

# Solution TD N°3

## Transformateur monophasé et circuit magnétique

### Exercice N°1

1) Reluctance "R"

$$H \ell = NI \rightarrow \text{Théorème d'Ampère} \rightarrow \textcircled{1}$$

$$B = \mu \cdot H \rightarrow \text{Induction magnétique} \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\text{de } \textcircled{1} \Rightarrow H = \frac{NI}{\ell} \rightarrow \text{dans } \textcircled{2} \Rightarrow$$

$$B = \mu \cdot \frac{NI}{\ell} \rightarrow \textcircled{3}$$

$$\phi = B \cdot S \Rightarrow \text{flux magnétique} \rightarrow \textcircled{4}$$

$\textcircled{3}$  dans  $\textcircled{4}$  nous donne :

$$\phi = \frac{\mu}{\ell} NI \cdot S \Rightarrow \phi \cdot \frac{\ell}{\mu \cdot S} = NI$$

R

$$\Rightarrow R = \frac{\ell}{\mu \cdot S} \quad (\text{H}^{-1})$$

où  $\ell$  = longueur moyenne du circuit magnétique (m)

$\mu = \mu_r \mu_0$  : perméabilité absolue du milieu (H/m)

$\mu_r$  = " relative (sans unité)

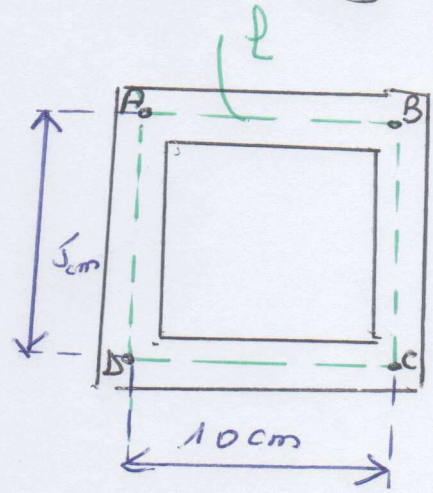
$\mu_0$  = " à vide :  $4\pi \times 10^{-7}$  (H/m)

S : Section du circuit magnétique.

2) Longueur moyenne  $l$  du circuit magnétique sans entre fer :

$$l = AB + BC + DC + AD$$

$$= (10 \times 2 + 5 \times 2) \times 10^{-2} = 0,3 \text{ m}$$



3) Section du circuit magnétique

$$S = (2 \times 3) \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

3) Réductance du circuit magnétique sans entre-fer

$$R = \frac{l}{\mu \cdot S} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r \cdot S} = \frac{0,3}{(10000 \times 4\pi \times 10^{-7}) \cdot 6 \times 10^{-4}}$$

$$R = 397,88 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$$

4) Expression de la réductance  $R_e$  de l'entre-fer

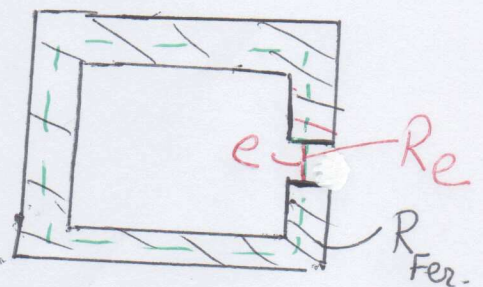
$$R_e = \frac{e}{\mu_0 \mu_r \cdot S} = \frac{e}{\mu_0 \cdot S} \quad (\mu_r = 1 \text{ pour un milieu à vide } e = 1 \text{ mm} = \text{entre fer})$$

5) Calcul de  $R_e$

$$R_e = \frac{1 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 6 \times 10^{-4}} \approx 1326,29 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$$

