la partie imaginaire de la constante de propagation,  $Im[\gamma] = \beta$  : détermine le changement de la phase de l'onde par unité de longueur de la ligne. C'est la constante de **phase** ou constante de longueur d'onde  $\beta$  qui s'exprime en **radians** par unité de longueur de la ligne. La valeur numérique est  $\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)}$ .

#### IV.5.5 Longueur d'onde et vitesse de propagation

La valeur particulière de la longueur de la ligne pour laquelle la tension ou la courant aura une phase de  $2\pi$  radians est appelée la longueur d'onde. Cette valeur est représentée par  $\lambda$  qui est déterminée par :  $\beta\lambda = 2\pi$  en radians. Donc par définition, la longueur d'onde vaut :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \text{ en mètres.}$$

La vitesse de propagation est alors donnée par :  $V_p = \lambda * \frac{1}{T} = \lambda * f$  (m/s) ce qui donne lieu à :

$$V_p = \frac{2\pi}{\beta} * f = \frac{\omega}{\beta} \text{ (m/s).}$$

Avec  $f = 1/T$  est la fréquence de propagation de l'onde.

#### IV.5.6 L'impédance caractéristique de la ligne longue

Du moment où  $y$  et  $Z$  sont des complexes, la quantité  $Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{y}}$  est un nombre complexe qui a la dimension d'une impédance (analyse directionnelle) :

$$\left[ \sqrt{\frac{Z}{y}} \right] = \left[ \sqrt{\frac{\text{Ohms/unité\_long}}{\text{Siemens/unité\_long}}} \right] = \text{ohms}$$

$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{y}} = \sqrt{\frac{Z \cdot S}{y \cdot S}} = \sqrt{\frac{Z}{y}} = \sqrt{\frac{r+j\omega l}{g+j\omega c}}$  . Cette quantité dépend clairement des paramètres de la ligne d'où la dénomination impédance caractéristique de la ligne. Elle est indépendante de la longueur de la ligne mais dépendante du rayon et l'inter-distance entre conducteurs (voir chapitre II). On peut d'une façon similaire définir l'admittance caractéristique de la ligne par :

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \sqrt{\frac{y}{Z}} = \sqrt{\frac{yS}{ZS}} = \sqrt{\frac{y}{Z}} .$$

Comme cas spécial très récurrent dans les calculs des réseaux électrique, pour une résistance nulle  $r = 0$  et conductance nulle  $g = 0$  on aura l'impédance naturelle de la ligne :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{l}{c}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

#### IV.5.7 Forme hyperbolique des équations de la ligne

En math, on a :  $\sinh \theta = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2}$ ,  $\cosh \theta = \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2}$ . On avait l'équation de la tension de ligne :  $V = \frac{1}{2}(V_r + Z_0 \cdot I_r)e^{\gamma s} + \frac{1}{2}(V_r - Z_0 \cdot I_r)e^{-\gamma s}$ . En réarrangeons les termes de cette équation on trouve :

$$V = V_r \left( \frac{e^{\gamma s} + e^{-\gamma s}}{2} \right) + Z_0 \cdot I_r \left( \frac{e^{\gamma s} - e^{-\gamma s}}{2} \right),$$

D'où la notation hyperbolique de l'équation de la tension de la ligne :

$$V = V_r \cosh \gamma_s + Z_0 \cdot I_r \sinh \gamma_s, \text{ (Volt)}$$

$$\text{Idem pour le courant : } I = I_r \cosh \gamma_s + \frac{V_r}{Z_0} \sinh \gamma_s, \text{ (Ampère),}$$

Ces équations sont les équations générales de la tension V et du courant I à toutes distance s du récepteur de la ligne, la valeur de V et I au niveau de la source sont pour  $s=S$ , soit pour  $s=S$ , la tension  $V=V_s$  et le courant  $I=I_s$ , d'où :

$$\begin{cases} V_s = V_r \cosh \gamma_s + Z_0 \cdot I_r \sinh \gamma_s \\ I_s = I_r \cosh \gamma_s + \frac{V_r}{Z_0} \sinh \gamma_s \end{cases} ,$$

On définit ainsi les paramètres **ABCD** comme suit :

$$A = \cosh \gamma_s, \quad B = Z_0 \sinh \gamma_s, \quad C = \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma_s, \quad D = \cosh \gamma_s$$

D'où :  $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$ , ces équations sont utilisées pour évaluer la performance des lignes longues, les constantes **ABCD** sont appelées paramètres de transport ou paramètres de chaîne. Dans les équations ou figurent les constantes **ABCD**, les valeurs de tension sont obligatoirement en Volts et doivent être prise par rapport au neutre (tensions simples).

#### IV.5.8 Evaluation des paramètres ABCD d'une ligne longue

Du moment où les arguments des formes hyperboliques sont des complexes ( $\gamma$ :complexe), l'évaluation ne se repose pas sur les tables usuelles des fonctions hyperboliques. Les méthodes ci-après sont utilisées pour calculer les fonctions hyperboliques  $\cosh \gamma_s$  et  $\sinh \gamma_s$  pour déterminer les paramètres **ABCD** de transport de la ligne.

##### IV.5.8.1 Utilisation des complexes exponentiels

$$\cosh \gamma_s = \cosh(\alpha_s + j\beta_s) = \frac{1}{2} [e^{\alpha_s} * e^{j\beta_s} + e^{-\alpha_s} * e^{-j\beta_s}],$$

$$\cosh \gamma_s = \frac{1}{2} [e^{\alpha_s} \angle \beta_s + e^{-\alpha_s} \angle -\beta_s],$$

$$\text{Et } \sinh \gamma_s = \frac{1}{2} [e^{\alpha_s} \angle \beta_s - e^{-\alpha_s} \angle -\beta_s],$$

$$\text{De } \gamma = \sqrt{Zy} \rightarrow \gamma_s = \sqrt{Z * S * y * S} = \sqrt{Zy},$$

$$\text{Et } Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{y}} = \sqrt{\frac{Z*S}{y*S}} = \sqrt{\frac{Z}{y}},$$

Les constantes **ABCD** sont alors :

$$A = \cosh \gamma_s = \cosh \sqrt{Zy},$$

$$B = Z_0 \sinh \gamma_s = Z_0 \sinh \sqrt{Zy},$$

$$C = \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma_s = \frac{1}{Z_0} \sinh \sqrt{Zy},$$

$$D = \cosh \gamma_s = \cosh \sqrt{Zy},$$

##### IV.5.8.2 Utilisation des identités

Séparation des réels et des imaginaires comme suit :

$$\cosh \gamma_s = \cosh(\alpha_s + j\beta_s) = \cosh \alpha_s * \cosh \beta_s + j \sinh \alpha_s * \sinh \beta_s ,$$

$$\sinh \gamma_s = \sinh(\alpha_s + j\beta_s) = \sinh \alpha_s \cosh \beta_s + j \cosh \alpha_s * \sinh \beta_s ,$$

Nb : l'unité de  $\beta_s$  est le radian.

### IV.5.8.3 Utilisation des séries de puissance

$$\cosh \gamma_s = 1 + \frac{(\gamma_s)^2}{2!} + \frac{(\gamma_s)^4}{4!} + \dots ,$$

$$\sinh \gamma_s = \gamma_s + \frac{(\gamma_s)^3}{3!} + \frac{(\gamma_s)^5}{5!} + \dots ,$$

Ces séries convergent rapidement pour des valeurs de  $\gamma_s$  toujours trouvées des lignes de puissance. Une précision suffisante peut être obtenue par prise uniquement des deux premiers termes comme suit :

$$\cosh \gamma_s = 1 + \frac{(\gamma_s)^2}{2!} = 1 + \frac{ZY}{2}$$

$$\sinh \gamma_s = \gamma_s + \frac{(\gamma_s)^3}{3!} = \sqrt{ZY} + \frac{(\sqrt{ZY})^3}{6} = \sqrt{ZY} \left( \frac{1+ZY}{6} \right)$$

Ces approximations sont satisfaisantes pour des lignes aériennes au-delà de 500 Km.

$$D'où : A = D = 1 + \frac{ZY}{2} , B = Z_0 \sinh \gamma_s = Z \left( \frac{1+ZY}{6} \right) , = \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma_s = Y \left( \frac{1+ZY}{6} \right) ,$$

### IV.5.9 Effet FERRANTI :

Une ligne longue de transport a une large capacitance. Si cette ligne est mise à vide (circuit ouvert) ou fortement chargée (impédance infinie ;  $I_r \approx 0$ ), l'amplitude de la tension  $V_r$  devient plus importante que  $V_s$  : ce phénomène est appelé effet FERRANTI. Cet effet est du au courant de chargement capacitif de la ligne. Le courant de chargement capacitif est égale au courant  $I_s$  lorsque la charge est déconnectée et la ligne est sous tension nominale de la source  $V_s$ . Soit le modèle  $\pi$ -norme d'une ligne longue :

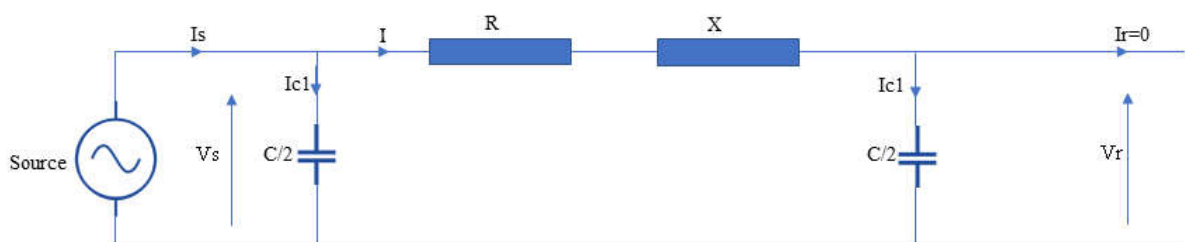


Figure 4.10 : Modèle en  $\pi$ -norme d'une ligne longue.

Le diagramme de phaseurs est :

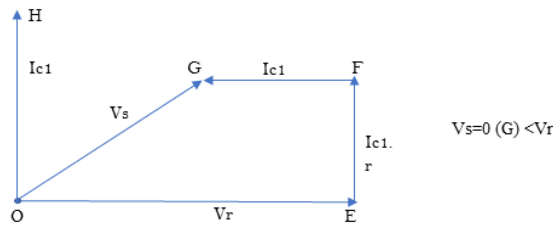


Figure 4.11 : digramme des phaseurs d'une ligne longue en Modèle en  $\pi$ -norme.

En pratique, la capacitance est uniformément distribuée le long de la ligne. Par ailleurs de la source à la charge, la tension augmente d'un point à un autre point et en final la tension  $V_r$  sera assez élevée que  $V_s$ . Dans l'étude du model  $\pi$ -norme on avait (voir les ligne moyenne):

$$V_s = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r + Z \cdot I_r ,$$

$$\text{Sans charge : } I_r = 0 \rightarrow V_s = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r,$$

D'où :  $V_s - V_r = \frac{ZY}{2} V_r$ , avec  $Z = (r + j\omega) \cdot S$  et  $Y = j\omega C$ . Si on néglige la résistance  $r$  on aura :  $Z = j\omega * S$ , d'où :  $V_s - V_r = \frac{1}{2} (j\omega S)(j\omega CS) V_r = -\frac{1}{2} \omega^2 S^2 lC$ .

Pour les lignes aériennes  $\frac{1}{\sqrt{lC}}$  : vitesse de propagation des ondes électromagnétiques est égale à la vitesse de la lumière de  $3 * 10^8$  m/s, d'où :

$$V_s - V_r = -\frac{1}{2} (2\pi f)^2 S^2 \frac{1}{3 * 10^8} V_r = -\left(\frac{4\pi}{18} * 10^{-16}\right) \cdot f^2 \cdot S^2 \cdot V_r$$

De cette dernière formule, il est clair que  $V_s - V_r < 0$  donc  $V_r > V_s$  ce qui explique bien l'effet FERRANTI.

#### IV.5.10 Augmentation de l'impédance de chargement

Une ligne de transport peut être considérée comme une génératrice de puissance réactive (VAR) dans avec sa capacitance shunt et consommatrice de puissance réactive par son inductance série. La charge qui réalise l'égalité entre puissance réactive produite et consommée par ligne est appelée l'impédance de charge augmentée (ICA).

Soient :

- $V$  : tension au niveau récepteur,
- $I$  : courant de phase,
- $X_L$  : réactance inductive série par phase,
- $X_C$  : réactance capacitive shunt par phase,
- $Z_0$  : impédance de chargement par phase,

La puissance réactive générée par la ligne et par phase est égale à  $\frac{V^2}{X_C} = V^2 \cdot \omega \cdot C$  et la puissance réactive consommée par ligne  $= I^2 X_L = I^2 \cdot \omega \cdot L$  par phase.

Sous conditions de charge naturelle :  $I^2 X_L = \frac{V^2}{X_C}$  donc :  $V^2 \cdot \omega \cdot C = I^2 \omega L$  ce qui donne

$$\text{lieu à : } \frac{V}{I} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0 ,$$

Pour cette charge  $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$  la tension de charge et le courant de charge sont en phase en tout point du réseau. Sous ces conditions la ligne se termine vers sa charge  $Z_0$  qui est purement résistive. Sous ces conditions aussi la puissance délivrée par la ligne est appelée ICA.

Dans ICA d'une ligne peut être définie comme la puissance délivrée par cette ligne une charge résistive pure égale à l'impédance de chargement  $Z_0$ . Si  $P_0$  est la charge naturelle (ICA) de la ligne par phase on a :

$P_0 = V \cdot I \cdot \cos \varphi$ , avec  $\cos \varphi = 1$  (charge réactive) on aura :

$$P_0 = VI = V \frac{V}{Z_0} = \frac{V^2}{Z_0} \text{ w/phase,}$$

On a la tension de ligne  $V_L = \sqrt{3} V$  et la charge naturelle totale est égale :

$$3P_0 = \frac{3V^2}{Z_0} = \frac{V_L^2}{Z_0} \text{ (w),}$$

Si  $kV_L$  est la tension de la charge en kilovolts alors :

$$ICA = \frac{(kV_L)^2}{Z_0} \text{ (MW)}$$

Cette formule montre qu'ICA est indépendante de la longueur de la ligne et dépend uniquement de la tension de ligne. En pratique ICA est toujours inférieur de puissance minimale de la ligne :

Si la charge  $< ICA$  on aura une puissance réactive générée et  $V_r > V_s$ , mais Si la charge  $> ICA$  on aura une puissance réactive consommée et  $V_r < V_s$ .



# *Chapitre V*

## **Constantes Générales d'un Réseau Electrique**

## V.1 Introduction [6, 7]

Un réseau contenant deux entrées et deux sorties est dénommé un quadripôle (Two-Port Network).



Figure 5.1 : Représentation d'un réseau électrique en quadripôles.

Un réseau contenant plusieurs sources d'énergie électrique est dénommé un réseau actif sinon c'est un réseau passif ne contenant que des éléments passifs (R, L et C). Un réseau est dit linéaire si les impédances de ses éléments sont indépendantes de la quantité de courants les traversant ou de la tension à leurs bornes. Un réseau bilatéral laisse passer un égal courant dans ces deux directions.

Dans une base de représentation unifilaire (phase-neutre), une ligne de transport chargée symétriquement est à considérer comme un réseau quadripôles passif, linéaire et bilatérale.

Dans un réseau en quadripôles, les tensions et courants sinusoïdaux en régime permanent sont liés par la relation :

$$\begin{cases} V_s = A \cdot V_r + B \cdot I_r \\ I_s = C \cdot V_r + D \cdot I_r \end{cases} \quad (5.1)$$

Avec  $V_s/V_r$  et  $I_s/I_r$  dont les tensions et les courants à l'entrée/Sortie du réseau respectivement.

Dont  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont les constantes générales de réseau du système (aussi appelés comme par paramètres de transport, paramètres de chaîne, constants auxiliaires du réseau...). Ces constantes sont des nombres complexes :

- $A$  et  $D$  sont sans dimensions.
- $B$  a la dimension d'une impédance en  $\Omega$ .
- $C$  a la dimension d'une admittance en Siemens.

En notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Avec  $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$  : Matrice de transport du réseau.

La méthode des constantes générales d'un réseau est utilisée dans l'analyse des réseaux électriques : dessiner les diagrammes de cercle de puissance, déterminer les constantes équivalentes de plusieurs réseaux combinés et est très utiles dans l'analyse des systèmes de puissance.

## V.2 Réseaux en cascades

Soit les deux réseaux en cascade (en série) représentés en quadripôles avec leurs constantes de réseau comme l'indique la figure 5.2 ci-après.

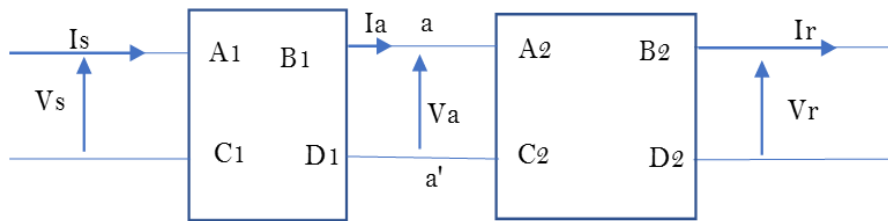


Figure 5.2 : réseau en cascade.

Le réseau équivalent de ces deux réseaux en cascade est celui schématisé en figure 5.3 avec les constantes sus-indiquées.

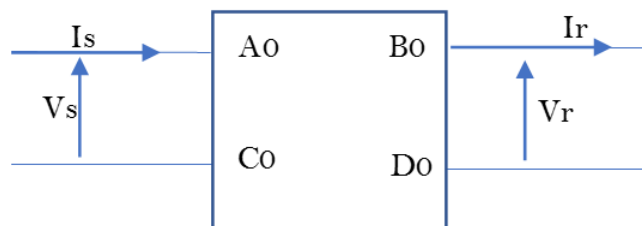


Figure 5.3 : réseau équivalent.

De la figure 5.2, on a les représentations matricielles de chaque quadripôle est :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ I_a \end{bmatrix}$$

Et :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

Leur combinaison donne lieu à :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

La figure 6.3 donne lieu à :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

Par comparaison, on obtient :

$$\begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$

Dont :

$$\begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 A_2 + B_1 C_2 & A_1 B_2 + B_1 D_2 \\ C_1 A_2 + D_1 C_2 & C_1 B_2 + D_1 D_2 \end{bmatrix}$$

Il est à noter que cette méthode est à généraliser au nombre de n réseaux en cascade à condition de tenir compte de l'ordre des réseaux en cascade. On n'a pas le droit de changer l'ordre des matrices individuelles dans le réseau initial.

### V.3 Relations entre les constantes ABCD [6, 7]

Le calcul des constantes ABCD suit la procédure ci-après.

On applique une tension  $V$  à l'entrée du réseau et on court-circuite sa sortie, on aura :  $V_r = 0$

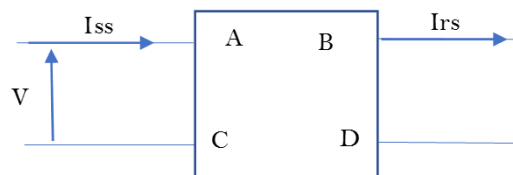


Figure 5.4 : une tension  $V$  à l'entrée du réseau et on court-circuite sa sortie.

D'où :

$$\begin{cases} V = BI_{rs} \\ I_{ss} = DI_{rs} \end{cases}$$

Maintenant, on alimente la sortie du réseau par la même tension  $V$  et on court-circuite son entrée, d'où :  $V_s = 0$ .

