

TD : Maintenance et sûreté de fonctionnement

1^{ère} partie

λ Représente le taux de défaillance ou le taux d'avarie. Il caractérise la vitesse de variation de la fiabilité au cours du temps. Pour une période de travail donnée, durée totale en service actif.

$\lambda = \text{Nombre total de défaillances pendant le service} / \text{Durée total de bon fonctionnement}$:

Durée total de bon fonctionnement = la durée totale en service – la durée des défaillances.

Les unités utilisées sont : *le nombre de défaillances par heures, le pourcentage de défaillances pour 1000 heures, etc.*

Physiquement le MTBF peut être exprimé par le rapport des temps :

MTBF = Somme des temps de fonctionnement entre le n défaillances/ nombre d ' intervention de maintenance avec immobilisation.

Si λ est constant : $MTBF = 1 / \lambda$

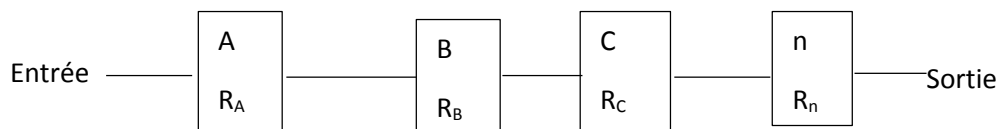
Par définition le MTBF est la durée de vie moyenne du système.

Fiabilité de système constitué de plusieurs composants (éléments)

1- La fiabilité d'un système noté R(s) représente la fiabilité d'un ensemble de "n" composants montés :

i) en série

La fiabilité R(s) d'un ensemble de "n" composants A, B, C , ..., n montés ou connectés en série est égale au produit des fiabilités respectives $R_A, R_B, R_C, \dots, R_n$ de chacun des composants.



- Si les taux de défaillances sont constants au cours du temps, la fiabilité du système sera calculée comme suit:

$$R(s)=R_A \times R_B \times R_C \times \dots \times R_n \Rightarrow R_s = R_s = e^{-\lambda A t} \times e^{-\lambda B t} \times e^{-\lambda C t} \times \dots \times e^{-\lambda n t}$$

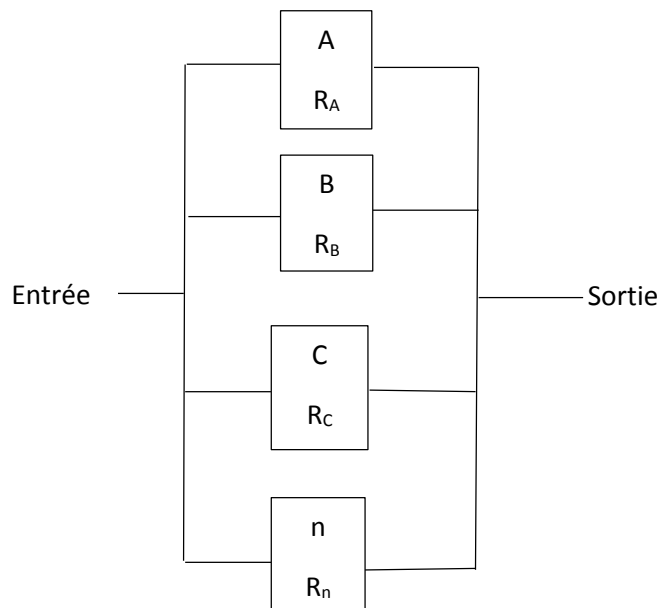
Et le temps moyen entre deux défaillances sera donné par $MTBF = 1/\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \dots + \lambda_n$

- Si, les composants sont identiques: $\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C = \dots = \lambda_n$

La fiabilité du système est $R(s) = e^{-n\lambda t}$ et le $MTBF = 1/n\lambda$

ii) En parallèle

a) Un dispositif, constitué de "n" composants en parallèle, ne peut tomber en panne que si les "n" composants tombent tous, en même temps en panne.