$$R_{eq} = R_{\text{Fer}} + R_e$$

$$= \frac{e}{\mu_0 S} + \frac{l - e}{\mu_0 \mu_r \cdot S}$$

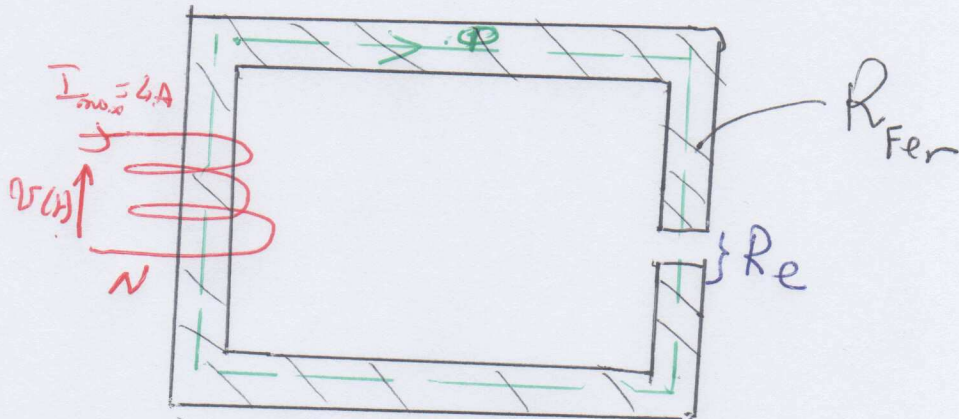


$$R_{eq} = 1326,29 \times 10^3 + \frac{0,3 - 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7} \times 1000) \times 10^{-4} \times 6}$$

$$R_{eq} = 1326,29 \times 10^3 + 396,56 \times 10^3$$

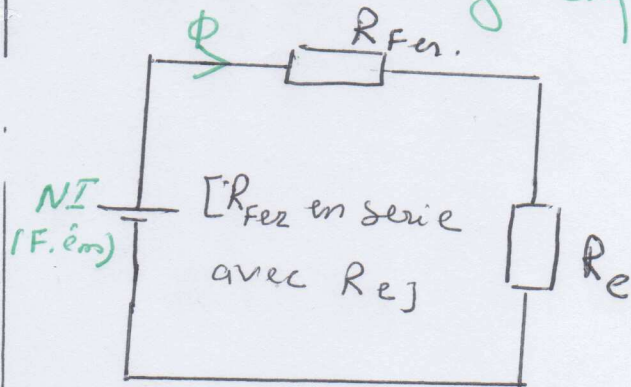
$$R_{eq} = 1722,85 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$$

6)  $I_{max} = 4 \text{ A}$  ;  $N = 100$  spires



7) Schéma analogique (Électrique)  
circuit électrique

circuit magnétique



Loi d'ohm électrique

$$U = R I$$

$U$  : tension électrique (V)

$R$  : Résistance (Ω)

$$= \frac{S \cdot l}{S}$$

$I$  : Amperes (A)

Loi d'ohm magnétique (Formule d'Hopkinson)

$$N I = R \Phi$$

$N I$  : Force électromotrice (A turns)

$R$  : Reluctance (H<sup>-1</sup>)

$$= \frac{l}{\mu \cdot S}$$

$\Phi$  : flux (wb (weber))

8)  $\Phi$  pour  $I_{max} = 4 \text{ A}$

$$N I_{max} = R_{eq} \cdot \Phi_{max} \Rightarrow \Phi_{max} = \frac{N I_{max}}{R_{eq}}$$

$$\Phi_{max} = \frac{100 \times 4}{1722,85 \times 10^3} = 0,232 \text{ Web}$$

9) Induction  $B_{max}$ :

$$\Phi_{max} = B_{max} \cdot S \Rightarrow B_{max} = \frac{\Phi_{max}}{S} = \frac{0,232 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-4}}$$

$$B_{max} = 0,386 \text{ T}$$

10) Champ magnétique  $H$

$$H = \frac{B_{max}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{0,386}{4 \cdot \pi \times 10^{-7} \times 1000} \approx 307,17 \text{ A m}^{-1}$$

11) Inductance magnétique "L"

$$L = \frac{\Phi_T}{I} = \frac{N \Phi}{I}; \quad \Phi = \frac{N I}{R_{eq}} \Rightarrow$$

( $\Phi_T = \Phi$  flux total vu par le bobinage)