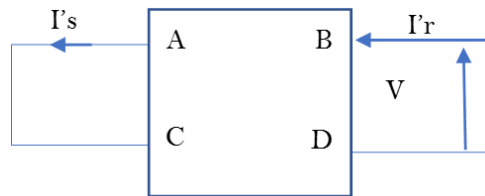


Figure 5.5 : une tension  $V$  à la sortie du réseau et on court-circuite son entrée.

Donc :

$V_s = 0 = AV - BI_r' \rightarrow I_r' = \frac{AV}{B}$  et  $-I_s' = CV - DI_r'$  puisque le réseau est passif, il est bilatéral ce qui donne :  $I_s' = I_{rs}$ .

Par combinaisons des équations précédentes :

$-I_{rs} = CV - \frac{DAV}{B}$  ce qui implique  $\left(-\frac{V}{B} = CV - \frac{DAV}{B}\right)$  d'où le déterminant:  $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = 1$ .

Pour un réseau symétrique on aura toujours :  $A = D$ .

Un réseau est symétrique s'il est électriquement identique par chaque sortie (et entrée et sortie).

## V.4 Les sorties en fonction des entrées

On a: 
$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

Puisque le déterminant de la matrice de transport est :  $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = 1$  donc la matrice est inversible.

D'où : 
$$\begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

## V.5 Les réseaux Types de transport [6, 7]

Dans plusieurs cas, un réseau à deux points peut être simplifié à un assemblage de réseaux simples (réseaux composants de base). La détermination des constantes **ABCD** utilise ainsi soit les lois de Kirchhoff ou soit la méthode des matrices.

### V.5.1 Circuit à impédance série

Le circuit à impédance  $z$  série est consigné en figure 5. C'est le cas d'une ligne courte dont on néglige la capacité et l'admittance shunt. Le modèle d'un tel réseau est :

$$\begin{cases} V_s = V_r + ZI_r \\ I_s = I_r \end{cases} \text{ soit en notation matricielle : } \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}.$$

D'où les constantes générales :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

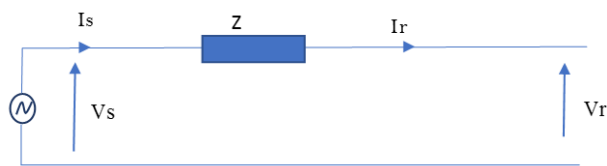


Figure 5.6 : Circuit à impédance série.

### V.5.2 Circuit en admittance shunt

Le circuit en figure 6 montre un réseau avec un admittance shunt, ce circuit peut représenter le circuit du courant magnétisant d'un transformateur ou une capacitance shunt.

$$\begin{cases} V_s = V_r \\ I_s = I_r + YV_r \end{cases}$$

$$\text{D'où } \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix},$$

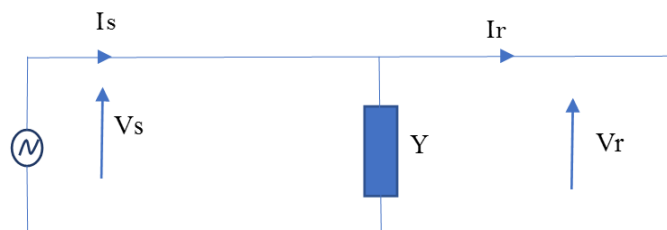


Figure 5.7 : Circuit en admittance shunt.

Ainsi les constantes générales d'un réseau en admittance shunt sont :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix},$$

### V.5.3 1/2 réseau T-Norme

La moitié d'un réseau T-Norme est présenté en figure 7.

$$\begin{cases} V_s = V_r + ZI_s = V_r + Z(I_r + YV_r) = (1 + ZY)V_r + Z I_r \\ I_s = I_r + YV_r \end{cases},$$

$$\begin{cases} V_s = (1 + ZY)V_r + Z I_r \\ I_s = YV_r + I_r \end{cases},$$

$$\text{D'où } \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + ZY & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix},$$

La méthode matricielle appliquée aux réseaux cascades :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + ZY & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix},$$

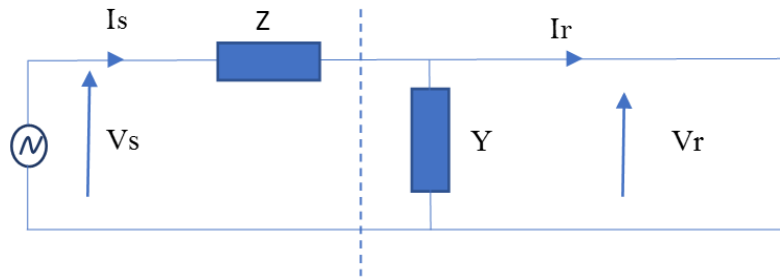


Figure 5.8 : réseau en 1/2 T-Norme.

### V.5.4 Réseau en T-Norme

Un réseau asymétrique T-Norme est illustré en figure 8.

En utilisant la méthode matricielle on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_r \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Z_s Y & Z_s + Z_r + Z_s Z_r Y \\ Y & 1 + Z_s Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

Pour un réseau symétrique T-Norme on a :

$$\begin{cases} Z_s = Z_r = \frac{1}{2}Z_T \\ Z_s + Z_r = Z_T \\ Y = Y_T \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{2}Z_T Y_T & Z_T(1 + \frac{1}{4}Z_T Y_T) \\ Y_T & 1 + \frac{1}{2}Z_T Y_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

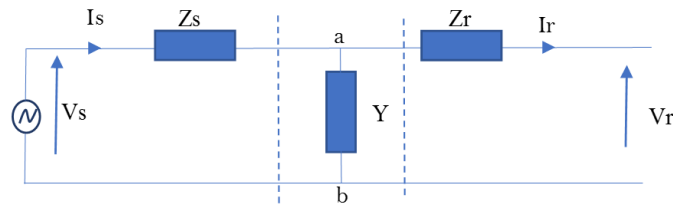


Figure 5.8 : Réseau en T-Norme.

### V.5.5 Réseau en $\pi$ -Norme

Conformément au circuit en figure 9, et en utilisant la théorie des matrices appliqué aux quadripôles en cascade, on peut aisément montrer que :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + ZY_r & Z \\ Y_s + Y_r + ZY_r Y_s & 1 + ZY_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

Ce résultat est pour un réseau asymétrique en  $\pi$ -Norme.

Pour le même réseau mais symétrique, on a :

$$\begin{cases} Y_s = Y_r = \frac{1}{2}Y_\pi \\ Z_s = Z_\pi \\ Y_s + Y_r = Y_\pi \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{2}Z_\pi Y_\pi & Z_\pi \\ Y_\pi(1 + \frac{1}{4}Z_\pi Y_\pi) & 1 + \frac{1}{2}Z_\pi Y_\pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$



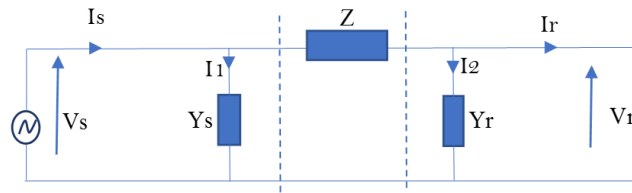


Figure 5.9 : Réseau en  $\pi$ -Norme.

### V.5.6 Transformateur idéal

La figure 10 présente le circuit électrique équivalent d'un transformateur parfait (toutes forme de perte est négligée).

Soit :  $n = \frac{N_p}{N_s}$  le rapport de transformateur :

Donc :  $V_s = nV_r$ ,  $I_s = \frac{1}{n}I_r$ ,

$$\text{Donc : } \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

D'où les constantes ABCD d'un transformateur idéal sont :

$A = n$ ,  $B = C = 0$  et  $D = \frac{1}{n}$ , ( $n = 1$ ),

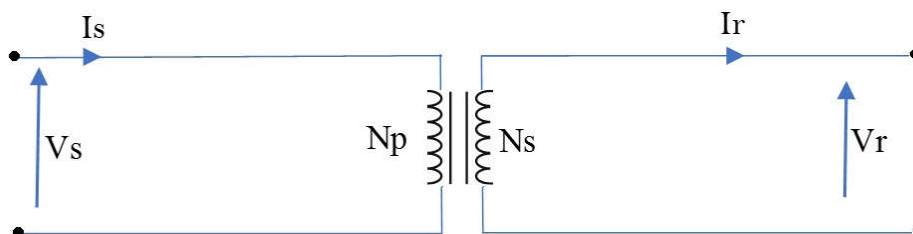


Figure 5.10 : Transformateur idéal.

### V.5.7 Transformateur réel

Le circuit équivalent d'un transformateur réel, figure 11, peut être représenté par une impédance  $Z$  et une admittance  $Y$  ramenées toutes les deux au primaire et un transformateur idéal. Les trois quadripôles peuvent connectés en cascade.

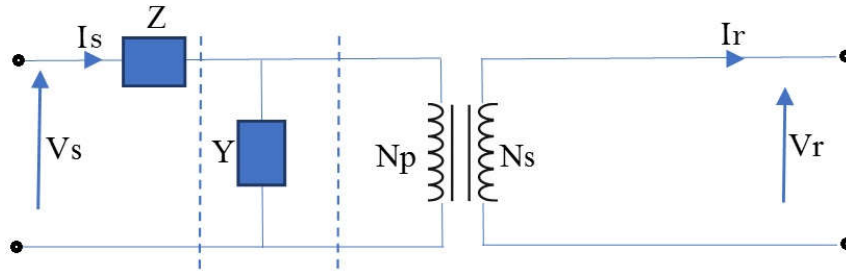


Figure 5.11 : Transformateur réel.

En utilisant les matrices de transport de trois sections en cascade, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}, \quad (n = N_p/N_s)$$

D'où la forme résultante :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n(1 + ZY) & \frac{Z}{n} \\ nY & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

### V.5.8 Ligne de transport

Nous avons vu dès le chapitre précédent, les constantes  $ABCD$  d'une ligne longue de transport à paramètres distribués et donnés par :

$$A = \cosh \gamma_s, \quad B = Z_0 \sinh \gamma_s, \quad C = \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma_s, \quad D = \cosh \gamma_s$$

Avec  $\gamma = \sqrt{ZY}$  et  $Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$  (voir chapitre précédent).

Les termes  $ABCD$  peuvent être arrangés en fonction de  $Z$  et  $Y$  comme suit :

$$\gamma_s = (ZY)^{\frac{1}{2}} * S = (ZS * YS)^{1/2} = (Z * Y)^{\frac{1}{2}}$$

$$Z_0 = \left(\frac{Z}{Y}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{ZZ}{YZ}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{Z}{(ZY)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{1}{Z_0} = \left(\frac{Y}{Z}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{YY}{ZY}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{Y}{(ZY)^{\frac{1}{2}}}$$

D'où :

$$\begin{cases} A = D = \cosh \gamma_s = \cosh (ZY)^{\frac{1}{2}} \\ B = Z_0 \sinh \gamma_s = Z \frac{\sinh (ZY)^{\frac{1}{2}}}{(ZY)^{\frac{1}{2}}} \\ C = \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma_s = Y \frac{\sinh (ZY)^{\frac{1}{2}}}{(ZY)^{\frac{1}{2}}} \end{cases}$$

Le développement en série de Taylor de ces constantes nous mène à écrire :

$$A = D = \cosh (ZY)^{\frac{1}{2}} = [1 + \frac{1}{2!} (ZY)^1 + \frac{1}{4!} (ZY)^2 + \frac{1}{6!} (ZY)^3 + \dots]$$

$$B = Z \frac{\sinh \sqrt{ZY}}{\sqrt{ZY}} = Z [1 + \frac{1}{3!} (ZY)^1 + \frac{1}{5!} (ZY)^2 + \frac{1}{7!} (ZY)^3 + \dots]$$

$$C = Y \frac{\sinh \sqrt{ZY}}{\sqrt{ZY}} = Y [1 + \frac{1}{3!} (ZY)^1 + \frac{1}{5!} (ZY)^2 + \frac{1}{7!} (ZY)^3 + \dots]$$

$$D = A .$$

### V.5.9 Exemple d'une ligne de transport avec un transfo de chaque côté

Un tel réseau est représenté par la figure 5.12 :

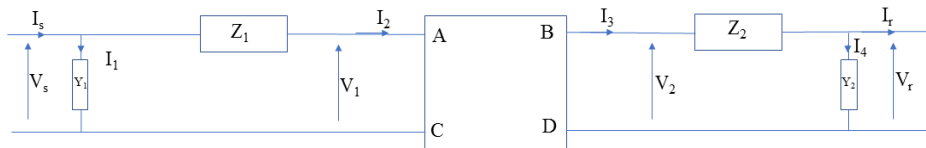


Figure 5.12 : Ligne de transport avec un transfo de chaque côté.

On peut facilement démontrer :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix},$$

Avec :

$$A_0 = A(1 + Z_2 Y_2) + B Y_2 + C Z_1 (1 + Z_2 Y_2) + D Z_1 Y_2 ,$$

$$B_0 = A Z_2 + B + C Z_1 Z_2 + D Z_1 ,$$

$$C_0 = A Y_1 (1 + Z_2 Y_2) + B Y_1 Y_2 + C (1 + Z_1 Y_1) (1 + Z_2 Y_2) + D Y_2 (1 + Z_1 Y_1),$$

$$D_0 = A Z_2 Y_1 + B Y_1 + C Z_2 (1 + Z_1 Y_1) + D (1 + Z_1 Y_1),$$

### V.6 – Réseau en parallèle :

La figure 5.13 montre deux réseaux connectés en parallèle. On cherche à remplacer les deux réseaux par la détermination d'un nouveau réseau équivalent avec les mêmes performances des deux réseaux.

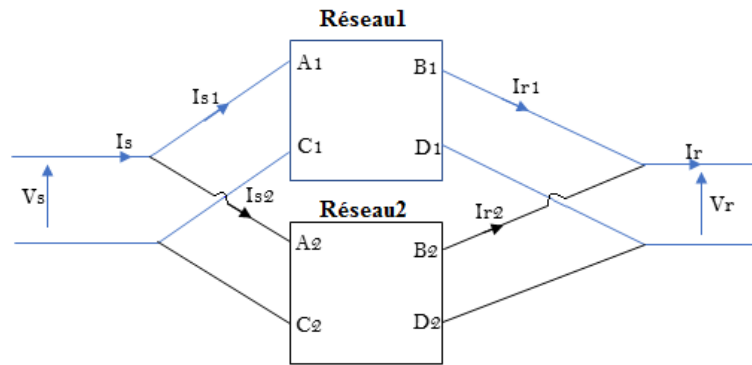


Figure 5.13 : Réseau en parallèle.

Pour le réseau 1 :

$$V_s = A_1 V_r + B_1 I_{r1} \quad (5.1)$$

$$I_{s1} = C_1 V_r + D_1 I_{r1} \quad (5.2)$$

Pour le réseau 2 :

$$V_s = A_2 V_r + B_2 I_{r2} \quad (5.3)$$

$$I_{s2} = C_2 V_r + D_2 I_{r2} \quad (5.4)$$

On a aussi :

$$I_r = I_{r1} + I_{r2} \quad (5.5)$$

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} \quad (5.6)$$

En faisant l'opération suivante en but d'avoir  $(I_{r1} + I_{r2})$  :

- Eqt. (5.1) x B2 + Eqt. (5.3) x B1 on aura :

$$V_s(B_1 + B_2) = (A_1 B_2 + A_2 B_1) V_r + B_1 B_2 (I_{r1} + I_{r2})$$

$$V_s = \frac{A_1 B_2 + A_2 B_1}{B_1 + B_2} V_r + \frac{B_1 B_2}{B_1 + B_2} I_r \quad (5.7)$$

Eq. (5.2) + Eq. (5.4) donne lieu à :

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} = (C_1 + C_2) V_r + D_1 I_{r1} + D_2 I_{r2}$$

En remplaçant  $I_{r1} = I_r - I_{r2}$  on aura :

$$I_s = (C_1 + C_2) V_r + (D_2 - D_1) I_{r2} + D_1 I_r$$

De l'équation (5.3) on tire  $I_{r2}$  :  $I_{r2} = \frac{V_s - A_2 V_r}{B_2}$

D'où :  $I_s = (C_1 + C_2)V_r + (D_2 - D_1)\frac{V_s - A_2 V_r}{B_2} + D_1 I_{r1}$

$I_s = (C_1 + C_2)V_r + \frac{(D_2 - D_1)}{B_2} V_s - \frac{A_2(D_2 - D_1)}{B_2} V_r + D_1 I_{r1}$

On remplace  $V_s$  par son équation (5.7) on aura :

$I_s = (C_1 + C_2)V_r + \frac{(D_2 - D_1)}{B_2} \left[ \frac{A_1 B_2 + A_2 B_1}{B_1 + B_2} V_r + \frac{B_1 B_2}{B_1 + B_2} I_r \right] - \frac{A_2(D_2 - D_1)}{B_2} V_r + D_1 I_{r1}$

Un réarrangement donne lieu à :

$$I_s = \left( C_1 + C_2 + \frac{(A_1 - A_2)(D_2 - D_1)}{B_1 + B_2} \right) V_r + \left( \frac{B_1 D_2 + B_2 D_1}{B_1 + B_2} \right) I_r \quad (5.8)$$

En final les constantes **ABCD** d'un réseau équivalent de deux circuits en parallèle sont :

$$A_0 = \frac{A_1 B_2 + A_2 B_1}{B_1 + B_2}, B_0 = \frac{B_1 B_2}{B_1 + B_2}, C_0 = C_1 + C_2 + \frac{(A_1 - A_2)(D_2 - D_1)}{B_1 + B_2}, D_0 = \frac{B_1 D_2 + B_2 D_1}{B_1 + B_2},$$

Cas spéciaux :

- Pour deux réseaux identiques en parallèle de même constantes **ABCD** :

$$A_0 = A, B_0 = B/2, C_0 = 2C, D_0 = D,$$

- Pour n réseaux identiques en parallèle :

$$A_0 = A, B_0 = B/n, C_0 = nC, D_0 = D.$$

# *Chapitre VI*

## **Les défauts symétriques**

## VI.1 Introduction

Normalement, un réseau électrique fonctionne sous des conditions de d'équilibre. Sous conditions anormales, présence de défauts, le système devient déséquilibré. Si une panne d'isolation des conducteurs surgit en tout point du système ou si deux conducteurs ou plus de potentiels différents rentrent en contact entre eux, un court-circuit ou défaut se produit. Le contact peut être physique ou via un arc électrique. Plusieurs raisons sont à l'origine naturel d'apparition de défauts dans un réseau d'alimentation électrique : parmi les causes sont de défaut comme la foudre, vent violent, séisme, neige, gel, ... Les générateurs, les transformateurs et les appareils de protection peuvent tomber en panne suite à des défauts d'isolement (court-circuit). D'autre défauts accidentels comme : chute d'un arbre sur la ligne, collision d'un véhicule avec une structure de réseau (support ou câble souterrain), un avion qui s'écrase sur une ligne de transport, des oiseaux court-circuitant une ligne. Les actes de sabotage peuvent aussi créer des défauts. En sus, le vieillissement des isolants et les surcharges dans les câbles souterrains provoquent aussi des courts-circuits.

Les défauts peuvent apparaitre dans différent endroits du réseau, nous intéressons qu'aux défauts affectant les lignes de transport et qui sont classifiés comme suit :

- Le court-circuit triphasé (symétrique, équilibré),
- Les défauts asymétriques (déséquilibrés).