La fiabilité du système notée $R(s)$ de l'ensemble des composants est comme suit :

$$R(s) = 1 - (1 - R_A) \times (1 - R_B) \times (1 - R_C) \times \dots \times (1 - R_n)$$

- Si les n composants sont identiques $R_A = R_B = R_C = \dots = R_n$, et ont tous la même fiabilité $R(s)$,

L'expression devient $R(s) = 1 - (1 - R)^n$.

b) Pour le même système, considérant le composant A est en service actif et le composant B est en attente. Si B tombe à son tour en panne, il sera automatiquement remplacé par C, etc. et si tous les composants sont identiques avec un taux de défaillance λ constant, la fiabilité du dispositif sera alors :

$$R(t) = e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t} = (1 + \lambda t) e^{-\lambda t}$$

Si A et B ne sont pas identiques la relation devient

$$R(t) = (\lambda_A / \lambda_B - \lambda_A) (e^{-\lambda A t} - e^{-\lambda B t}) + e^{-\lambda A t}$$

Exercice1

Un compresseur industriel a fonctionné pendant 8000 heures en service continu avec 5 pannes dont les durées respectives sont : 7, 22, 8.5, 3.5 et 9 heures. Déterminer son MTBF.

Solution1

MTBF = Durée total de bon fonctionnement /Nombre total de défaillances pendant le service.

$$MTBF = 8000 - (7 + 22 + 8.5 + 3.5 + 9) / 5 = 7950 / 5 = 1589.4 \text{ heures}$$

$$MTBF = 1590 \text{ heures.}$$

Exercice2

Soit un poste de radio constitué de quatre composants connectés en série ; une alimentation (*A*), une partie récepteur (*B*), un amplificateur (*C*) et un haut- parleur (*D*), avec des fiabilités données respectivement comme suit $R_A=0.95$, $R_B=0.92$, $R_C=0.97$ et $R_D= 0.89$.

Déterminer la fiabilité $R(S)$ du dispositif.

Solution2

$$R(S) = R_A \cdot R_B \cdot R_C \cdot R_D = 0.95 \times 0.92 \times 0.97 \times 0.89 = 0.7545$$

Soit une fiabilité de 75% environ.

Exercice3

Soit une imprimante constituée de 2000 composants montés en série supposés tous de même fiabilité, très élevée $R = 0.9999$.

Déterminer la fiabilité de l'appareil.

Solution3

$$R(S) = 0.9999^{2000} = 0.82$$

Soit une fiabilité de 82 %.

Exercice 4

Calculer la fiabilité et déduire la défiabilité. Sachant que la fiabilité $R(t)$ est donnée par la formule suivante :

$R(t)$ = nombre de composants fiables jusqu'à $(t = T)$ / le nombre initial

$$R(t) = N(t)/N_0(t)$$

t	Nombre de composants fiables	Nombre de composants défectueux ?	Fiabilité $R(t)$?	$F(t)$?
0	50	?		
500	46	?		
1500	37	?		
2500	22	?		
3500	10	?		
4500	2	?		
5500	1	?		
6500	0	?		

- Tracer les courbes de $R(t)$ et $F(t)$.

Exercice5

Prenant trois dispositifs A , B et C connectés parallèlement et ayant la même fiabilité telles que :

$$R_A = R_B = R_C = 0.75.$$

- Déterminer la fiabilité du système.
- Quel nombre de dispositif en parallèle faudrait-il mettre pour avoir une fiabilité globale 99.9%.
- Pour avoir une fiabilité globale de 99% avec les trois dispositifs en parallèle. Calculer la fiabilité de chacun de ces dispositifs.

Solution5

- Calcul de la fiabilité du système

$$R(s) = 1 - (1 - R_A) \times (1 - R_B) \times (1 - R_C)$$

$$R(s) = 1 - (1 - 0.75)^3 = 0.984 = 98.4\%$$

- Déterminons le nombre de dispositifs (*noté n*) à mettre en parallèle pour avoir une fiabilité globale de 0,999 soit une fiabilité de 99,9%.

$$R(s)=1-(1-0.75)^n=0.999 \Rightarrow (0.25)^n=0.001$$

$$\Rightarrow \ln(0.25)^n = \ln(0.001)$$

$$\Rightarrow n = \ln(0.001) / \ln(0.25)$$

$$\Rightarrow n = 4.983 \approx 5$$

Pour avoir une fiabilité globale de 99.9%, il faut avoir *au moins cinq* dispositifs en parallèle.