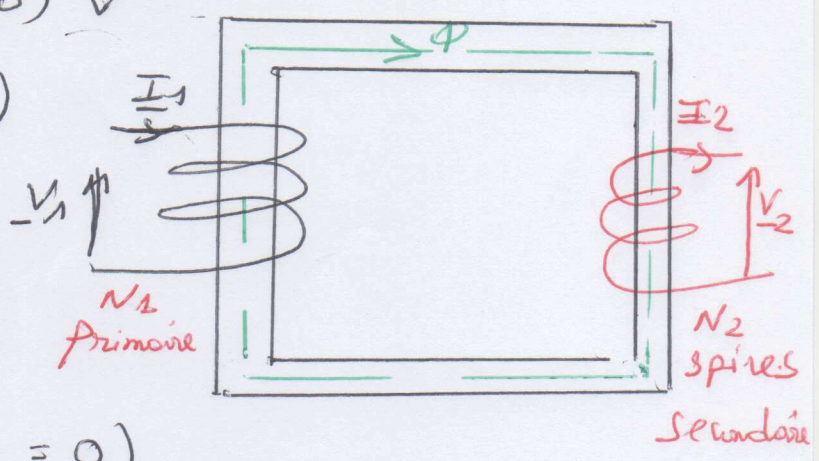
$$L = \frac{N^2}{R_{eq}} = \frac{100^2}{1722,85 \times 10^3} = 5,8 \text{ mH}$$

Exercice N°2:  $\swarrow V_1$   $\nearrow V_2$

$B_{max} = 1,2 T; (250/3000) V$

$f = 50 Hz; (F.ém/N = 8 V)$

1) Nombre de spires  $N_1$  et  $N_2$



à vide (sans charge  $I_2 = 0$ )

$V_1 = E_1 = 250V$ ;  $V_2 = E_2 = 3000V$  ( $E_1$  et  $E_2$ : F.ém: Force électro-motrice primaire et secondaire)

$E_1$  et  $E_2$  sont définies par la formule de Donchonet:

\*  $E_1 = 4,44 f \cdot N_1 \cdot \Phi_{max} = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot B_{max} \cdot S$  ①

\*  $E_2 = 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi_{max} = 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot B_{max} \cdot S$  ②

de ① et ②:  $\frac{E_1}{N_1} = \frac{E_2}{N_2} = 4,44 \cdot f \cdot B_{max} \cdot S = 8V$  ③

à partir de ③:

$N_1 = \frac{E_1}{4,44 \cdot f \cdot B_{max} \cdot S} = \frac{E_1}{8} = \frac{250}{8} \approx 32$  spires

$N_2 = \frac{E_2}{4,44 \cdot f \cdot B_{max} \cdot S} = \frac{E_2}{8} = \frac{3000}{8} = 375$  spires

2) Section du noyau: de ① ou ② on peut calculer S

$S = \frac{E_2}{4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot B_{max}} = \frac{3000}{4,44 \cdot 50 \cdot 375 \cdot 1,2} \approx 0,03 m^2$

3) Rapport de Transformation:

$m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{375}{32} \approx 12$

### Exercice N°3

$$S = 3500 \text{ KVA}, V_{1n} = 25 \text{ KV}; V_{2n} = 980 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz}$$

$$\text{Essai à vide: } V_{10} = 25 \text{ KV}, I_{10} = 10 \text{ A}, V_{20} = 1 \text{ KV}$$

$$P_{10} = 400 \text{ W}$$

$$\text{Essai en c.c.: } V_{1cc} = 1812 \text{ V}, \cos \phi_{cc} = 0,3$$

$$1) m = \frac{V_{20}}{V_{1n}} = \frac{1 \times 10^3}{25 \times 10^3} = 0,04$$

$$2) \cos \phi_{10} = \frac{P_{10}}{V_{10} I_{10}} = \frac{400}{25 \times 10^3 \times 10} = 0,0016 \Rightarrow$$

$$\phi_{10} = \arccos(0,0016) \approx 89,9^\circ$$

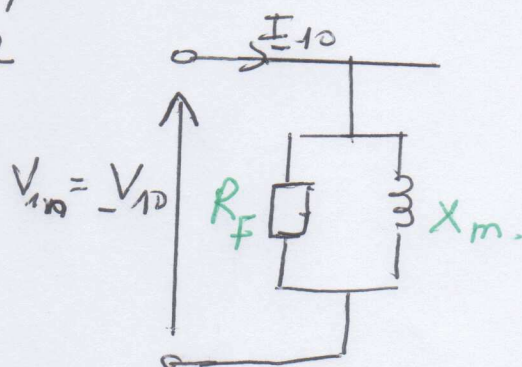
Puissance réactive  $Q_{10}$ :

$$Q_{10} = V_{10} I_{10} \sin \phi_{10} = 25 \times 10^3 \times 10 \times \sin(89,9^\circ) \\ \approx 250 \text{ KVARs}$$