***Défauts symétriques (Courant de court-circuit triphasé)*** : se sont les défauts dans lesquels l'impédance par phase en amont du défaut à la source est équilibrée. Ils se produisent sous formes :

- Court-circuit franc : les trois phases sont court-circuités ensembles ;
- Court-circuit de trois phases plus terre.

Ce type de défaut est équilibré dans le sens où le système reste équilibré après défaut. Sa production est rare mais c'est le type de défaut le plus dangereux du moment où il provoque de grande valeur d'intensités de courant qui peut provoquer la fusion des composants du réseau. Pour cette raison, le calcul du courant de court-circuit triphasé est à effectuer pour dimensionner le pouvoir de coupure des éléments de protection (disjonctions).

**Défauts asymétriques** : c'est là où l'impédance par phase en amont du point de défaut est asymétrique. Les défauts asymétriques affectent uniquement un ou deux conducteurs (01 ou 02 phases). Dans ce cas de figure, les tensions et les courants deviennent déséquilibrés et chaque phase doit être traitée à part pour des calculs poussés.

## VI.2 Effets des défauts

Des défauts de court-circuit peuvent endommager voire détruire un système de puissance de plusieurs façons. Ils provoquent des tensions et des courants excessifs en certains points du réseau. Des tensions trop élevées peuvent influencer le fonctionnement d'isolation et surtout en dépassant la tension de claquage tandis que les surintensités provoquent un échauffement de composants voire leurs fusions. Des surchauffes prolongées provoquent une réduction de la durée de vie des équipements. Quelque fois les défauts peuvent abaisser la tension du système en dessous des valeurs admissibles. Les défauts peuvent rendre un système triphasé anormal. Aussi ils peuvent bloquer l'écoulement de puissance et comme ils peuvent rendre le système instable. D'où la nécessité d'isoler la section de réseau en défaut dès l'apparition de défaut et le plutôt que possible. Cela permettra de garantir le fonctionnement normal pour le reste du réseau qui n'est pas affecté par ce défaut. Si on n'agit pas rapidement, les équipements peuvent être endommagés et l'alimentation sera interrompue. Les relais de protections doivent immédiatement détecter les défauts et donner l'ordre au disjoncteur pour disjoncter la section en défaut.

L'analyse des défauts dans les réseaux électriques est souvent connue sous l'étude des courants de court-circuit ou l'analyse des courts-circuits. Le but de l'analyse est de déterminer les valeurs des tensions et les courants aux différents points du réseau durant le défaut. L'analyse nous permettra de choisir le schéma de protection approprié, les relais et les disjoncteurs en but de protéger le système du fonctionnement anormal.

## VI.4 Hypothèses simplificatrices

Un calcul précis des défauts impose plus de travail et du temps. En pratique, pour le calcul des défauts symétriques, on admet les hypothèses simplificatrices suivantes :

1. Chaque machine synchrone (alternateur) est représentée (modèle) par une tension constante en série avec sa propre réactance. Cette réactance peut être la réactance subtransitoire ( $X_d''$ ), la réactance transitoire ( $X_d'$ ) ou la réactance synchrone ( $X_d$ ) en



régime stationnaire. Si on s'intéresse à déterminer le courant immédiatement après le défaut on prend  $X_d''$ . Si on désire déterminer le courant de défaut après environ 3 à 4 cycles on utilise  $X_d'$ .

2. Dans le modèle du transformateur, les éléments de la partie shunt qui sont pris en compte pour le courant magnétisant et les pertes dans le noyau magnétique sont négligées.
3. Tous les transformateurs sont considérés avec leurs enroulements normaux.
4. Dans les modèles des lignes de transport, les capacités shunts sont négligées.
5. Toutes les résistances séries dans les générateurs, lignes de transports et les transformateurs sont négligées. Cette hypothèse est toujours faite pour un calcul manuel. Avec cela, le système d'alimentation ne contient que des réactances et pourra être représenté par son plus simple diagramme de réactance simplifiée. Un calcul numérique par ordinateur ne prend pas en considération cette hypothèse.
6. Les impédances de la charge sont aussi négligées ce qui décharge le système juste avant le défaut (c.à.d. le système est en circuit au point d'apparition du défaut).

## VI.5 Le circuit équivalent de Thevenin

Le théorème de Thevenin s'annonce comme suit : « un réseau constitué de sources (tensions et courants) et des impédances peut être remplacé aux bornes de n'importe qu'elle deux point « a-b » par un simple réseau formé par une source de tension  $V_T$  en série avec une impédance  $Z_T$ . La tension de la source  $V_T$  est la tension aux bornes « a-b » quand le circuit est ouvert dans la branche « a-b ». L'impédance série avec  $Z_T$  est l'impédance du réseau vue des points « a-b » quand toutes les sources sont remplacées par leurs impédances internes.  $V_T$ ,  $Z_T$  sont respectivement la tension et l'impédance de Thevenin.

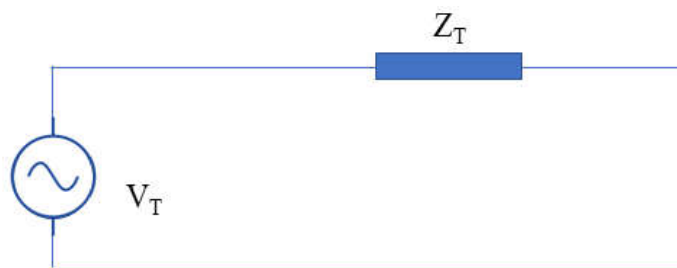


Figure 6.1 : Générateur de Thevenin.

Le théorème de Thevenin est très utilisé dans le calcul des défauts. Généralement, on sera obligé de déterminer  $Z_T$  au point de défaut. Dans la plupart des cas  $V_T$  est supposée d'être 1.0 (pu).

## VI.6 Capacité ou puissance de court-circuit

La puissance de court-circuit (SCC) d'un bus de réseau est défini comme le produit des amplitudes de la tension pré-défaut (avant apparition du défaut) et le courant post-défaut (après apparition du défaut). Elle est connue aussi (SCC) par le niveau du défaut.

$$|SCC| = V_0 |I_F| \text{ en [VA]} \quad (6.1)$$

Avec  $V_0$ : la tension pré-défaut en Volts et  $I_F$ : le courant post-défaut en ampères.

Pour un défaut franc (l'impédance de défaut  $Z_F = 0$ ), le théorème de Thevenin appliqué au point de défaut donne lieu à:

$$I_F = \frac{V_T}{Z_T} \quad (6.2)$$

Avec  $Z_T$  impédance de Thevenin en Ohm et  $V_T$  Tension de Thevenin par phase en volts.

Dans notre cas  $V_T = V_0$  et la puissance de court-circuit au point de défaut vaut :

$$|SCC|_{1\phi} = |V_T| * |I_F| = \frac{|V_T|^2}{Z_T} \text{ (VA par phase)} \quad (6.3)$$

Avec  $|SCC|_{1\phi}$  est la puissance de court-circuit par phase en VA.

Or on a vu dans la théorie des unités réduites que:

$$Z_{Tpu} = Z_T * \frac{S_b}{V_b^2} \quad (6.4)$$

Avec  $S_b$  est la puissance apparente en VA de la base de calcul et  $V_b$  est la tension en V de la même base de calcul et  $Z_{Tpu}$  c'est l'impédance de Thevenin en pu.

Si  $V_T$  est choisie comme base de tension, ( $V_b = V_T$ ), alors :

$$Z_{Tpu} = Z_T * \frac{S_b}{V_T^2} \quad (6.5)$$

$$\frac{V_T^2}{Z_T} = \frac{S_b}{Z_{Tpu}} \quad (6.6)$$

Les équations (6.3) et (6.6) donnent :

$$|SCC|_{1\phi} = \frac{S_b}{Z_{Tpu}} \text{ (VA par phase)} \quad (6.7)$$

Si  $(kV_T)$  est la tension de phase en kV, l'équation (6.3) donne :

$$|SCC|_{1\phi} = \frac{(kV_T)^2}{Z_T} \text{ en MVA par phase.}$$

La puissance de court-circuit totale  $|SCC|$  pour les trois phases sera alors :

$$|SCC|_{3\phi} = 3 * |SCC|_{1\phi} = \frac{3 * |(kV_T)_p|^2}{Z_T} \text{ (MVA).}$$

Si  $(kV_T)_l$  est la tension de ligne en kV alors :  $(kV_T)_l = \sqrt{3} * (kV_T)_p$  ce qui donne :

$$|SCC|_{3\phi} = \frac{|(kV_T)_l|^2}{Z_T} \quad (6.8)$$

et

$$Z_{Tpu} = Z_T \frac{[(MVA)_b]_{3\phi}}{Z_T} \quad (6.9)$$

La combinaison des équations (6.8) et (6.9) donne lieu à :

$$|SCC|_{3\phi} = \frac{[(MVA)_b]_{3\phi}}{Z_{Tpu}} \text{ (MVA)} \quad (6.10)$$

$$(SCC)_{3\phi} = \frac{(S_b)_{3\phi}}{Z_{Tpu}} \text{ (MVA)} \quad (6.11)$$

Avec  $(S_b)_{3\phi}$  est la puissance apparente totale de base en MVA des trois phases.

La formule (8.6.11) montre que le niveau du défaut (puissance de court-circuit SCC) peut être trouvé une fois l'impédance totale en **pu** à partir de la tension d'alimentation au point de défaut est connue.

Le courant du défaut peut être déduit comme suit :

$$\sqrt{3} * V_{lb} * I_F * 10^{-6} = SCC \text{ MVA} \quad (6.12)$$

Avec  $SCC \text{ MVA}$  est la puissance de court-circuit en MVA des trois phases et Avec  $V_{lb}$  tension de ligne de base en V et  $I_F$  en A.

La formule (6.12) est utilisée pour le calcul du courant de défaut symétrique.

## VI.7 Procédure de calcul de SCC et ICC

Pour le calcul de la puissance de court-circuit SCC et le courant de court-circuit ICC on utilise la procédure suivante :

1. Tracer le schéma unifilaire (d'une phase) de tout le réseau avec indication des valeurs des différents éléments.
2. Sélectionner une base commune de puissance  $S_b$  ( en kVA ou en MVA) et convertir toutes les impédances en  $pu$  dans cette base de puissance.
3. Du schéma unifilaire du réseau, tracer le diagramme d'impédances par phase (phase-neutre) en indiquant les valeurs des résistances et des réactances en  $pu$ .
4. Calculer l'impédance totale en  $pu$  de la source au point du défaut par une analyse du circuit (Impédance total= $Z_{Th}$  vue au point de défaut).
5. Déterminer la puissance apparente (en MVA) de court-circuit et le courant de court-circuit par les équations (8.6.11) et (8.6.12).

## VI.8 Les transformations STAR-DELTA et DELTA-STAR

Dans les calculs des réseaux, on est parfois astreint de passer d'une connexion étoile à une connexion triangle et vice versa. Ces transformations sont utilisées pour réduire le réseau :

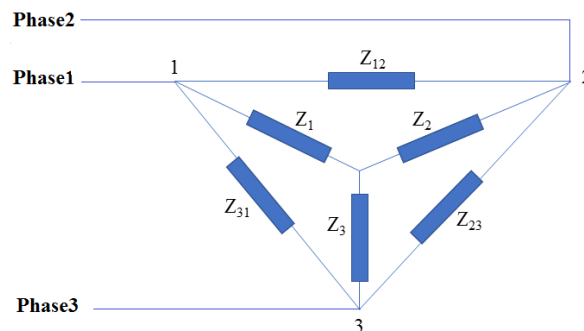
La figure 8.1 illustre le passage d'une connexion étoile à celle d'un triangle ou l'inverse. Le passage d'une telle configuration à l'autre est régit par les deux points suivants :

- 1) Transformation DELTA-STAR ( $\Delta \rightarrow Y$ ):

$$Z_1 = \frac{Z_{12} * Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}, Z_2 = \frac{Z_{12} * Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}, Z_3 = \frac{Z_{23} * Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

- 2) STAR-DELTA ( $Y \rightarrow \Delta$ ):

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 * Z_2}{Z_3}, Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 * Z_3}{Z_1}, Z_{31} = Z_3 + Z_1 + \frac{Z_3 * Z_1}{Z_2}$$



## VI.9 Régime transitoire dans un circuit R-L

La figure 8.2 représente un circuit électrique constitué d'une résistance R et d'une inductance L avec l'interrupteur S le tout en série avec une source d'alimentation. Ce circuit est utilisé en électricité pour l'étude du régime transitoire dans un circuit appelé circuit R-L.

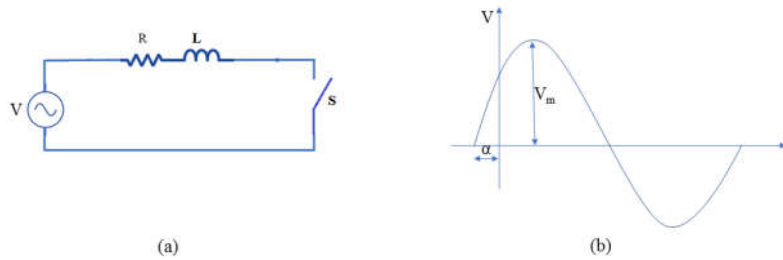


Figure 6.3 : (a) Circuit R-L série, (b) Onde de tension V.

Par le biais de S, on applique soudainement la tension sinusoïdale  $v = V_m \sin(\omega t + \alpha)$  de tension maximale  $V_m$ . Après avoir fermé l'interrupteur S on aura :

$$v = v_R + v_L \rightarrow Ri + L \frac{di}{dt} = V_m \sin(\omega t + \alpha) \quad (6.13)$$

Avec  $v_R$  est la tension aux bornes de la résistance R,  $v_L$  est celle aux bornes de l'inductance L en volts et  $i$  est le courant parcourant le circuit.

La solution de cette équation différentielle est constituée de deux parts :

$$i = i_n + i_f \quad (6.14)$$

Avec :  $i_n$  réponse naturelle ou permanente (libre, sans second ordre, solution générale de l'équation homogène, source court-circuitée) et  $i_f$  : la réponse forcée ou transitoire (solution particulière).

La résolution des équations différentielles donne lieu a :

$$i_n = k * e^{-R/L * t}, \text{ k constante arbitraire} \quad (6.15)$$

$$i_f = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t + \alpha) ; Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \varphi = \tan^{-1}(\omega L/R) \quad (8.9.4)$$

Les conditions initiales seront appliquées à la réponse totale. Dans notre cas, à l'instant de la fermeture du switch on a :

$i = 0$  à  $t = 0$  d'où l'équation (6.15) nous donne :

$$0 = ke^0 + \frac{V_m}{Z} \sin(0 + \alpha - \varphi)$$

Ce qui donne la valeur de la constante :  $k = -\frac{V_m}{Z} \sin(\alpha - \varphi)$ .

L'équation (6.15) devient alors :

$$i = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \frac{V_m}{Z} \sin(\alpha - \varphi) e^{-R/L \cdot t} \quad (6.16)$$

Dans cette équation (6.16), on voit les deux composantes de  $i$  :

1. La composante du régime permanent (réponse forcée)  $i_f$  donnée par :

$$i_f = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t + \alpha - \varphi) \quad (6.17)$$

2. La composante de régime transitoire, décroissance exponentielle (réponse naturelle)  $i_n$  donnée par :

$$i_n = -\frac{V_m}{Z} \sin(\alpha - \varphi) e^{-R/L \cdot t} \quad (6.18)$$

On peut aisément discuter selon les valeurs de  $\alpha$  et  $\varphi$ , par exemple les cas : ( $\alpha = \varphi$  et  $\alpha - \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ ).

## VI.10 Court-circuit brusque à la sortie (l'induit) d'un générateur triphasé de courant

La figure 8.3 illustre un court-circuit violent à la sortie d'un alternateur est son circuit équivalent.

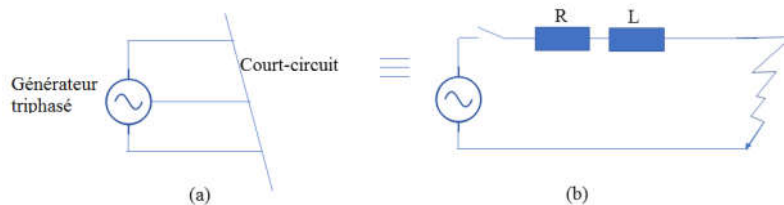


Figure 6.4 : (a) générateur synchrone 3 $\Phi$  sujet d'ICC 3 $\Phi$  symétrique, (b) circuit équivalent par phase.

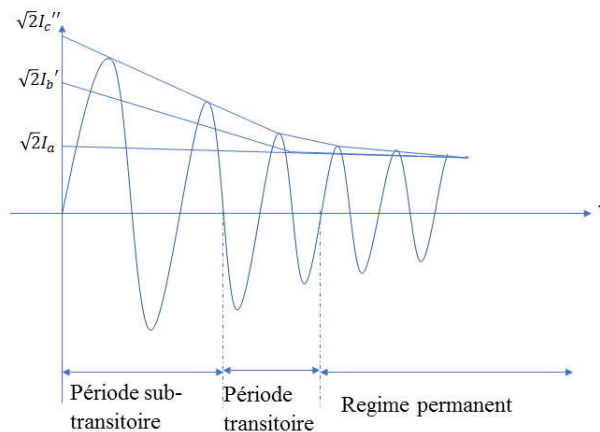
Le courant circulant dans une générateur synchrone triphasé quand ses sorties sont court-circuitées est similaire au courant circulant dans un circuit R-L série quand une tension sinusoïdale lui y est appliquée subitement (fig. 6.4).

On suppose que la réactance  $X_L = 2\pi fL$  reste constante. Le générateur aura une réactance variable dans le temps qui change de  $X_d''$  à  $X_d'$  et finalement à  $X_d$ .

Considérons un générateur trois phases à vide tournant à la vitesse de synchronisme et parcouru par un courant de champ constant. Subitement les trois phases sont court-circuitées. Le court-circuit est que chaque phase est composée d'une composante permanente (AC) et d'une composante transitoire (DC). Du moment que les tensions des trois phases ont un déphasage de  $120^\circ$  entre eux, l'angle  $\alpha$  (de la solution transitoire) est différents dans les trois phases. Ceci dit que le court-circuit se produit en points sur l'onde tension sur chaque phase.

Conformément à la figure 6.5, qui donne l'évolution du courant de court-circuit à la sortie d'un alternateur triphasé, et dans une situation pratique, nous ignorons dans quel cycle sinusoïdal le défaut se produit et nous sommes dans l'incapacité de prédire la quantité de l'offset ( $i_n$ ). Pour cette raison on néglige la composante (DC) de la forme d'onde du courant.

La figure 6.5 montre un courant de court-circuit pour une phase dans un générateur synchrone avec la composante d'offset négligée.



*Figure 6.5 : le courant de court-circuit ICC symétrique pour une phase d'un générateur synchrone.*

L'enveloppe enveloppant la forme de courant en sinusoïdale est nommée le courant de court-circuit ICC symétrique de l'armature (induit de la machine). Le cycle de l'onde courant ICC est à diviser en 03 périodes (voir la notice technique de la machine) :

- a) Période subtransitoire : cette période dure uniquement environ deux cycles. Durant ce temps le courant décroît rapidement.

- b) Période transitoire : dure environ trois cycles. Ici le courant décroît lentement.
- c) Période régime permanent : le courant atteint sa valeur permanente.

