

Chapitre 1

Introduction à la mécanique des milieux continus

1. De la mécanique du point matériel à la mécanique des milieux continus

1.1 Mécanique du point matériel

La mécanique du point matériel permet de prédire le mouvement d'un point soumis à un ensemble de forces.

On distingue dans cette théorie la description de la cinématique: position, vitesse et accélération du point. Par contre, la "dynamique" fait la relation entre force et mouvement (la seconde loi de Newton $\vec{f} = m\vec{a}$). Cette théorie permet par exemple de calculer le trajet d'électrons dans un champ magnétique ou de prédire l'orbite d'une planète soumise aux forces gravitationnelles.

Avec la mécanique du point matériel, on ne peut décrire les rotations d'un corps sur lui-même. Cette théorie n'est donc pas adaptée pour étudier le trajet d'une boule de billard ou pour étudier la rotation d'une planète ou d'un satellite sur lui-même lors de son orbite. Pour cela, il faut la mécanique des solides indéformables qui intègre la notion de rotation, d'inertie et de moment. La somme des moments s'appliquant sur le corps égale à tout instant à son moment d'inertie multiplié par son accélération angulaire.

Il est important de constater que pour un point matériel, la notion de rotation n'a pas de sens (un point ne peut tourner sur lui-même). De même le moment des forces s'appliquant sur le point est toujours nul puisque le bras de levier est toujours nul (moment calculé par rapport à la position du point). La dynamique d'un point matériel s'écrit donc simplement en termes de force et d'accélération. Pour décrire la dynamique d'un corps indéformable, on ajoute les notions de rotation, moment et inertie.

1.2 Mécanique des solides indéformables

La mécanique des solides indéformables permet de résoudre des problèmes importants de l'ingénieur comme ceux issus de la robotique (chaîne cinématique). En revanche, cette mécanique ne peut traiter les problèmes suivants :

- Déterminer la force nécessaire pour emboutir une canette à partir d'un tôle mince;
- Calculer l'écoulement de l'eau sous un pneu en conduite sur route mouillée afin d'optimiser le dessin de ce pneu ;
- Déterminer le niveau d'échauffement de l'outil dans un procédé d'usinage ;
- Calculer la pression nécessaire pour souffler les bouteilles plastiques ;
- Déterminer si une fissure détectée dans un réacteur ou sur le fuselage d'avion est critique ;
- Simuler informatiquement les chocs crâniens dans les accidents de la route pour optimiser les airbags et les habitacles des voitures ;

On peut résumer la discussion ci-dessus, en disant que la mécanique des milieux continus doit être utilisée à la place de la mécanique des solides indéformables lorsque:

- des déformations interviennent ;
- le comportement du milieu qu'il soit fluide ou solide doit être pris en compte. Il faut connaître la relation entre la déformation du corps et les efforts mis en jeu ;
- des phénomènes thermiques interviennent.

2. Applications de la mécanique des milieux continus MMC

2.1 La mécanique des milieux continus au centre des disciplines de l'ingénieur

La mécanique des milieux continus est au centre des disciplines suivantes : le calcul des structures, les procédés de fabrication, la biomécanique, la mécanique des fluides, le génie civil, le design de nouveaux matériaux (la microstructure d'un matériau peut être vue comme une structure à part entière).

2.2 Objet de la mécanique des milieux continus

La mécanique des milieux continus est le domaine de la mécanique consacré aux mouvements des corps déformables : gaz, liquide ou solide, en utilisant les données et les méthodes de la mécanique rationnelle. La mécanique des milieux continus étudie les corps matériels qui remplissent l'espace de façon ininterrompue, continue, et

dont les points changent de distance lors du mouvement. Les problèmes essentiels de la mécanique des milieux continus qui font l'objet d'études sont présentés de la manière suivante :

- action d'un fluide sur un corps en mouvement : avion, obus, navires, sous-marins, voitures, etc....
- écoulement d'un fluide dans des tubes ou plus généralement dans divers mécanismes (pompes, turbines, turbomachines)
- écoulement d'un fluide dans un milieu poreux
- les mouvements des gaz lors d'une explosion ou d'une combustion
- les mouvements turbulents des fluides
- l'étude des mouvements et de l'équilibre des corps solides déformables : la théorie de l'élasticité, fatigue des corps

La mécanique des milieux continus est un cadre physique et mathématique permettant de modéliser un problème concret. Un fois le modèle mathématique établi, il pourra être résolu par une méthode analytique ou numérique. La modélisation suivie de la résolution du modèle forment ce que l'on appelle la simulation du problème concret. Cette simulation devra être validée par des expérimentations lorsque celles-ci sont disponibles et le modèle corrigé le cas échéant.

3. Notion de milieu continu

On dit qu'un domaine contient un milieu matériel continu si à chaque instant et en chaque point de ce domaine on peut définir des grandeurs physiques locales relatives à ce milieu matériel.

La grandeur physique peut être représentée mathématiquement par :

- un scalaire (masse volumique, température, concentration d'un polluant, . . .) ;
- un vecteur (vitesse, accélération, forces volumiques, couples volumiques, . . .) ;
- un tenseur d'ordre 2 (déformations, contraintes, . . .) ;
- un tenseur d'ordre supérieur à 2 comme par exemple le tenseur d'élasticité qui est d'ordre 4.

La grandeur physique donnée à chaque instant et en chaque point forme ce que l'on appelle un champ. On parlera par exemple du champ de température dans une pièce automobile à un instant donné ou bien de l'évolution du champ de contrainte dans une tôle lors de son écrasement par une presse.

Comme autre exemple, considérons l'étude d'un barrage. Ce barrage est construit en béton. Le béton est un matériau composé de sable et de graviers de différentes tailles. Le barrage est un milieu continu dans lequel un point est un volume d'une dizaine à une centaine de centimètres cubes selon la taille des éléments entrant dans la composition du béton.

4. Remarques importantes

Dans les milieux continus de ce cours, on considère que la déformation du milieu est caractérisée par un vecteur déplacement en chaque point. On dit que le milieu est non polarisé. L'orientation propre de chaque point est indifférente. Ce n'est pas toujours le cas : en magnéto hydrodynamique (étude des fluides mécaniquement sensibles aux champs magnétiques car ils transportent des charges électriques) où cette hypothèse est inacceptable.

La mécanique des milieux continus est une théorie qui perd son sens si les vitesses mises en jeu se rapprochent de la vitesse de la lumière ou bien si la taille du système devient très petite (taille atomique). Dans ces cas extrêmes, les mécaniques relativiste et quantique, respectivement, sont plus appropriées.