3) Paramètres  $X_m$  et  $R_F$  correspondant à l'essai à vide

$$R_F = \frac{V_{10}^2}{P_{10}} = \frac{(25 \times 10^3)^2}{400} = 1562,5 \text{ K}\Omega$$

$$X_m = \frac{V_{10}^2}{Q_{10}} = \frac{(25 \times 10^3)^2}{250 \times 10^3} = 2500 \Omega$$



4) Paramètres  $R_s$ ,  $X_s$  à partir de l'essai en c.c

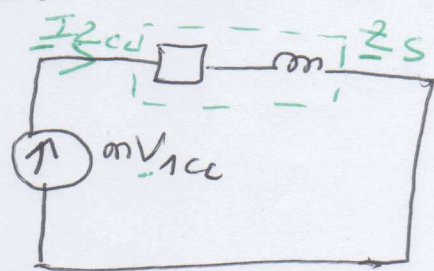
$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

$$P_{1cc} = V_{1cc} I_{1cc} \cos \phi_{1cc}$$

$$I_{2cc} = I_{1n} = \frac{S}{V_{1n}} = \frac{3500 \times 10^3}{25 \times 10^3} = 140 \text{ A}$$

$$P_{1cc} = 1812 \times 140 \times 0,3 = 76,1 \text{ kW}$$

$$R_s = \frac{76,1 \times 10^3}{I_{2cc}^2}; I_{2cc} = I_{2n} = \frac{S}{V_{2n}} = \frac{3500 \times 10^3}{980}$$



$$I_{2n} = I_{2cc} = 3571,42 \text{ A}$$

$$R_s = \frac{76,1 \times 10^3}{3571,42^2} = 0,00596 \Omega$$

$$X_s = \sqrt{E_s^2 - R_s^2} ; Z_s = \frac{mV_{acc}}{I_{2cc}} = \frac{0,04 \times 1813}{357,42} = 0,102 \Omega$$

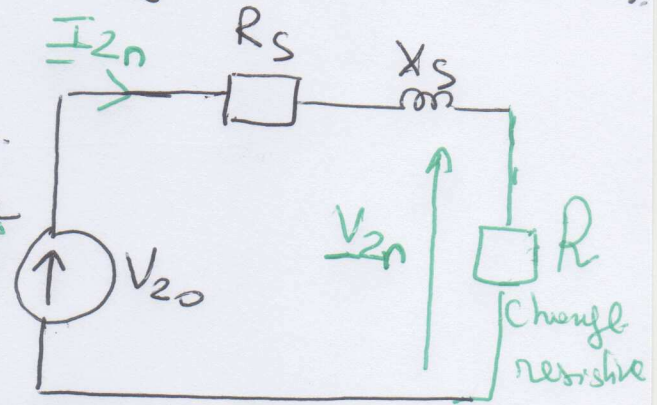
$$X_s = \sqrt{0,102^2 - 0,00596^2} = 0,1019 \Omega$$

5) Rendement  $\mu$  pour une charge résistive ( $V_2 = V_{2n}$ )  
 ( $\cos \phi_2 = 1 \Rightarrow \phi_2 = 0$ )

$$\mu = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma \text{Pertes}} = \frac{P_2}{P_2 + P_J + P_{Fe}}$$

$$P_2 = \underbrace{V_{2n}}_{S_N} I_{2n} \times \underbrace{\cos \phi_2}_1$$

$$\mu = \frac{3500 \times 10^3}{3500 \times 10^3 + 400 + 76,1 \times 10^3} \approx 0,978$$



$$\text{ou } \mu = \frac{980 \times 3571,42}{980 \times 3571,42 + 400 + 76,4 \times 10^3} \approx 0,978$$

### Exercice N°4 :

$$S = 6 \text{ KVA}, R_1 = 0,009 \Omega; R_2 = 0,072 \Omega, N_2 = 82 \text{ spires}$$

$$\text{Essai à vide : } V_{10} = 50,6 \text{ V}; V_{20} = 101,2 \text{ V}, P_{10} = 150 \text{ W}$$

$$\text{Essai en C.C. : } V_{1cc} = 6,6 \text{ V}; I_{2cc} = 60 \text{ A}$$

1) Rapport de Transformation  $m$ .