Conformément à la figure 8.4, on aura la valeur du ICC comme suit :

$$I'' = \frac{Oc}{\sqrt{2}} = \frac{E_0}{X''_d} : \text{Valeur efficace du courant sub-transitoire,}$$

$$I' = \frac{Oa}{\sqrt{2}} = \frac{E_0}{X'_d} : \text{Valeur efficace du courant transitoire,}$$

$$I = \frac{Ob}{\sqrt{2}} = \frac{E_0}{X_d} : \text{Valeur efficace du courant permanent.}$$

Avec  $E_0$  est la tension d'excitation de l'induit de la machine synchrone.

## VI.11 Considération sur le courant de pré défaut de charge

En générale le courant de défaut est beaucoup supérieur au courant de charge dont on néglige de dernier dans les calculs des défauts. Mais, dans des cas précis, il est nécessaire d'en y prendre charge et on ne peut pas prendre la même tension dans tous les bus. Cependant, toutes les tensions pré-défaut dans le réseau incluant les tensions pré-défaut au point de défaut démarrent de la valeur **1 pu**. Dans un cas pareil, on calcul la tension pré-défaut au point de défaut et le courant de défaut est calculé en utilisant cette tension de pré-défaut. Par superposition, le phaseur total est la somme du courant de charge et du courant défaut.

## VI.12 Réacteurs limiteurs de courant

Le courant de défaut est très grand en matière d'intensité et peut engendrer des endommagements dans les lignes et dans les équipements du réseau électrique. Les capacités d'interruption des circuits de coupures doivent supporter ces courants de défaut et doivent être largement dimensionnés pour contenir ces défauts. Le courant de défaut est limité par la réactance du réseau (impédance des générateurs, transformateurs, lignes et autres composantes du système).

Les générateurs modernes ont de large réactance pour limiter le courant de défaut (les anciens générateurs ne sont pas déjà équipés). Les niveaux (valeurs) de défaut augmentent avec l'évolution du système interconnecté. Cependant, si le réseau est large (long) ou s'il dispose d'anciens générateurs, le courant de défaut peut être au-delà des limites de sécurité par l'augmentation des réactances du système. Cette problématique peut être, gérée par



l'emplacement de réacteurs inductifs aux points stratégiques du réseau. Les réacteurs de limitation de courant sont des bobines utilisées pour limiter le courant durant la présence du défaut. Ces réacteurs ont une large valeur de réactance inductive et de faible résistance ohmique.

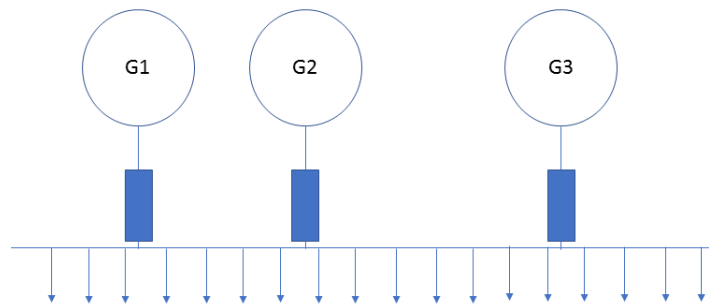
### VI.12.1 Construction des réacteurs

Pour les réacteurs à limitation de courant, il est important que la saturation magnétique à haute intensité ne réduise pas la réactance de la bobine. Les réacteurs peuvent être à noyau d'air ou noyau ferromagnétique. Le réacteur à noyau d'air ne se sature pas magnétiquement et donc leurs réacteurs sont indépendants du courant. Se sont les plus utilisés. Il existe deux types principaux : réacteur de type sec et réacteurs immergés dans l'huile.

### VI.12.2 Configurations types des réacteurs [8, 9]

Plusieurs configurations des réacteurs existent dans la littérature dont nous citons :

*a) Réacteurs -générateur :*



**Figure 6.6 :** Réacteurs associés aux générateurs.

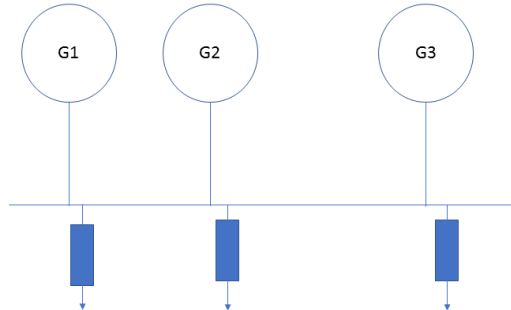
Les réacteurs (bobines) sont connectés en série avec les générateurs. Les départs d'alimentation (Feeders) sont directement tirés du jeu de barre haute tension.

Les générateur réacteurs présentent les inconvénients suivants :

- 1) Le courant de charge total dans le réacteur sous fonctionnement normal, produit une chute de tension constante et une perte de puissance sur chaque réactance.

- 2) Si un défaut survient sur le jeu de barres JB ou sur le départ près du JB, la tension du JB chute à une valeur réduite (faible) avec comme résultat le générateur perd le synchronisme et l'alimentation peut être interrompue.

**b) Réacteurs-départs d'alimentation (Feeder Reactors) :**



*Figure 6.6 : Réacteurs têtes de lignes .*

Quand les réactances sont connectées en série avec les départs d'alimentation et les JB sont nommées : réacteurs d'alimentation. Du moment que la majorité des défauts affecte les départs, un grand nombre de départs est exigés. Deux avantages principaux sont dus à cette disposition :

- 1) Si un défaut affecte un départ, la chute de tension aux bornes de sa réactance n'affecte pas la tension du JB, cependant il y a une chance minime que le générateur perd le synchronisme.
- 2) Un défaut sur un départ n'affecte pas les autres départs.

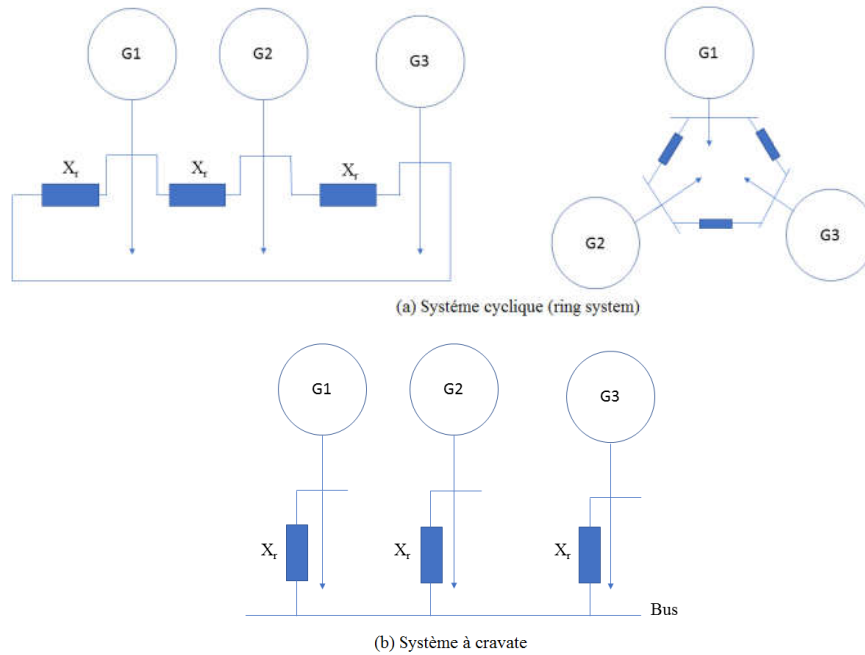
Sauf que les réacteurs-départ ont des limitations :

- 1) Il y aura une chute de tension constante et une perte de puissance constante sur chaque réactance durant les conditions de fonctionnement normal ;
- 2) Si un défaut survient sur JB, aucune protection n'est fournie aux générateurs.
- 3) Si le nombre de générateur augmente, le nombre de départ doit augmenter aussi.

**c) Réacteur-JB (Bus-bar reactors):**

Les stations de production générateurs-JB sont sectionnées et les réacteurs sont connectés entre les sections. C'est la méthode la plus couramment utilisée pour connecter les réacteurs. Deux voies sont utilisées :

- a) Système cyclique (ring système) ;
- b) Système bus à cravate (tie-bus système, tie-bar système) ;



**Figure 6.6 :** Réacteurs associés aux jeux de barres.

Sous régime normal de fonctionnement, chaque générateur alimente le départ connecté à sa propre section, et il n'y aura pas de courant à travers les réacteurs. Ainsi, ni chute de tension, ni perte de puissance aura lieu sur les réacteurs sous fonctionnement normal.

Les réacteurs JB localisent les défauts, si par exemple un défaut se produit dans un départ, c'est uniquement la section du JB ou il est connecté qui sera affectée. Les autres sections continuent le service normal.

**c) Evaluation des réacteurs :**

L'estimation des réacteurs est exprimée en MVA, la puissance conçue à être transportée à courant et tension nominaux. La réactance est exprimée en (pu) et est le ratio de la chute de tension aux bornes du réacteur au courant nominal sur la tension phase-neutre du système.

### VI.13 La puissance court-circuit (MVA) dans Tie-bus système

Comme indiqué dans la figure 6.7, Considérons un JB de stations de génération divisées en sections, à chaque section est connecté un générateur d'une réactance  $X_g$  en (pu). Chaque section JB est connectée à une JB avec une cravate commune via une réactance  $X_r$  en (pu).

Soit  $S$  la puissance en MVA produite par chaque générateur. Les valeurs réduites en (pu) sont toutes établies à la base  $S$  en MVA. L'arrangement de tel circuit est :

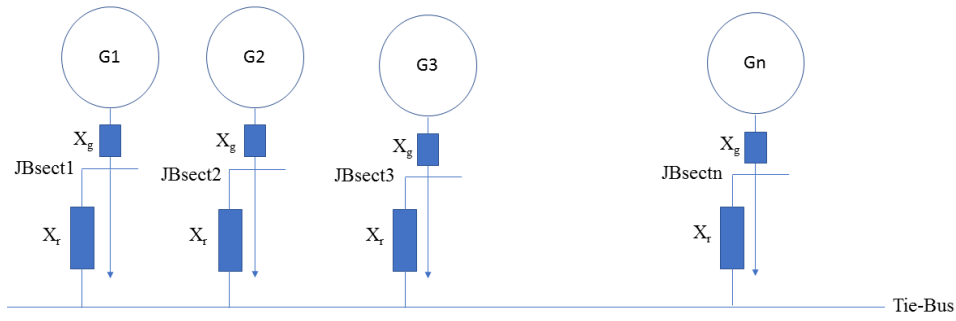


Figure 6.7 : système bus à cravate.

On suppose qu'un court-circuit symétrique triphasé se produit sur le JB section1 au point F. Le circuit équivalent après défaut devient :

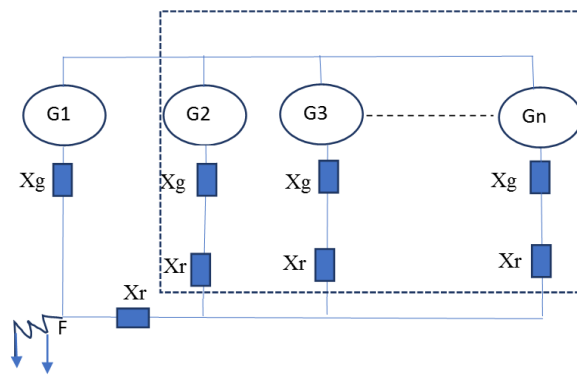


Figure 6.8 : Circuit équivalent après apparition du défaut au point F.

La réactance de chaque générateur est en série avec la réactance de son réacteur. Sauf la section1 du JB, la réactance équivalente  $X_{n-1}$  vaut :

$$X_{n-1} = \frac{1}{(n-1)}(X_g + X_r) \quad (6.19)$$

Cette réactance  $X_{n-1}$  est en série avec  $X_r$  de la section JB en défaut d'où la réactance totale  $X_T$  du circuit équivalent de Thevenin au point de défaut F vaut :

$$X_T = X_g \parallel (X_{n-1} + X_r)$$

$$\frac{1}{X_T} = \frac{1}{X_g} + \frac{n-1}{X_{n-1} + X_r} = \frac{1}{X_g} + \frac{1}{\frac{1}{(n-1)}(X_g + X_r) + X_r}$$

$$\frac{1}{X_T} = \frac{1}{X_g} + \frac{n-1}{X_g + nX_r} = \frac{n(X_g + X_r)}{X_g(X_g + nX_r)} \quad (6.20)$$

La puissance de court-circuit en MVA est de :

$$S_{cc} = \frac{S_b}{X_T} = S * \frac{n(X_g + X_r)}{X_g(X_g + nX_r)} = \frac{S}{X_g} * \frac{X_g + X_r}{\frac{1}{n}X_g + X_r} \quad (6.21)$$

Quand  $n \rightarrow \infty$ ,  $\frac{1}{n} \rightarrow 0$ , D'où :

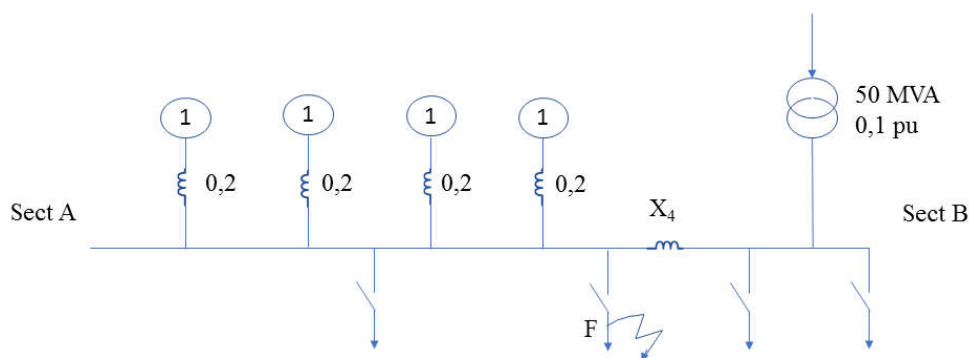
$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_{SC} = \frac{S}{X_g * X_r} (X_g + X_r) = S \left( \frac{1}{X_g} + \frac{1}{X_r} \right) \quad (6.22)$$

L'équation (8.13.4) donne la puissance de court-circuit  $S_{SC}$  avec un large nombre de sections JB. Dans cette situation, on voit que  $S_{SC}$  devient indépendante du nombre de JB sections si  $n$  est trop grande. Ce raisonnement montre, que dans un système à JB en cravate (tie-bus system) avec un large nombre de sections JB, des générateurs supplémentaires peuvent être rajoutés au système sans le rajout de circuit supplémentaires de disjonction ni augmenter les réactances des réacteurs existants. C'est l'un des avantages d'un tel système de distribution.

### VI.13.1 Exemple d'application

Un jeu de barre JB 33 kv d'une station est en deux sections A et B séparées par un réacteur. La section JB-A est alimentée par quatre générateurs 10 MVA chaque et 0,20 pu de réactance. Et la section JB-B est alimentée par le réseau via un transformateur 50 MVA et 0,1 pu de réactance. Tous les circuits de disjonctions (coupure) ont un pouvoir de coupure de 500 MVA.

On veut trouver la réactance du réacteur pour éviter aux appareils de coupure des surcharges si un défaut symétrique de court-circuit se produit sur départ juste à la sortie de l'appareil de protection (coupure). Le schéma électrique de cet exemple est :



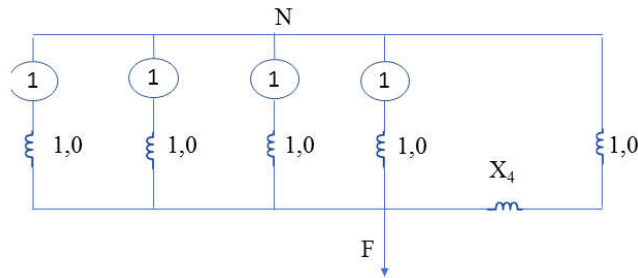
Soit :  $S_b=50$  MVA est pris comme étant base commune de puissance.

La réactance en pu de chaque générateur dans la base  $S_b=50$ MVA est de :

$$X_g = \frac{50(0,2)}{10} = 1,0 \text{ pu},$$

Soit  $X_4$  la réactance en pu de la réactance dans la base 50 MVA.

Pour un défaut de CC symétrique en point F, le circuit équivalent monophasé est :



Du moment que les 04 générateurs sont en parallèle, leur réactance totale combiné vont ;

$$X_g = \frac{1,0}{4} = 0,25 \text{ pu},$$

La réactance du transfo et du réacteur on série vaut=  $(X_\mu + 0,1)$ , d'où la réactance équivalent de Thévenin en pu au point de défaut F et de :

$$X_T = (X_\mu + 0,1) \parallel X_g \Rightarrow \frac{1}{X_T} = \frac{1}{X_\mu + 0,1} + \frac{1}{0,25} = \frac{X_\mu + 0,35}{0,25(X_\mu + 0,1)},$$

$$X_T = \frac{0,25(X_\mu + 0,1)}{X_\mu + 0,35},$$

La puissance de CC ( $S_{sc}$ ) au point de défaut F vaut :

$$S_{sc} = \frac{S_b}{X_T} = \frac{50(X_\mu + 0,35)}{0,25(X_\mu + 0,1)},$$

La puissance de CC ne doit pas exécuter 500MVA (Pdc des appareils de coupure).

$$\frac{S_b}{X_T} \leq 500 \Rightarrow X_\mu + 0,35 \leq \frac{500(0,25)}{50(X_\mu + 0,1)},$$

$$0,25X_\mu - X_\mu = 0,35 - 0,25,$$

$$X_\mu = \frac{0,1}{1,5} = \frac{1}{15} \text{ pu},$$

Le courant de charge totale qui correspond à 500 MVA est

$$I_{fl} = \frac{S_b}{V_l \sqrt{3}} = \frac{50 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 33 \cdot 10^3} = 874,8 \text{ A},$$

$$\text{Tension phase-neutre : } V_n = \frac{V_l}{\sqrt{3}} = \frac{33000}{\sqrt{3}} = 19052,6 \text{ v},$$

$$\text{Per unit réactance} = \frac{I_{fl} \cdot X_\Omega}{V_n} \Leftrightarrow \frac{1}{15} = \frac{874,8 X_2}{19052,6},$$

$$X_\Omega = 1,452 \Omega,$$

# *Chapitre VII*

## **Composantes symétriques**

## VII.1 Introduction

Un système triphasé est dit symétrique quand le système raccordé à chaque phase (à n'importe quelle phase) est similaire (semblable). Ainsi, dans un système triphasé symétrique, les impédances propres de toutes les trois phases sont égales et les impédances mutuelles, si elles existent, entre les trois phases sont identiques.

Un système de tensions (courants) triphasé est dit équilibré si les amplitudes des trois tensions/Courants de phases sont égales et sont séparées entre eux d'un angle électrique de  $120^\circ$  en phase. En raison de la symétrie du système et la nature équilibrée des tensions/courants, l'analyse sera faite sur une phase comme le cas du monophasé, c.à.d. en raison de la symétrie et les tensions équilibrés cela donne lieu à des courants équilibrés.

Lorsque le système est déséquilibré, les tensions, les courants et les phases d'impédance sont en général inégales. Un tel système peut être résolu par une technique de symétrie par phase connue par *la méthode des composantes symétrique*. Cette méthode a été proposée par *Fortescue* en 1918 et est souvent appelé *la méthode des trois composantes*. Elle offre un moyen d'étendre l'analyse par phase sur des systèmes alimentant des charges déséquilibrées, ou des bornes déséquilibrées comme les courts-circuits ou les défauts. Dans un déséquilibre, il est supposé que le système est équilibré ( $Z_a = Z_b = Z_c$ ) dans les trois phases avec des terminaisons déséquilibrées au niveau de la charge.

## VII.2 Théorème de Fortescue [10]

Le théorème de Fortescue s'annonce comme suit : « Un ensemble de ' $n$ ' phaseurs asymétrique peut être résolu en ' $n-1$ ' systèmes équilibrés à ' $n$ ' phases de différentes séquences des phases plus ' $1$ ' système de séquence de phase *zéro* ».

Selon Fortescue, le système de séquence zéro phase est un système dont tous les phaseurs ont les mêmes amplitudes et le même angle de phase, ce sont des phaseurs identiques. Le théorème de Fortescue peut être appliqué à plusieurs systèmes triphasés pratiques.

## VII.3 Séquence des phases

La séquence des phases de phaseurs est l'ordre dans lequel ces phases passent par un maximum positif. Ainsi, une séquence de phase *abc* implique que les maximas se produisent dans l'ordre '*a, b, c*'. si l'ordre *abc* est pris comme séquence positive, alors *acb* représente la séquence négative de phase.



Il est à noter que pour les deux séquences de phases (positive et négative), la notation des phaseurs est prise dans le sens antihoraire.

## VII.4 L'opérateur ' $\alpha$ '

Le phaseur  $\alpha$  est un opérateur lorsqu'il fonctionne sur un phaseur, il le fait tourner de  $+120^\circ$  sans toucher à son amplitude. L'opérateur (phaseur)  $\alpha$  a une amplitude unité (module de  $\alpha = 1$ ) et un angle  $120^\circ$  :

$$\alpha = 1 \angle 120^\circ = 1 \cdot e^{j2\pi/3} = \cos \frac{2\pi}{3} + j \sin \frac{2\pi}{3} = -0.5 + j0.866$$

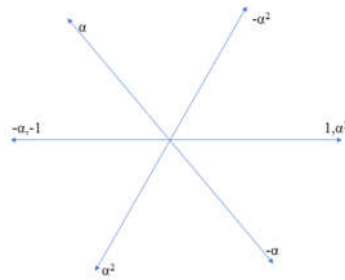
$$\alpha^2 = 1 \angle 240^\circ = e^{j4\pi/3} = e^{-j2\pi/3} = -0.5 - j0.866$$

$$\alpha^3 = 1 \angle 0^\circ = e^{j2\pi} = 1$$

$$\alpha^4 = \alpha$$

$$\alpha^5 = \alpha^2$$

Les différentes puissances du vecteur  $\alpha$  sont représentées sur la figure 7.1.



*Figure 7.1: Diagramme du phaseur de plusieurs puissances de  $\alpha$ .*

Propriétés de l'opérateur  $\alpha$  :

$$\begin{cases} 1 + \alpha + \alpha^2 = 0 \\ \bar{\alpha} = \alpha^2 \\ \overline{(\alpha^2)} = \alpha \end{cases}$$

A noter qu'une barre sur un vecteur (phaseur) représente le conjugué de son nombre complexe.

Remarques :

1.  $-\alpha$  ne provoque pas une rotation de  $-120^\circ$  mais de  $-60^\circ$  car on avait :  $-\alpha = 1 \angle -60^\circ$ ,
2. dans plusieurs documents  $\alpha$  est remplacé par la notation  $a$ ,  $h$  ou encore  $\lambda$ .

## VII.5 Composantes symétriques d'un système triphasé déséquilibré [10-12]

En se référant au théorème de Fortescue, trois phaseurs asymétriques et déséquilibrés (tension/courants) d'un système triphasé peuvent être décomposés en la superposition de trois systèmes des phaseurs équilibrés qui contiennent une certaine symétrie :

- Un ensemble de trois phaseurs égaux en amplitudes et déphasés de  $120^\circ$  l'un par rapport à l'autre et une séquence de phase pareil que celle des phaseurs déséquilibrés originaux. Cet ensemble de phaseurs équilibrés est appelé : composante à séquence de phase positive (système directe) ;
- Un système de trois phaseurs à amplitudes égales, disposés à  $120^\circ$  l'un par rapport à l'autre avec une séquence opposée à celle des phaseurs originaux. Cet ensemble équilibré est dénommé : composante à séquence négative de phase (système inverse) ;
- Et un ensemble de trois phaseurs à amplitudes égales, avec un déphasage zéro (nul) arbitraire en direction entre eux. Cet ensemble est nommé : composante à séquence de phase zéro (système homopolaire).

Ces trois ensembles des phaseurs équilibrés, tels que représente la figure 7.2, sont nommé les composantes symétriques du système original de phaseurs déséquilibrés.

Sur la figure 7.2, soient  $V_a$ ,  $V_b$  et  $V_c$  un système déséquilibré de phaseurs tensions, avec  $abc$ , comme séquence original.

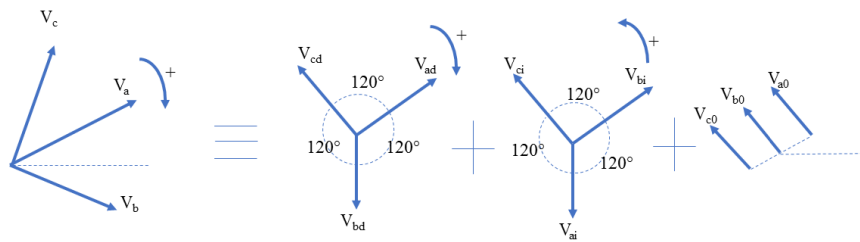


Figure 7.2: Composantes symétriques équilibrées d'un système triphasé déséquilibré.

On accorde la notation suivante pour les trois composantes symétriques :

- $(V_{a0}, V_{b0}, V_{c0})$  : système homopolaire (ensemble à séquence zéro),
- $(V_{ad}, V_{bd}, V_{cd})$  : système directe (ensemble à séquence positive),
- $(V_{ai}, V_{bi}, V_{ci})$  : système inverse (ensemble à séquence négative).

Par application du principe de superposition dans l'étude des circuit d'électrotechnique, on a :

$$V_a = V_{a0} + V_{ab} + V_{ai}, \quad (7.1)$$

$$V_b = V_{b0} + V_{bd} + V_{bi}, \quad (7.2)$$

$$V_c = V_{c0} + V_{cd} + V_{ci}, \quad (7.3)$$

**NB** : un système équilibré possède une composante homopolaire et une composante inverse nulles. Donc il est le système direct lui-même.

## VII.6 Synthèse des composantes symétriques [10-12]

On prend  $V_a$  comme référence des phases et on applique les effets de l'opérateur  $\alpha$ , on peut écrire :

- Pour la composante directe :

$$V_{bd} = \alpha^2 V_{ad} \quad (7.4)$$

$$V_{cd} = \alpha V_{ad} \quad (7.5)$$

- Pour la composante inverse :

$$V_{bi} = \alpha V_{ai}, \quad (7.6)$$

$$V_{ci} = \alpha^2 V_{ai}, \quad (7.7)$$

- Pour la composante homopolaire :

$$V_{b0} = V_{a0}, \quad (7.8)$$

$$V_{c0} = V_{a0}, \quad (7.9)$$

D'où les équations de (7.2) à (7.3) deviennent :

$$V_a = V_{a0} + V_{ad} + V_{ai} \quad (7.10)$$

$$V_b = V_{a0} + \alpha^2 V_{ad} + \alpha V_{ai} \quad (7.11)$$

$$V_c = V_{a0} + \alpha V_{ad} + \alpha^2 V_{ai} \quad (7.12)$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{ad} \\ V_{ai} \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

$$V_{abc} = A \cdot V_{odi}, \text{ c'est l'équation de synthèse des composantes symétriques} \quad (7.14)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} : \text{matrice de transformation qui transforme } V_{abc} \text{ à } V_{odi}.$$

## VII.7 Analyse des composantes symétriques [10-12]

C'est déterminer les composantes symétriques en fonction de phaseurs originaux. Donc c'est en réalité le passage inverse suivant :

$$V_{odi} = A^{-1}V_{abc}, \text{ (c'est l'équation d'analyse des composante)} \quad (7.15)$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{ad} \\ V_{ai} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (7.16)$$

$$\text{Avec } A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} : \text{matrice de passage inverse.}$$

Donc on a :

$$V_{a0} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c) \quad (7.17)$$

$$V_{ad} = \frac{1}{3}(V_a + \alpha V_b + \alpha^2 V_c) \quad (7.18)$$

$$V_{ai} = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^2 V_b + \alpha V_c) \quad (7.19)$$

Donc toujours on trouve les composantes symétriques représentant la phase  $a$ . Les autres composantes sont à déterminer par l'opérateur  $\alpha = -e^{\frac{j2\pi}{3}} = 1 \angle 120^\circ$ .

Les équations (7.17) à (7.19) représentent les phaseurs tensions phase-neutre. On peut faire pareil pour les composantes symétriques des phaseurs tensions phase-phase.

## VII.8 Composante symétriques des phaseurs du courant

La méthode reste la même quelque soit le paramètre électrique. Pour les phaseurs courants, on aura la même chose que les phaseurs tensions :

$$I_{abc} = A \cdot I_{adi}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

$$I_{adi} = A^{-1}I_{abc}, A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}$$

## VII.9 Nature générale de la séquence zéro du courant

La séquence zéro du courant (composante homopolaire) est donné par

$$I_{a0} = I_{b0} = I_{c0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c)$$

Cette composante est à analyser selon le type de connexion : *Delta* ou *Star*.

### VII.9.1 Dans un enroulement connecté Delta

Dans un enroulement en connexion Delta ( $\Delta$ ), les courants des séquences homopolaire des phases  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont égaux en amplitude et en phase ce qui donne lieu à :

$I_{abo} = I_{bco} = I_{cao} = I_0$ , ces courants sont produits grâce à l'existence des tensions de la composante homopolaire. La représentation d'un tel système est consignée en figure 7.3.

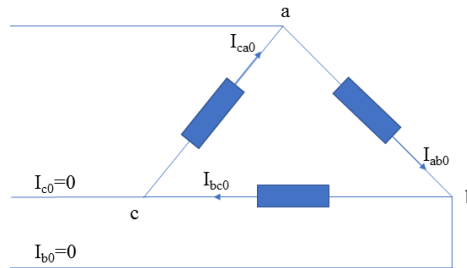


Figure 7.3: La séquence zéro du courant dans un enroulement connecté Delta.

Par application de la loi de nœuds en nœud 'a', on a :

$$I_{a0} + I_{ca0} = I_{ab0}$$

Ce qui donne lieu à :

$$I_{a0} = I_{ab0} - I_{ca0} = I_0 - I_0 = 0$$

D'un raisonnement pareil, on peut trouver :

$$I_{b0} = 0 \text{ et } I_{c0} = 0.$$

Cependant, on conclut qu'aucun courant de la composante homopolaire ne circule dans les lignes connectés à l'enroulement connecté en connexion  $\Delta$ . Cela se traduit par l'absence du chemin de retour (pas de conducteur neutre). Du moment que le courant homopolaire est nul, l'impédance de la composante homopolaire est infinie. Elle sera schématisée par un circuit ouvert en schéma monophasé d'où la représentation de la composante homopolaire lors d'une charge connectée en delta :

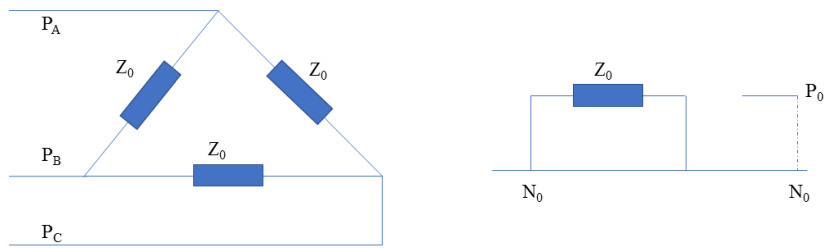


Figure 7.4: Le circuit équivalent de la séquence homopolaire d'un enroulement connecté en Delta.

### VII.9.2 Dans un enroulement connecté étoile avec neutre isolé de la terre

Dans le cas d'une connexion Star sans neutre (ou neutre isolé de la terre), tel que représenté sur la figure 7.5, on aura :

$$I_a + I_b + I_c = I_n = 0$$

Ce qui donne :

$$I_{a0} = I_{b0} = I_{c0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = 0$$

dans les de la composante homopolaire sont nuls.

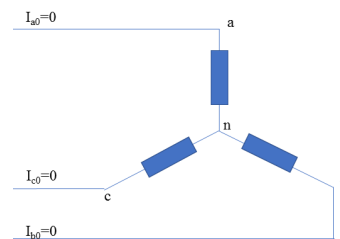


Figure 7.5: un enroulement connecté étoile avec neutre isolé de la terre.

### VII.9.2 Dans un enroulement connecté étoile avec neutre à la terre

Dans le cas d'une connexion Star avec neutre à la terre, tel que représenté sur la figure 7.6, on aura :

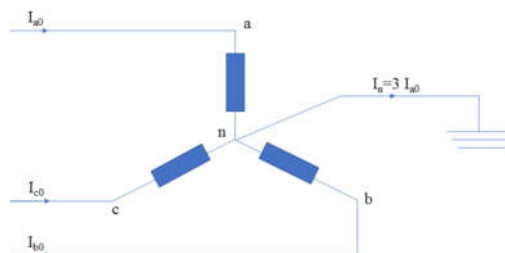


Figure 7.6: un enroulement connecté étoile avec neutre à la terre.

$$I_a + I_b + I_c = I_n$$

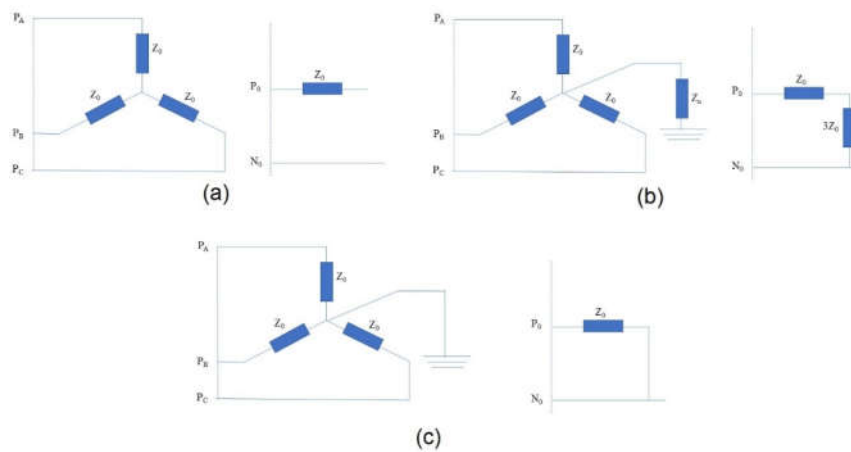
Ce qui entraîne :

$$I_{a0} = I_{b0} = I_{c0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = \frac{1}{3}I_n$$

Donc, dans une situation pareille, le courant dans le neutre représente 3 fois l'intensité de la composante homopolaire :

$$I_n = 3I_{a0}$$

Ici les courants homopolaires circulent à la fois dans les phases que dans les enroulements de la charge. La figure 7.7 ci-après montre les circuits équivalents pour un système triphasé connecté en étoile :



**Figure 7.7:** les circuits équivalent de la séquence homopolaire d'un système triphasé en étoile (a) avec neutre isolé, (b) avec neutre mis à la terre à travers une impédance  $Z_n$  et (c) avec neutre directement mis à la terre.

## VII.10 La puissance en termes de composantes symétriques

Dans un système monophasé, la puissance apparente  $S$  exprimée VA est donnée par :

$$S_{1\Phi} = P + jQ = V \cdot I^*$$

$V, I$  : tension et courant de phase,  $I^*$  conjugué du courant.

Dans un système triphasé, la puissance apparente est donnée par:

$$S_{abc} = S_{3\Phi} = V_a \cdot I_a^* + V_b \cdot I_b^* + V_c \cdot I_c^*$$

Avec  $V_a, V_b, V_c$  : tension de phases et  $I_a^*, I_b^*, I_c^*$  : conjugués relatifs aux courant de phases  $I_a, I_b, I_c$  respectivement. Sous forme matricielle :

$$S_{abc} = [V_a \quad V_b \quad V_c] \begin{bmatrix} I_a^* \\ I_b^* \\ I_c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_a^* \\ I_b^* \\ I_c^* \end{bmatrix} = V_{abc}^t \cdot I_{abc}^*$$

Comme  $V_{abc} = A \cdot V_{odi}$ ,  $I_{abc} = A \cdot I_{odi}$ , on peut écrire :

Avec  $V_{abc}^t$  représente le vecteur transposé du vecteur considéré.

$$S_{abc} = [A \cdot V_{odi}]^t \cdot [A \cdot I_{odi}]^* = V_{odi}^T \cdot A^T \cdot A^* \cdot I_{odi}^*$$

Pour rappel, le transposée du produit de deux matrice est donné par :

$$[A \cdot B]^T = A^T \cdot B^T$$

Donc :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}, A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} = A$$

Le conjugué de la matrice A est :

$$A^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^{2*} & \alpha^* \\ 1 & \alpha^* & \alpha^{2*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}, \text{ car } \alpha^* = \alpha^2, \alpha^{2*} = \alpha$$

$$A^T \cdot A^* = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3U$$

$U = I$  : matrice identitaire (creuse), d'où :

$$S = 3V_{odi}^T \cdot U \cdot I_{odi}^* = 3V_{odi}^T \cdot I_{odi}^* = 3S_{odi}$$

Et sous forme matricielle, on aura :

$$S_{abc} = [V_{a0} \quad V_{ad} \quad V_{ai}] \begin{bmatrix} I_{a0}^* \\ I_{ad}^* \\ I_{ai}^* \end{bmatrix}$$

## VII.11 Potentiel du neutre

Dans les cas du neutre isolé ou neutre mis à la terre à travers une impédance, le neutre peut être au même potentiel de la terre ou différent de ce dernier.



Considérons le réseau de la figure 7.8 suivante dont le neutre est impédant (mis à la terre à travers une impédance) via  $Z_n$ .

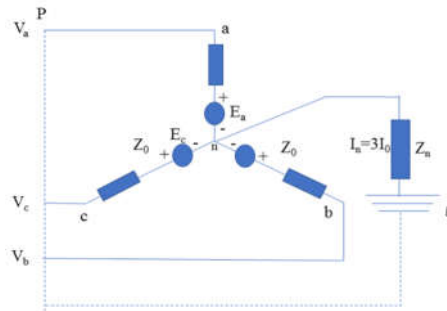


Figure 7.8: Potentiel du neutre impédant.

Par conséquent, il y a un potentiel entre le point neutre et la terre noté  $V_{gn}$ .

Soient  $V_a$ ,  $V_b$  et  $V_c$  les tensions entre la terre et le point  $P$  (phase).

On a : (loi de Kirchhoff)

- $V_a = V_{gn} + V_{npa}$
- $V_b = V_{gn} + V_{npb}$
- $V_c = V_{gn} + V_{npc}$

Nous devons déterminer les composantes symétriques de  $V_{gn}$  des trois tensions triphasées :

$$V_{a0} = \frac{1}{3}(V_{gn} + V_{gn} + V_{gn}) = V_{gn}$$

$$V_{ad} = \frac{1}{3}(V_{gn} + \alpha V_{gn} + \alpha^2 V_{gn}) = \frac{1}{3}(1 + \alpha + \alpha^2)V_{gn} = 0$$

$$V_{ai} = \frac{1}{3}(V_{gn} + \alpha^2 V_{gn} + \alpha V_{gn}) = \frac{1}{3}(1 + \alpha^2 + \alpha)V_{gn} = 0$$

Ces équations montrent :

- Les séquences positives et négatives des tensions entre neutre et terre sont nulles.
- La tension neutre-terre représente la tension homopolaire.