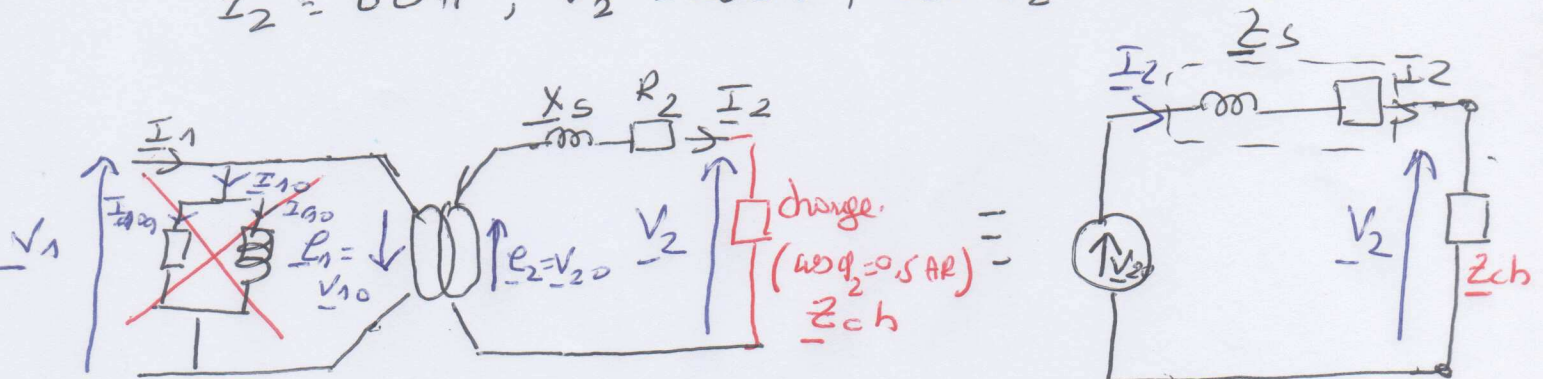
$$m = \frac{V_{20}}{V_{10}} = \frac{101,2}{50,6} = 2.$$

Nombre de spires

$$m = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow N_1 = \frac{N_2}{m} = \frac{82}{2} = 41 \text{ spires}$$

2) Hypothèse de Rapp :  $I_{10} = 0$

$$I_2 = 60 \text{ A}; V_2 = 200 \text{ V}, \cos \varphi_2 = 0,5 (\text{AR})$$



$$V_{20} = V_2 + R_s I_2 + j X_s I_2 = V_2 + Z_s I_2$$

$$V_1 = ? \Rightarrow V_1 = \frac{V_{20}}{m} \Rightarrow V_{20} = ?; V_{20} = V_2 + \Delta V$$

$$V_{20} - V_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2 = \Delta V.$$

$$R_s = R_2 + m^2 R_1 = 0,072 + 2^2 \times 0,009 = 0,108 \Omega.$$

$$Z_s = m \times \frac{V_{1cc}}{I_{2cc}} = 2 \times \frac{6,6}{60} = 0,22 \Omega$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} = \sqrt{0,22^2 - 0,108^2} = 0,192 \Omega$$



$$\varphi_2 = \arccos(0.5) = 60^\circ$$

$$\Delta V = 0,108 \times 60 \times 0,5 + 0,192 \times 60 \times 0,866 \\ = 13,21 \text{ V}$$

$$V_{20} = 200 + 13,21 = 213,21$$

$$V_1 = \frac{V_{20}}{m} = \frac{213,21}{2} \approx 106,61 \text{ V}$$

3) Inductance  $L$  de la charge :

$$\underline{V}_2 = \underline{Z}_{ch} \underline{I}_2 = R_{ch} \underline{I}_2 + j X_{ch} \underline{I}_2$$

$$\underline{Z}_{ch} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{I}_2} \Rightarrow Z_{ch} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{200}{60} = 3,33 \Omega$$

$$X_{ch} = Z_{ch} \sin \varphi_2 = 3,33 \sin 60^\circ = 3,33 \times 0,866$$

$$X_{ch} = 2,884 \Omega$$

$$X_{ch} = L\omega \Rightarrow L = \frac{X_{ch}}{\omega} = \frac{2,884}{2\pi \times 50} = 9,2 \text{ mH}$$

4)  $P_J = R_1^2 I_1^2 + R_2 I_2^2 = R_s I_2^2 = 0,108 \times 60^2$

$$P_J = 388,8 \text{ W}$$

$$\mu = \frac{P_2}{P_2 + \sum P_{pertes}} = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_J + P_{fer}}$$

$$\mu = \frac{200 \times 60 \times 0,5}{200 \times 60 \times 0,5 + 388,8 + 150} = 0,917$$