Si :  $Z_0'$  : impédance homopolaire entre  $n$  et  $P$ ,

$Z_0$  : impédance homopolaire totale de  $g$  et  $P$ ,

La chute de tension totale entre  $g$  et  $P$  est :

$$Z_1 I_n + Z_0' I_0 = Z_0 I_0$$

Avec:  $I_n = 3I_0$

$$(3Z_n + Z_0')I_0 = Z_0I_0$$

Par comparaison, on aura

$$Z_0 = Z_0' + 3Z_n$$

Si le neutre est mis directement à la terre  $Z_0$  devient :

$$Z_0 = Z_0'$$

## VII.12 Séquence d'impédances

L'application principale du théorème de la méthode des composantes symétriques est l'analyse du réseau triphasé sujet à des défauts asymétriques. Dans un tel réseau, l'impédance de chaque phase jusqu'au défaut sont égales.

Par définition :

- Impédance de séquence positive :  $Z_d = \frac{V_d}{I_d}$ ,
- Impédance de séquence négative :  $Z_i = \frac{V_i}{I_i}$ ,
- Impédance de séquence homopolaire :  $Z_0 = \frac{V_0}{I_0}$ .

La connaissance (détermination) des impédances de séquences est essentielle dans l'étude du comportement du système sous conditions de défauts asymétriques. Chaque composant (élément), soit pour le statique (ligne de transport, transferts ou charge statiques) ou rotatifs (machines synchrones ou asynchrones), a trois valeurs d'impédances : une pour chaque composante symétrique de courant. Il y a des cas où deux des trois impédances ou même les trois valeurs d'impédances sont égales. Les éléments statiques où  $Z_d = Z_i$  et  $Z_0$  sont différentes et leurs valeurs sont aussi différentes pour les trois impédances pour les machines tournantes.

En général :

$$Z_d \cdot I_d = V_d, \text{ chute de tension de la séquence directe,}$$

$$Z_i \cdot I_i = V_i, \text{ chute de tension de la séquence inverse,}$$

$$Z_0 \cdot I_0 = V_0, \text{ chute de tension de la séquence homopolaire.}$$

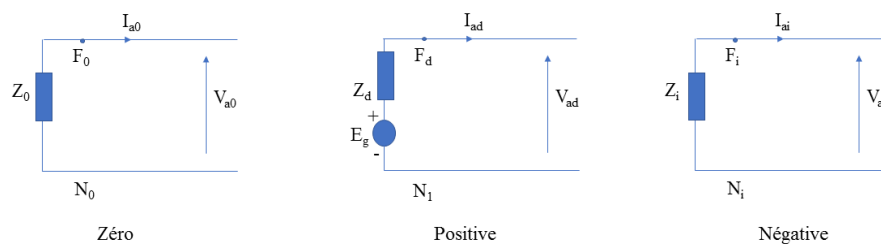
Cela, en d'autres mots, veut dire qu'il n'y a pas de dépendance matérielle entre les différentes composantes symétriques, d'où chaque composante est à considérer à agir séparément. Cela implique la facilité de calcul dans des défauts asymétriques.

### VII.13 Les séquences d'un réseau pour le calcul des défauts

La présence d'un défaut dans un réseau le rend asymétrique et déséquilibré. La théorie de composante symétrique, en cas de défaut, propose que les trois systèmes à composantes symétriques soient injectés au réseau en remplacement des tensions déséquilibrées ou des courants déséquilibrés.

Le réseau monophasé équivalent contenant uniquement l'impédance et le courant d'une seule séquence est appelé la séquence réseau de telle séquence particulière. Cependant, une séquence réseau peut être définie comme étant un réseau équivalent d'un système équilibré sous des conditions imaginaires de fonctionnement dont une seule composante symétrique de tension et courant est présente dans le système.

Le circuit de *Thevenin* de chaque séquence réseau est représenté en figure 7.9 :



**Figure 7.9:** Séquences réseau suite à un déséquilibre.

Du moment le courant  $I_a$  de la phase 'a' circule de la source du système au point de défaut  $F$ , les composantes symétriques  $I_{a0}$ ,  $I_{ad}$  et  $I_{ai}$  circulent à partir du point de défaut  $F$ . Il est à noter que la connexion déséquilibrée doit être raccordée au point de défaut  $F$  et le courant circule du côté équilibré du système à cette connexion déséquilibrée.

Les composantes symétriques de tensions sont alors :

$$V_{a0} = -Z_0 \cdot I_{a0}$$

$$V_{ad} = V_f - Z_d \cdot I_{ad}$$

$$V_{ai} = -Z_i \cdot I_{ai}$$

Avec  $Z_0$ ,  $Z_d$  et  $Z_i$  impédances équivalents totales des séquences réseau (zéro (homopolaire), positive (directe) et négative (inverse)).

Par similitude, pour un défaut sur un générateur à vide avec une tension d'excitation  $E_g$ , les chutes de tension des différentes séquences sont :

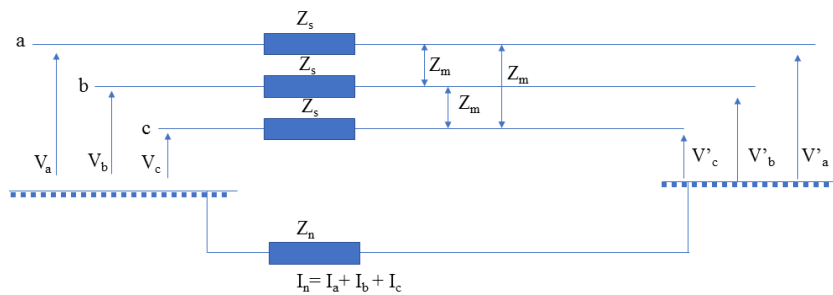
$$V_{a0} = -Z_0 \cdot I_{a0}$$

$$V_{ad} = E_g - Z_d \cdot I_{ad}$$

$$V_{ai} = -Z_i \cdot I_{ai}$$

## VII.14 Séquence d'impédances d'une ligne de transport

Considérons une ligne de transport triphasé, voir figure 7.10, avec  $Z_s$  impédances propres par phase et  $Z_m$  impédances mutuelles entre phases, à supposer que  $Z_m$  est égale entre chaque deux phases de ligne.



**Figure 7.10:** Séquence d'impédances d'une ligne de transport.

Soient  $I_a$ ,  $I_b$  et  $I_c$  les courants de ligne. Si le système de tensions est déséquilibré, nous aurons un courant  $I_n$  qui circule à travers le conducteur neutre qui contient l'impédance  $Z_n$  cependant :

$$I_n = I_a + I_b + I_c$$

$(V_a, V_b, V_c)$  et  $(V'_a, V'_b, V'_c)$  sont les deux systèmes des tensions aux extrémités de la ligne (à l'entrée et à la sortie de la ligne respectivement),

Avec application de la loi Kirchhoff, on a :

$$V_a - V'_a = Z_s I_a + Z_m I_b + Z_m I_c + Z_n (I_a + I_b + I_c)$$

$$V_b - V'_b = Z_m I_a + Z_s I_b + Z_m I_c + Z_n (I_a + I_b + I_c)$$

$$V_c - V_c' = Z_m I_a + Z_m I_b + Z_s I_c + Z_n (I_a + I_b + I_c)$$

D'où sous forme matricielle, on aura :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_a' \\ V_b' \\ V_c' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s + Z_n & Z_m + Z_n & Z_m + Z_n \\ Z_m + Z_n & Z_s + Z_n & Z_m + Z_n \\ Z_m + Z_n & Z_m + Z_n & Z_s + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix},$$

$$\text{Une forme compacte : } \mathbf{V}_{abc} - \mathbf{V}_{abc}' = \mathbf{Z}_{abc} \cdot \mathbf{I}_{abc} ,$$

Par application de la matrice de transformation des composantes symétriques, on aura :

$$AV_{odi} - AV_{odi}' = Z_{abc} \cdot AI_{odi} , \text{ on multiplie cette équation par } A^{-1} \text{ on trouve :}$$

$$V_{odi} - V_{odi}' = A^{-1} Z_{abc} \cdot AI_{odi},$$

Par définition, on admet :

$$A^{-1} Z_{abc} \cdot A = Z_{odi} \quad : \text{ la matrice impédance des composantes symétriques.}$$

D'où :

$$V_{odi} - V_{odi}' = Z_{odi} \cdot I_{odi}$$

Avec  $Z_{odi}$  : matrice de transformation qui convertit la matrice d'impédance de la ligne de transport  $Z_{abc}$  à celle en composante symétrique.

$$Z_{odi} = A^{-1} Z_{abc} \cdot A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} [Z] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix},$$

On pose :  $Z_s + Z_n = x$ ,  $Z_m + Z_n = y$ , on aura :

$$[Z] = \begin{bmatrix} x & y & y \\ y & x & y \\ y & y & x \end{bmatrix}$$

D'où :

$$[Z] \cdot A = \begin{bmatrix} x + y + y & x + y(\alpha + \alpha^2) & x + y(\alpha + \alpha^2) \\ y + x + y & x + \alpha^2 x + \alpha y & y + \alpha x + \alpha^2 y \\ y + y + x & y + \alpha^2 y + \alpha x & y + \alpha y + \alpha^2 x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2y & \alpha(x - y) & x - y \\ x + 2y & \alpha^2(x - y) & \alpha(x - y) \\ x + 2y & \alpha(x - y) & \alpha^2(x - y) \end{bmatrix},$$

$$Z \cdot A = \begin{bmatrix} Z_s + 2Z_m + 3Z_n & Z_s - Z_m & Z_s - Z_m \\ Z_s + 2Z_m + 3Z_n & \alpha^2(Z_s - Z_m) & \alpha(Z_s - Z_m) \\ Z_s + 2Z_m + 3Z_n & \alpha(Z_s - Z_m) & \alpha^2(Z_s - Z_m) \end{bmatrix}$$

On pose :  $Z_s + 2Z_m + 3Z_n = p$  et  $Z_s - Z_m = q$  Ce qui entraîne :

$$Z.A = \begin{bmatrix} p & q & q \\ p & \alpha^2 q & \alpha q \\ p & \alpha q & \alpha^2 q \end{bmatrix}$$

D'où :

$$A^{-1}.Z.A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q & q \\ p & \alpha^2 q & \alpha q \\ p & \alpha q & \alpha^2 q \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}.Z.A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3p & q(1 + \alpha + \alpha^2) & q(1 + \alpha + \alpha^2) \\ p(1 + \alpha + \alpha^2) & q(1 + \alpha^3 + \alpha^3) & q(1 + \alpha^4 + \alpha^2) \\ p(1 + \alpha + \alpha^2) & q(1 + \alpha^4 + \alpha^2) & q(1 + \alpha^3 + \alpha^3) \end{bmatrix}$$

Or  $1 + \alpha + \alpha^2 = 0$ ,  $\alpha^3 = 1$ ,  $\alpha^4 = \alpha$ .

D'où:

$$Z_{odi} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3p & 0 & 0 \\ 0 & 3q & 0 \\ 0 & 0 & 3q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & q \end{bmatrix}$$

Par remplacement, on aura :

$$Z_{odi} = \begin{bmatrix} Z_s + 2Z_m + 3Z_n & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Z_s - Z_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & Z_s - Z_m \end{bmatrix}$$

On définit ainsi les séquences d'impédance de ligne par :

$$Z_0 = Z_s + 2Z_m + 3Z_n,$$

$$Z_d = Z_s - Z_m,$$

$$Z_i = Z_s - Z_m,$$

Ce qui résulte à :

$$Z_{adi} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_d & 0 \\ 0 & 0 & Z_i \end{bmatrix}$$

Donc :

$$V_{adi} - V'_{abc} = Z_{adi} \cdot I_{adi} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{bd} \\ V_{ai} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}' \\ V_{ad}' \\ V_{ai}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_d & 0 \\ 0 & 0 & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{ad} \\ I_{ai} \end{bmatrix}$$

$$V_{a0} - V'_{a0} = Z_0 \cdot I_{a0},$$

$$V_{ad} - V'_{ad} = Z_d \cdot I_{ad},$$

$$V_{ai} - V'_{ai} = Z_i \cdot I_{ai},$$

Ces dernières relations montrent :

- Dans un circuit symétrique avec ou sans couplage mutuel, les courants d'une séquence donnée provoquent des chutes des tensions pour la même séquence uniquement.
- Les séquences d'impédance sont découplées (pas de mutuelles entre  $Z_0$ ,  $Z_d$  et  $Z_i$ ).
- Le découplage d'impédance par C.S indique que la chute de tension rotative à chaque séquence doit être traitée à part entière.
- $Z_d = Z_i = Z_s - Z_m$  le long de la ligne de transport.
- $Z_0 \approx 2$  à  $3.5$  de  $Z_s$  ou  $Z_i$ , donc  $Z_0 \neq Z_d; Z_i$ .

Donc en final la ligne peut être représentée par :

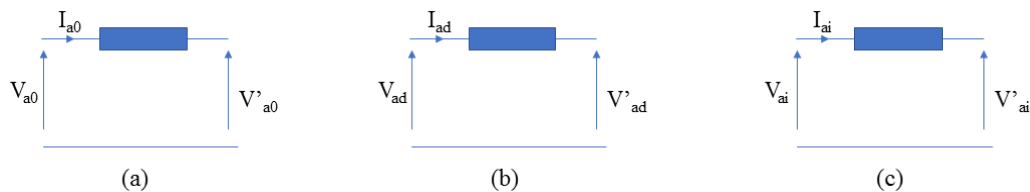


Figure 7.11: Séquence réseau d'une ligne de transport (a) séquence réseau homopolaire, (b) séquence réseau positive, (c) séquence réseau négative.

## VII.15 Séquence d'impédances d'une machine synchrone (Alternateur)

Souvent pour les alternateurs, on néglige la résistance et cependant toutes les séquences d'impédance d'une machine synchrone sont des réactances. En général  $Z_0$ ,  $Z_d$  et  $Z_i$  d'une machine synchrone ont des valeurs différentes.

### VII.15.1 Impédance de la Séquence positive

Elle dépend de l'intervalle de temps qu'on s'intéresse, une des trois réactances sera utilisée.

- 1) Pour le régime temps subtransitif, on utilise la réactance subtransitoire :

$$Z_d = jX''_a$$

2) Pour le régime de temps transitoire, on utilise la réactance transitoire :

$$Z_d = jX'_a$$

3) Si on s'intéresse à la valeur du régime permanent on prend :

$$Z_d = jX_a$$

### VII.15.2 Impédance de Séquence négative

Les courants de séquence négative produisent un champ magnétique tournant à la même vitesse mais au sens opposé à celui produit par la composante positive du courant, par conséquent l'impédance inverse est différente de l'impédance directe.

L'impédance de séquence négative d'une machine synchrone est définie par :

$$Z_i = j \frac{X''_d + X''_q}{2}$$

Avec  $X''_d$  est la réactance subtransitoire directe et  $X''_q$  est la réactance subtransitoire quadratique.

### VII.15.2 Impédance de Séquence négative et Zéro

Les courants de séquence zéro sont tous en phase, d'où ils ne produisent pas un champ tournant, l'impédance de séquence  $Z_0$  dépend et du type de mise à la terre du neutre et de la séquence homopolaire par phase du générateur.

### VII.16 Réseau des Séquences d'une machine synchrone

La figure 7.12 ci-après montre une machine triphasé synchrone (générateur ou moteur) avec neutre mis à la terre par une impédance  $Z_n$ .

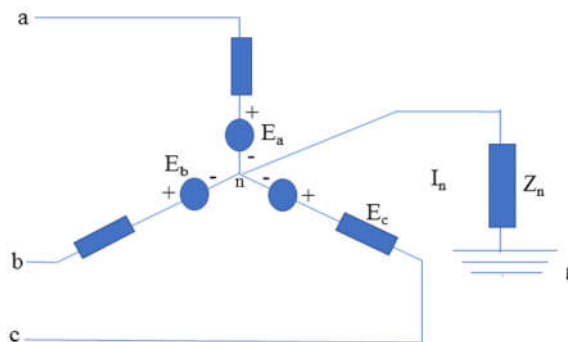


Figure 7.12 : Réseau des Séquences d'une machine synchrone.



Le générateur est à vide (pas de charge) ; la circulation des courants de lignes  $I_a$ ,  $I_b$  et  $I_c$  est due à la présence d'un défaut à la sortie du générateur. Dépendant du type du défaut, un ou deux courants de lignes sont nuls. Pour exemple, le cas d'un défaut phase-terre on a  $I_b = 0$ ,  $I_c = 0$  et la phase « a » est accidentellement à la terre. Les tensions induites par le générateur de la ligne sont  $E_a$ ,  $E_b$  et  $E_c$ .

### VII.16.1 La Séquence positive

Les enroulements d'une machine synchrone sont symétriques. Cependant, les tensions du générateurs sont d'une séquence positive (composante directe) uniquement.

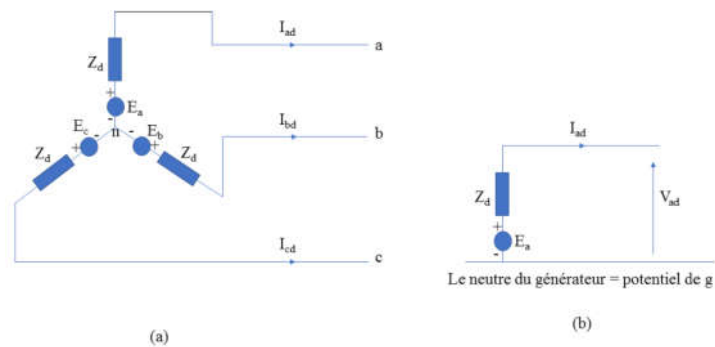


Figure 7.13 : La séquence positive d'une machine synchrone (a) modèle triphasé (b) modèle monophasé.

Du moment que  $I_{ad} + I_{bd} + I_{cd} = 0$ , il est impératif qu'aucun courant ne circule dans l'impédance de la terre  $Z_n$  (composante directe d'un système triphasé symétrique et équilibré). Donc :

$$V_{ad} = E_a - Z_d \cdot I_{ad}$$

### VII.16.2 La Séquence négative

Une machine synchrone ne génère pas de tensions de séquence négative, dont le modèle est :

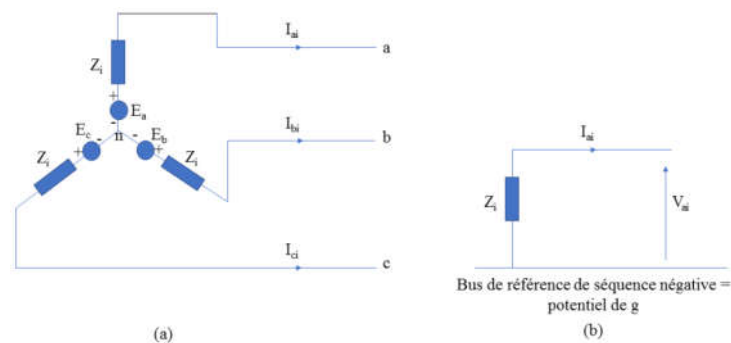
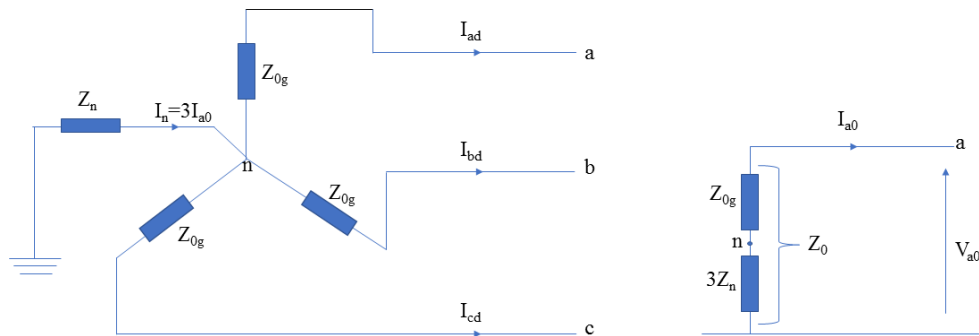


Figure 7.14 : La séquence négative d'une machine synchrone (a) modèle triphasé (b) modèle monophasé.

$$V_{ai} = -Z_i \cdot I_{ai}$$

### VII.16.3 Réseau de séquence zéro :

Le schéma équivalent de la séquence zéro est représenté en figure 7.15 :



**Figure 7.15 :** Impédance de séquence zéro par phase du générateur.

On sait que  $I_n = I_{a0} + I_{b0} + I_{c0} = 3 \cdot I_{a0}$ , soit  $V_{a0}$  la tension de la séquence zéro de la borne  $a$  au bus de référence qui est au potentiel de la terre.

Par loi de Kirchhoff on a :

$$V_{gn} + V_{na} + V_{ag} = 0 \Rightarrow -Z_n I_n - Z_{0g} I_{a0} - V_{a0} = 0$$

D'où la tension homopolaire de la phase est :

$$V_{a0} = -3Z_n I_{a0} - Z_{0g} I_{a0}$$

Ce qui résulte en final en :

$$V_{a0} = -(3Z_n + Z_{0g}) I_{a0} = -Z_0 \cdot I_{a0}$$

### VII.17 Réseau des Séquences zéro des transformateurs

Le réseau de la séquence zéro (système homopolaire) dépend de la nature des connexions des trois phases d'enroulement pour chaque composante du système (transformateur). Il est à noter que le courant de la séquence zéro est une composante monophasée et cependant son existence dépend aussi du chemin fermé que doit compléter à travers la terre des références.

Le cas dont le retour à la terre n'existe pas, donne lieu à la non circulation du courant homopolaire ( $I_0 = 0$ ) et le réseau de séquence homopolaire qui correspond à cette situation sera remplacé par un circuit ouvert ( $I_0 = 0$ ).

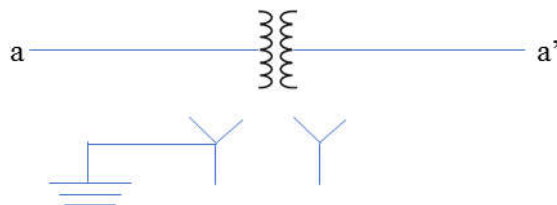
Quand le courant magnétisant dans un transformateur est négligé, les ampèrestours au circuit du primaire sont équivalents aux ampèrestours du circuit du secondaire du transformateur :

$$n_1 i_1 = n_2 i_2$$

Cependant le courant peut circuler uniquement dans les enroulements du primaire s'il y a un courant au secondaire.

Les courants de séquence zéro peuvent circuler dans les enroulements connectés en star si et seulement si le point étoile est mis à la terre. Si le point étoile n'est mis à la terre, les courants homopolaires ne peuvent pas circuler dans les enroulements. Par conséquent, l'enroulement connecté delta n'a pas une connexion physique à la terre et de ce fait il n'y a pas un chemin de retour de la composante homopolaire des courants. Alors les courants homopolaires circulent dans l'enroulement en connexion delta du fait de l'existence des tensions homopolaire, mais les courants homopolaires de lignes sont nuls.

Considérons le transformateur connecté en Y-Y comme c'est indiqué dans de la figure ci-après. L'enroulement primaire du transformateur est mis à la terre tandis que le secondaire ne l'est pas.



**Figure 7.16 :** Le transformateur triphasé connecté en Y-Y.

Dans cette figure, il y a un retour pour le courant homopolaire dans le circuit primaire mais pas de retour dans celui du secondaire. Ceci nous mène à schématiser un circuit ouvert existant dans le réseau de séquence zéro entre les deux enroulements  $a$  et  $a'$ .



**Figure 7.17-1 :** Le réseau de séquence homopolaire d'un transformateur triphasé connecté en Y-Y.

Si par contre on dispose d'un transformateur connecté étoile-delta avec neutre à la terre comme le montre la figure 7.16-2.

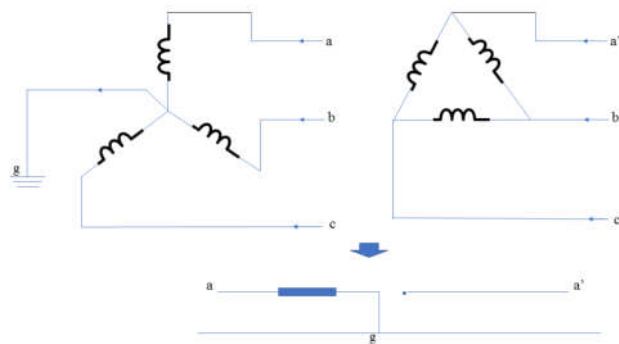


Figure 7.16-2 : Le transformateur triphasé connecté en terre-Y-D et réseau de la séquence homopolaire.

En général, Un circuit plus pratique est général équivalent à la séquence zéro d'un transformateur triphasé quelconque est représenté par :

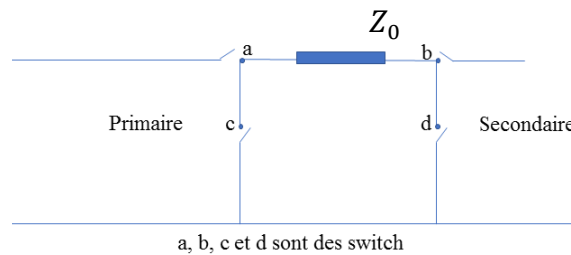


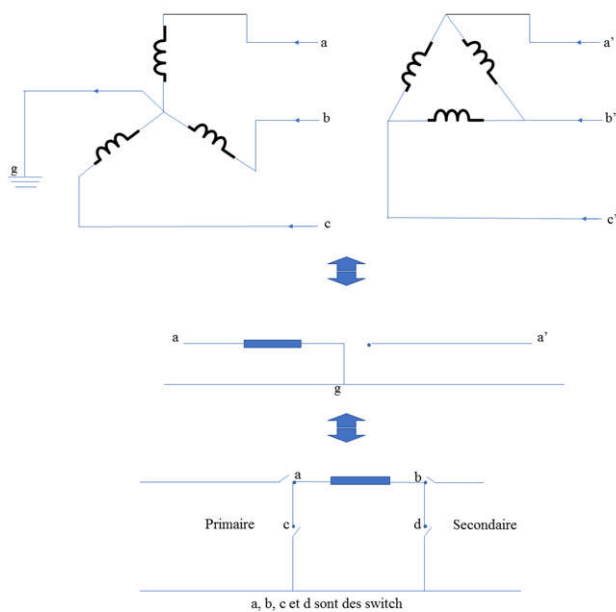
Figure 7.17 : Réseau équivalent pour déterminer le réseau de séquence zéro (homopolaire) d'un transformateur.

$Z_0$  : l'impédance de séquence zéro du transformateur.

La règle générale pour déterminer le réseau de séquence zéro connecté du transformateur en question est la suivante :

Le switch en série d'un côté particulier est fermé s'il est connecté en étoile avec neutre à la terre. Le switch shunt est fermé si le côté est connecté delta. Pour les autres cas, les switches seront laissés ouverts.

Soit le transformateur delta-étoile à la terre avec neutre secondaire isolé comme l'indique la figure 7.17-1.



*Figure 7.17 : Réseau équivalent de séquence zéro d'un transformateur connecté delta-étoile à la terre.*

Primaire delta :

- Switch primaire shunt est fermé.
- Switch série est à laisser ouvert.

Secondaire étoile :

- Neutre isolé, switch série ouvert.
- Neutre isolé, switch shunt ouvert.

# *Chapitre VIII*

## **Défauts asymétriques**

## VIII.1 Introduction

Le terme défaut asymétrique est utilisé pour exprimer de condition déséquilibrée. C'est une connexion ou situation qui cause un déséquilibre entre les trois phases. Si une connexion déséquilibrée est raccordée à un point F sur un système équilibré alors on appelle F le point du défaut dans le système.

Cependant, si un défaut monophasé phase-terre provient dans un bus M alors le bus M devient point de défaut. Aussi, si une charge triphasé déséquilibrée est connectée à un bus N, alors le bus N devient point de défaut.

Un défaut asymétrique shunt est un déséquilibre entre phases ou entre phase et terre.

Un défaut série est un déséquilibre dans les impédances de lignes. Il ne provoque pas une connexion entre lignes ou entre ligne et terre au point de défaut.

Les défauts shunts sont classés par :

- Défaut monophasé phase-terre (LG : Line-to-Ground),
- Défaut biphasé phase-phase (LL:Line-to-Line),
- Défaut biphasé-terre (LLG),
- Court-circuit triphasé (LLL),
- Défaut triphasé-terre (LLLG).

Les défauts LG, LL, LLG sont des défauts asymétriques, et les défauts LLL et LLLG sont des défauts symétriques.

Dans le cas de défauts symétriques, le système reste symétrique i.e. équilibré même après le défaut.

Pour les défauts asymétriques les courants deviennent déséquilibrés après le défaut.

## VIII.2 Hypothèses [14]

Les hypothèses suivantes sont faites pour l'analyse des défauts asymétriques :

1. Dans la majorité des cas, les courants de charges dans le système sont négligeables devant les courants de défaut.
2. Les impédances réseau jusqu'au défaut sont équilibrées de sorte que les composantes des séquences de phase sont indépendantes l'une de l'autre.

3. Par convention, le courant de défaut est pris positif lorsqu'il est dirigé sur le point de défaut.
4. La résistance des différents éléments est négligeable.

### VIII.3 Séquences de tensions d'un générateur [14, 15]

Considérons un générateur triphasé symétrique, soient  $E_a, E_b, E_c$  les tensions générées et  $E_{a0}, E_{ad}, E_{ai}$  les composantes homopolaire, directe et inverse de la tension générée par phase  $a$  respectivement :

$$E_b = \alpha^2 E_a, E_c = \alpha E_a.$$

$$E_{a0} = \frac{1}{3}(E_a + E_b + E_c) = \frac{1}{3}(E_a + \alpha^2 E_a + \alpha E_a) = \frac{E_a}{3}(1 + \alpha^2 + \alpha) = 0.$$

$$E_{ad} = \frac{1}{3}(E_a + \alpha E_b + \alpha^2 E_c) = \frac{1}{3}(E_a + \alpha^3 E_a + \alpha^3 E_a) = \frac{E_a}{3}(1 + 1 + 1) = E_a.$$

$$E_{ai} = \frac{1}{3}(E_a + \alpha^2 E_b + \alpha E_c) = \frac{1}{3}(E_a + \alpha^4 E_a + \alpha^2 E_a) = \frac{E_a}{3}(1 + \alpha + \alpha^2) = 0.$$

Ces relations montrent qu'un générateur d'une conception symétrique génère la tension de la séquence positive (composante directe) uniquement. La tension de composante négative et la tension homopolaire sont nulles.

### VIII.4 Séquences tensions au point du défaut

Soient  $V_a, V_b$  et  $V_c$  les tensions de ligne pré-défaut des phases  $a, b$  et  $c$  au point de défaut  $F$ ,  $V_f$  est la tension de pré-défaut de la phase  $a$  au point de défaut.

Pour un système équilibré :  $V_b = \alpha^2 V_a, V_c = \alpha V_a$ .

$$V_{a0} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c) = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^2 V_a + \alpha V_a) = \frac{V_a}{3}(1 + \alpha^2 + \alpha) = 0.$$

$$V_{ad} = \frac{1}{3}(V_a + \alpha V_b + \alpha^2 V_c) = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^3 V_a + \alpha^3 V_a) = \frac{V_a}{3}(1 + 1 + 1) = V_a.$$

$$V_{ai} = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^2 V_b + \alpha V_c) = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^4 V_a + \alpha^2 V_a) = \frac{V_a}{3}(1 + \alpha + \alpha^2) = 0.$$

Ces relations montrent ainsi que pour un système équilibré la séquence zéro et négative de tension au point de défaut sont nulles et la tension phase-neutre de la phase  $a$  au point de défaut est rien d'autre que la séquence positive.

Cette tension de séquence directe est dénotée  $V_f$ . C'est la tension pré-défaut.



$$V_f = V_{ad} = V_a, V_{a0} = 0, V_{ai} = 0,$$

## VIII.5 Procédure générale [14-16]

La procédure générale adoptée dans l'analyse des différents types de défaut est décrite ci-dessous.

### VIII.5.1 Diagramme (Schéma) du circuit

Un système d'un circuit en défaut montre toutes les connexions des phases au point de défaut. Les directions des courants et les polarités de tensions sont marquées clairement.

Exemple :

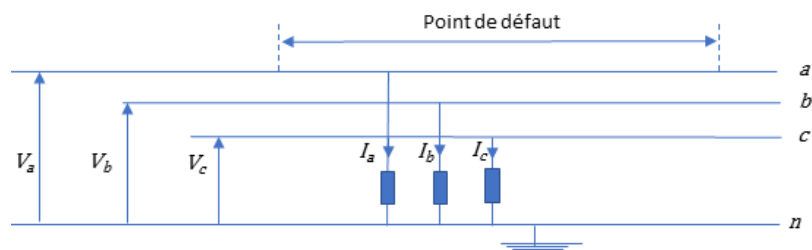


Figure 8.1: Three line-to-ground fault.

$a, b, c$  les phases du système originale.  $I_a, I_b$  et  $I_c$  les courants de défaut circulants à partir du système original équilibré au point de défaut.  $V_a, V_b$  et  $V_c$  les tensions de phases au point de défaut.  $V_f$  Est la tension pré-défaut de la phase  $a$  au point de défaut. Etant donné que le système est équilibré  $V_f$  est la tension de la séquence positive.

### VIII.5.2 Conditions aux limites

Pour un type donné de défaut, les relations entre les tensions connues et les courants au point de défaut sont écrites. Ces conditions au point de défaut sont appelées conditions aux limites (Boundary Conditions).

### VIII.5.3 Transformation

Les équations obtenues en 5.2 seront résolues pour trouver les composantes symétriques des tensions et des courants. Ce procédé est nommé transformation de  $a - b - c$  au  $0 - d - i$  systèmes.  $V_{odi} = A^{-1}V_{abc}$ .

## VIII.5.4 Séquences courants et séquences tensions

Les séquences tensions et courants obtenues en équation 5.3 seront examinées pour déterminer les différents réseaux de séquences. Les impédances requises peuvent être ajoutées dans les réseaux de séquences.

## VIII.5.5 Interconnexion des séquences réseaux

Les réseaux de séquences sont interconnectés entre eux de telle sorte que les équations qui décrivent les conditions de défaut sont satisfaites et que l'interconnexion représente la contrainte du défaut sur le système.

## VIII.5.6 Informations à partir du réseau de séquence

La tension de phase  $a$  et les composantes de courant sont trouvées à partir du réseau de séquence. Les tensions et courants des phases  $b$  et  $c$  sont alors trouvés par les relations angulaires de l'ensemble équilibré.

## VIII.6 Défaut monophasé phase-terre

C'est un défaut qui survient de contact d'une phase qui tombe sur terre ou un contact phase-neutre conducteurs.

### VIII.6.1 Diagramme (Schéma) du circuit

On suppose que la phase est connectée à la terre au point de défaut.

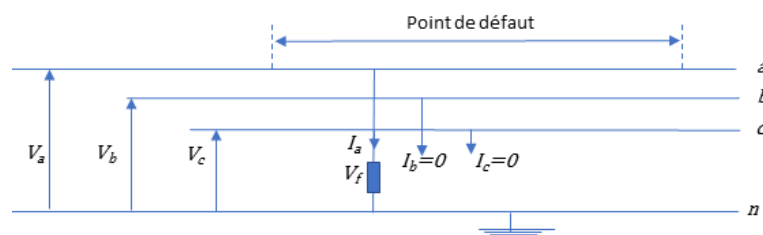


Figure 8.2: Single line-to-ground fault.

$V_f$  Est l'impédance de défaut. Le courant de défaut est  $I_{af} = I_a$  est pris positifs quand dirigé sur le point de défaut.

## VIII.6.2 Conditions aux limites

Du moment que la phase  $a$  est affectée par le défaut (phase  $a$  à la terre), les phases  $b$  et  $c$  seront en circuit-ouverts ( $I_c = I_b = 0$ ) et  $I_f = I_a$  courant de défaut.

La tension au-dessus de la terre au point de défaut est :  $V_a = Z_f * I_a$ ,

## VIII.6.3 Transformation

Les composantes symétriques du courant de défaut en phase  $a$  au point de défaut sont :

$$\begin{aligned}
 I_{a0} &= \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = \frac{1}{3}I_a . \\
 I_{ad} &= \frac{1}{3}(I_a + \alpha I_b + \alpha^2 I_c) = \frac{1}{3}I_a . \\
 I_{ai} &= \frac{1}{3}(I_a + \alpha^2 I_b + \alpha I_c) = \frac{1}{3}I_a . \\
 \Leftrightarrow I_{a0} &= I_{ad} = I_{ai} = \frac{1}{3}I_a , \tag{8.1}
 \end{aligned}$$

On peut écrire sous formes matricielle :  $I_{0di} = A^{-1} * I_{abc}$  ,

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{ad} \\ I_{ai} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{I_a}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} ,$$

Cependant, on conclut que dans le cas d'un défaut monophasé phase-terre les courants des séquences sont égaux.

Les tensions de séquences au point de défaut sont données par :

$$V_{a0} = E_{a0} - Z_{a0} * I_{a0} .$$

$$V_{ad} = E_{ad} - Z_{ad} * I_{ad} .$$

$$V_{ai} = E_{ai} - Z_{ai} * I_{ai} .$$

Avec  $E_{a0}, E_{ad}, E_{ai}$  les tensions de séquence générées par phase  $a$ ,

$Z_{a0}, Z_{ad}, Z_{ai}$  Les impédances pour la circulation des courants  $I_{a0}, I_{ad}, I_{ai}$  respectivement.

Par un système équilibré :  $E_{a0} = 0, E_{ai} = 0$  et  $E_{ad} = V_f$ ,

D'où :  $V_a = V_{a0} + V_{ad} + V_{ai}$  ,

$$Z_f * I_a = (-Z_{a0} * I_{a0}) + (V_f - Z_{ad} * I_{ad}) + (-Z_{ai} * I_{ai}) \tag{8.2}$$

Par combinaison des équations (8.1) et (8.2) :

$$Z_f * I_a = V_f - \frac{I_a}{3} (Z_{a0} + Z_{ad} + Z_{ai}),$$

$$I_a = \frac{V_f}{Z_f + \frac{1}{3}(Z_{a0} + Z_{ad} + Z_{ai})}, \quad (8.3)$$

Étant donné que toutes les impédances et la tension  $V_f$  au point de défaut sont connues, le courant de défaut peut être déterminé par (8.3).

Le courant de séquence est :

$$I_{a0} = I_{ad} = I_{ai} = \frac{I_a}{3} = \frac{V_f}{3Z_f + Z_{a0} + Z_{ad} + Z_{ai}}, \quad (8.4)$$

Les relations suivantes donnent les tensions des phases  $V_a$ ,  $V_b$  et  $V_c$  au point de défaut :

$$V_a = V_{a0} + V_{ad} + V_{ai}.$$

$$V_b = V_{a0} + \alpha V_{ad} + \alpha^2 V_{ai}.$$

$$V_c = V_{a0} + \alpha^2 V_{ad} + \alpha V_{ai}$$

### VIII.6.4 Interconnexion des réseaux de séquence

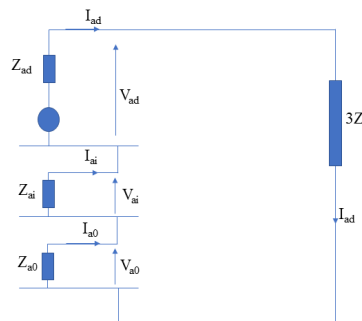
Du moment que les courants de séquences sont égaux, les réseaux de séquences doivent être connectés en série pour satisfaire la condition de courant.

On a :

$$V_f = Z_{a0}I_{a0} + Z_{ai}I_{ai} + Z_{ad}I_{ad} + 3Z_fI_{ad} \quad (8.4)$$

avec  $I_{a0} = I_{ai} = I_{ad}$

Si on considère  $3Z_f$  comme étant une impédance externe connectée comme c'est indiqué sur la figure 8.2 :



**Figure 8.2:** Interconnexion des réseaux de séquence.

L'équation (8.4) est complètement satisfaite.

**NB :** On peut faire les réseaux des séquences pour le cas spécial où  $Z_f = 0$ ,

## VIII.7 Défaut biphasé (Phase-Phase LL)

C'est un défaut provoqué par un court-circuit entre deux (02) phases, la figure 8.3 ci-après montre un défaut LL entre les phases  $b$  et  $c$ .  $Z_f$  est l'impédance du défaut. Le défaut LL est placé entre la phase  $b$  et la phase  $c$  dans le but que le défaut soit symétrique par rapport à la phase de référence  $a$  (sans défaut).

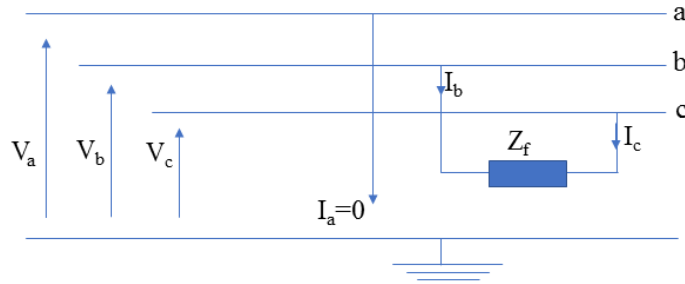


Figure 8.3: Défaut biphasé (Phase-Phase LL).

### VIII.7.1 Conditions aux limites

Comme conditions aux limites, ce cas nous impose à prendre :

$$I_a = 0, I_b = -I_c \text{ et } V_b - V_c = Z_f \cdot I_b$$

Le courant de défaut étant :  $I_f = I_b$ .

### VIII.7.2 Transformation

Les composantes symétriques du courant de défaut en phase  $a$  au point de défaut sont :

$$\begin{cases} I_{a0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = \frac{1}{3}(0 + I_b - I_b) = 0 \\ I_{ad} = \frac{1}{3}(I_a + \alpha I_b + \alpha^2 I_c) = \frac{1}{3}(0 + \alpha I_b - \alpha^2 I_b) = \frac{1}{3}(\alpha - \alpha^2)I_b \\ I_{ai} = \frac{1}{3}(I_a + \alpha^2 I_b + \alpha I_c) = \frac{1}{3}(\alpha^2 - \alpha)I_b = -\frac{1}{3}(\alpha - \alpha^2)I_b \end{cases} \quad (8.5)$$

D'où :

$$I_{a0} = 0, I_{ad} = -I_{ai} = \frac{1}{3}(\alpha^2 - \alpha)I_b \quad (8.6)$$

Sous forme matricielle :  $I_{0di} = A^{-1}I_{abc}$ ,

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{ad} \\ I_{ai} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{I_a}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ I_b \\ -I_b \end{bmatrix},$$

En exprimant  $V_b$ ,  $V_c$  et  $I_b$  en termes de leurs composantes symétriques, par les lois de Kirchoff dans la maille de défaut on avait :  $V_b - V_c = Z_f \cdot I_b$

$$(V_{a0} + \alpha^2 V_{ad} + \alpha V_{ai}) - (V_{a0} + \alpha V_{ad} + \alpha^2 V_{ai}) = Z_f (I_{a0} + \alpha^2 I_{ad} + \alpha I_{ai}), \quad (8.7)$$

Par combinaison des équations (8.5), (8.6) et (8.7) on aura :

$$(\alpha^2 - \alpha)V_{ad} - (\alpha^2 - \alpha)V_{ai} = Z_f(\alpha^2 - \alpha)I_{ad}$$

Ce qui nous amène à déduire :

$$V_{ad} - V_{ai} = Z_f I_{ad} \quad (8.8)$$

Les composantes de séquence des tensions au point de défaut sont données par :

$$V_{0di} = A^{-1}V_{abc} = E - Z_{adi}I_{0di}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{ad} \\ V_{ai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_f \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{a0} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{ad} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ai} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{ad} \\ I_{ai} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_{a0} = -Z_{a0}I_{a0} \\ V_{ad} = V_f - Z_{ad}I_{ad} \\ V_{ai} = -Z_{ai}I_{ai} \end{cases} \quad (8.9)$$

$$V_{ad} - V_{ai} = V_f - Z_{ad}I_{ad} + Z_{ai}I_{ai} \quad (8.10)$$

Par combinaison des équations (8.6), (8.8) et (8.9) on aura :

$$Z_f I_{ad} = V_f - Z_{ad}I_{ad} + Z_{ai}I_{ai} = V_f - Z_{ad}I_{ad} - Z_{ai}I_{ad}$$

D'où :

$$I_{ad} = \frac{V_f}{Z_{ad} + Z_{ai} + Z_f} \quad (8.11)$$

Le courant de défaut est donné par :

$$I_f = I_b = -I_c$$

$$I_b = I_{a0} + \alpha^2 I_{ad} + \alpha I_{ai} = (\alpha^2 - \alpha)I_{ad} = \frac{(\alpha^2 - \alpha)V_f}{Z_{ad} + Z_{ai} + Z_f}$$

$$I_f = I_b = \frac{(\alpha^2 - \alpha)V_f}{Z_{ad} + Z_{ai} + Z_f} = \frac{-j\sqrt{3} \cdot V_f}{Z_{ad} + Z_{ai} + Z_f} \quad (8.12)$$

Dans un défaut LL, le courant homopolaire est nul, c'est logique du moment que le retour du courant dans le neutre est inexistant.

La composante directe est égale en amplitude à la composante inverse mais sont en opposition de phase.

### VIII.7.3 Interconnexion des réseaux de séquences

Du moment que le courant homopolaire est nul ( $I_{a0} = 0$ ), le réseau de séquence zéro est ouvert (non-connecté).

Les équations  $I_{ad} = -I_{ai} = \frac{1}{3}(\alpha^2 - \alpha)I_b$ ,  $I_f = I_b$ . Suggèrent une connexion parallèle de la séquence directe et la séquence inverse aux réseaux à travers une impédance série  $Z_f$ . D'où on résume le fonctionnement des équations dans le réseau de séquences équivalent d'un défaut biphasé tel qu'indique la figure 8.4.

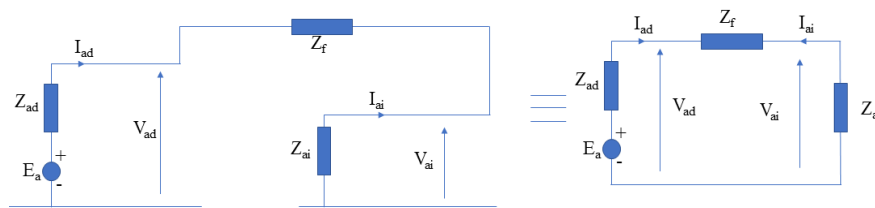


Figure 8.4: Interconnexion des réseaux de séquences.

### VIII.7.4 Cas spécial pour un défaut idéal

Si on présume un défaut idéal on aura à mettre  $Z_f = 0$  (défaut idéal), ce qui nous conduit à écrire :

$$I_{ad} = \frac{V_f}{Z_{ad} + Z_{ai}}$$

$$I_f = I_b = \frac{(\alpha^2 - \alpha)V_f}{Z_{ad} + Z_{ai}} = \frac{-j\sqrt{3}V_f}{Z_{ad} + Z_{ai}}$$

### VIII.8 Défaut LLG ou DLG (Biphasés-terre)

Comme exemple, on prend le défaut LLG avec : Phase a comme référence, phase b et phase c shuntés avec la terre comme l'indique la figure 8.5.

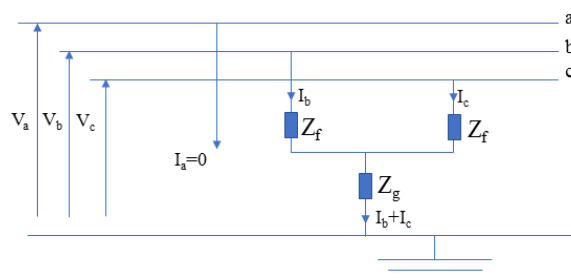


Figure 8.5: Interconnexion des réseaux de séquences pour un défaut LLG.

Comme conditions aux limites et au point de défaut on a :

$I_a = 0$ ,  $V_b$  et  $V_c$  sont à déterminer par les lois de Kirchhoff (KVLaw ) jusqu'à déterminer les réseaux des séquences.

## VIII.9 Défaut triphasé équilibré

C'est le défaut qui court-circuite les trois phases avec la terre (défaut triphasé + terre).

Toutes les phases sont à la terre avec la même impédance de défaut  $Z_f$  comme le montre la figure 8.6 ci-après.

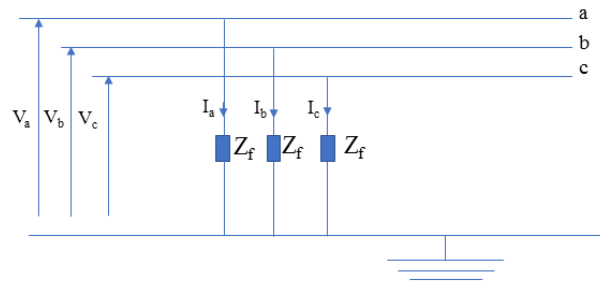


Figure 8.6: Défaut triphasé équilibré.

### VIII.9.1 Conditions aux limites

Tensions de phases au point de défaut :

$$\begin{cases} V_a = Z_f \cdot I_a \\ V_b = Z_f \cdot I_b \\ V_c = Z_f \cdot I_c \end{cases}$$

### VIII.9.2 Transformation

Tension de séquence positive :

$$V_{ad} = \frac{1}{3}(V_c + \alpha V_b + \alpha^2 V_c) = \frac{1}{3}(I_c + \alpha I_b + \alpha^2 I_c)Z_f$$

Or on a :

$$\begin{cases} V_{ad} = Z_f \cdot I_{ad} \\ V_{ai} = Z_f \cdot I_{ai} \\ V_{a0} = Z_f \cdot I_{a0} \end{cases}$$

Pour un système équilibré :



$$\begin{cases} V_{ad} = E_{ad} - Z_{ad} \cdot I_{ad} \\ V_{ai} = 0 - Z_f \cdot I_{ai} \\ V_{a0} = 0 - Z_f \cdot I_{a0} \end{cases},$$

Donc :

- $V_{ad} = E_{ad} - Z_{ad} \cdot I_{ad} = Z_f \cdot I_{ad} \Rightarrow I_{ad} = \frac{E_{ad}}{Z_{ad} + Z_f}$ ,
- $V_{ai} = Z_f \cdot I_{ai} = -Z_{ai} \cdot I_{ai} \Rightarrow I_{ai} = \mathbf{0}$ ,
- $V_{a0} = -Z_f \cdot I_{a0} = Z_f \cdot I_{a0} \Rightarrow I_{a0} = \mathbf{0}$ ,

### VIII.9.3 Exemples d'application N°01

Soient  $Z_0$ ,  $Z_d$  et  $Z_i$  les impédances des séquences homopolaires directe et inverse respectivement proprement réactives et  $Z_f = 0$  (impédance du défaut).

Nous allons Comparer entre un défaut triphasé (LLL) et un défaut monophasé (LG) dans les cas suivants :

- 1) Défaut aux bornes d'un générateur avec neutre du générateur à la terre sans impédance,
- 2) Défaut aux bornes d'un générateur avec neutre à la terre via une réactance  $X_n$ .

$$Z_0 = jX_0, Z_d = jX_d, Z_i = jX_i,$$

- Pour un défaut triphasé  $3\Phi$  :

$$(I_a)_{3L} = \frac{V_f}{jX_d},$$

- Pour un défaut LG :

$$(I_a)_{LG} = \frac{3V_f}{j(X_0 + X_d + X_i)} \text{ ou } (I_a)_{LG} = \frac{3V_f}{j(X_0 + X_d + X_i + 3X_n)},$$

- 1) Pour un générateur  $X_0 \ll X_d$  et  $X_d \approx X_i$

$$\text{D'où } |(I_a)_{3L}| = \frac{|V_f|}{X_d}.$$

$$\text{Et } |(I_a)_{LG}| = \frac{3|V_f|}{2X_d}, \text{ avec } X_0 \text{ négligée et } X_d \approx X_i.$$

On voit bien que  $|(I_a)_{LG}| > |(I_a)_{3L}|$ .

- 2) Pour que  $|(I_a)_{LG}| = |(I_a)_{3L}|$  ;

$$\frac{|V_f|}{X_d} = \frac{3|V_f|}{X_0 + X_d + X_i + 3X_n} \Leftrightarrow X_0 + X_d + X_i + 3X_n = 3X_d,$$

$$X_n = \frac{1}{3}(3X_d - X_d - X_i + X_0) \approx \frac{1}{3}(X_d - X_0)$$

$$X_n = \frac{1}{3}(X_d - X_0).$$

Donc : si  $X_n < \frac{1}{3}(X_d - X_0) \Leftrightarrow |(I_a)_{LG}| > |(I_a)_{3L}|$ .

Si  $X_n > \frac{1}{3}(X_d - X_0) \Leftrightarrow |(I_a)_{LG}| < |(I_a)_{3L}|$ .

### VIII.9.4 Exemple d'application N°02

Un générateur synchrone triphasé, 50 MVA, 11Kv est sujet de différents types de défauts.

Les courants de défauts sont :

$LG \rightarrow 4200 \text{ A}$ ,  $LL \rightarrow 2600 \text{ A}$ ,  $LLL \rightarrow 2000 \text{ A}$ .

Le neutre du générateur est mis directement à la terre. On veut trouver les valeurs par des réactances des trois séquences

- Pour le défaut LLL :

$$I_a = \frac{|V_f|}{X_d} \Rightarrow X_d = \frac{|V_f|}{I_a} = \frac{11000}{\sqrt{3}(2000)},$$

$$X_d = \mathbf{3,175\Omega},$$

- Pour le défaut LL :

$$I_a = \frac{\sqrt{3}|V_f|}{X_d + X_i} \Rightarrow X_0 + X_d + X_i = \frac{3(11000)/\sqrt{3}}{4200}.$$

$$X_0 = \mathbf{0,305\Omega},$$

Le calcul de la base impédance :

$$Z_b = \frac{(kV)_b^2}{(MVA)_b} = \frac{11^2}{50} = 2.42\Omega,$$

$$X_{0pu} = \frac{X_0\Omega}{Z_b} = \frac{0,305}{2,42} = \mathbf{0,126pu}.$$

$$X_{dpu} = \mathbf{1,312pu},$$

$$X_{ipu} = \mathbf{0,436pu}.$$

Un défaut (phases-terres) dans les trois phases est un défaut équilibré et symétriques donc il n'aura que la composante directe qui agit. Les composantes inverses et homopolaires sont nulles.

# *Conclusion*

L'alimentation de tout type d'abonné en énergie électrique est assurée par un système de puissance très compliqué. De la production à la consommation de cette énergie, la puissance est véhiculée à travers des lignes électriques de transport d'énergie. Ces lignes sont constituées de plusieurs éléments qui agissent ensemble pour présenter une qualité meilleure de service. La puissance électrique est portée par des conducteurs électriques isolés des masses supports et de la terre via des isolateurs.

La conception des lignes électriques nécessite d'importantes étapes. Ce qui échappe à apprentis et aux agents d'études des réseaux électriques c'est donner trop d'intérêt à la problématique de calcul des réseaux de transport d'électricité. Un réseau électrique est sensé d'être dimensionné pour assurer l'équilibre entre la demande et la charge en matière d'alimentation en énergie électrique. Il est judicieux qu'en phase de formation des techniciens études réseaux électriques ou des spécialistes de connaître les caractéristiques de la charge électrique, les systèmes d'alimentations, le calcul des paramètres des lignes électriques, leur modélisations et le calcul des courants de défaut.

Les caractéristiques de la charge électriques ont été amplement détaillées par la connaissance et l'utilisation des différents facteurs de charges comme la demande électrique, le facteur de charge, le facteur d'utilisation, de diversité et ainsi de suite. La connaissance de la construction de la courbe de charge durant un intervalle de temps déterminé sert de base de données pour les prévisions de charge. Une fois maîtrisé, nous avons fait un aperçu sur les systèmes d'alimentation de puissance en citant les différents niveaux de tension relatifs aux étages de transformation de la tension.

Le calcul des paramètres d'une ligne électrique, qui demandait une connaissance et une maîtrise au préalable du calcul des champs électriques et magnétiques, nous a conduits à détailler le calcul des résistances, des inductances et des capacités qui sont des paramètres linéaires dans la phase de calcul. Il est à signaler que les inductances et les capacités des lignes ne dépendent que de l'emplacement géométrique des conducteurs par rapport à eux même et par rapport à la terre ; la méthode des moyennes géométriques sert à faciliter les calculs de ces derniers deux paramètres. Les systèmes per-unit ont servi au calcul et à la modélisation des lignes électriques. A chaque type de ligne, courte, moyenne ou longue, nous avons formulé les modèles mathématiques et physiques avec assez de détail. Pour simplifier l'étude des réseaux électrique, nous avons introduit l'application de

la notion des quadripôles pour la représentation du modèle d'une ligne via des constantes appelées ABCD.

Les réseaux électriques sont sujets à la production de défauts de court-circuit. Les deux types de défauts : symétriques et asymétriques ont été détaillé par l'application du théorème de Thevenin et le calcul de la capacité de court-circuit. Ce dernier travail a nécessité la maîtrise de l'utilisation des bases de calcul et la méthode des composantes symétriques pour considérer la superposition de l'effet de trois effets symétriques représentant un système asymétrique.

Quoi que nous avons considéré que ce travail est un travail de grande nécessité pour les calculs des réseaux, nous jugeons de le compléter par autres problématiques tels que : le contrôle de la tension et de la puissance réactive, la théorie de l'écoulement de la charge, la stabilité des réseaux de puissance et la protection qui est un facteur déterminant dans sureté de fonctionnement des réseaux électriques. Reste bien entendu, que nous pourrons envisager de faire des travaux théoriques pareils sur l'exploitation et la planification des réseaux électriques et la sécurité industriels de ces derniers et pour le personnel et pour le matériel.