- Calcul de la fiabilité R de chacun des dispositifs, si la fiabilité globale est de 0.99

$$1-(1-R)^3=0.99 \Rightarrow (1-R)^3=0.01$$

$$\Rightarrow (1-R) = \sqrt[3]{0.01}$$

$$\Rightarrow R = 1 - \sqrt[3]{0.01}$$

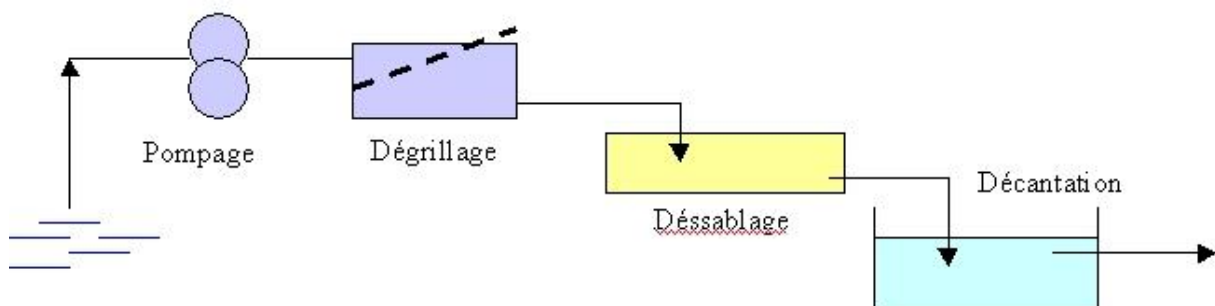
$$\Rightarrow R = 1 - 0.2154 = 0.7846$$

D'où $R = 78.46\%$

La fiabilité de chaque dispositif sera égale à 0.7846

Exercice6

Une installation montée en série (*installation d'épuration des eaux usées*) composée d'une Station de pompage, de dégrillage (dégrilleur), de dessablage (désableur) et d'une station de décantation (décanteur).



Les pannes de cette installation sont comme suit :

	Relevé de pannes				Temps de référence: 15000 heures			
	Pannes exprimées en heures							
Station de pompage	3	2,5	5	1				
Dégrilleur	4	4	2	3	1,5	0,5		
Déssableur	0,5	0,5	2	1,5	4	6	8,5	8
décanteur	3	1,5	2					

Questions

- a) Calculer le MTBF de chaque élément
- b) Calculer le Taux de défaillance λ de chaque élément
- c) Déterminer la fiabilité R de la station
 - i- par heure de fonctionnement
 - ii- pour une semaine de fonctionnement
 - iii- pour 4 semaines de fonctionnement

Solution6

a) Calcul du MTBF de chaque élément:

- MTBF station de pompage = $15000 - (3 + 2,5 + 5 + 1) / 4 = 3747.375$ heures

- MTBF dégrilleur = $15000 - (4 + 4 + 2 + 3 + 1,5 + 0,5) / 6 = 2497.5$ heures

- MTBF déssableur = $15000 - (0,5 + 0,5 + 2 + 1,5 + 4 + 6 + 8,5 + 8) / 8 = 1871.125$ heures

- MTBF décanteur = $15000 - (3 + 1,5 + 2) / 3 = 4997.833$ heures

b) Calcul des Taux de défaillance λ de chaque élément

- Si λ est supposé constant:

$$\lambda_p = 1 / 3747.375 = 0,000267$$

$$\lambda_{dég} = 1 / 2497.5 = 0,000400$$

$$\lambda_{dés} = 1 / 1871.125 = 0,000534$$

$$\lambda_{\text{déc}} = 1 / 4997.833 = 0,000200$$

c) Déterminons la fiabilité R de la station

i- pour une heure de fonctionnement

$$\lambda_s = 0,00140 \text{ (pour une heure de marche)}$$

$$R(s) = e^{-0,0014.t} = e^{-0,0014.1} = 0,9986$$

Pour 1 heure de marche la probabilité de fonctionnement sans panne est de 99.86%

ii- pour une semaine de fonctionnement

Sur une semaine de fonctionnement, soit 168 heures:

$$R(s) = e^{-0,0014.168} = e^{-0,2352} = 0,79$$

La probabilité pour que la station fonctionne sans panne pendant 1 semaine est de 79 %.

iii- pour 4 semaines de fonctionnement

Sur 4 semaines, soit 672 heures:

$$R(s) = e^{-0,0014.672} = e^{-0,2352} = 0,39 = 39 \%$$

Exercice7

Une machine de production dont la durée totale de fonctionnement est de 15000heures, se compose de quatre sous-systèmes A, B, C et D montés en série et ayant les *MTBF* respectifs suivants : $MTBF_A = 4500$ heures, $MTBF_B = 3200$ heures, $MTBF_C = 6000$ heures et

$MTBF_D = 10500$ heures.

Questions

Déterminer les taux de pannes et le *MTBF* global ($MTBF_S$).

a) Taux de pannes de l'ensemble.

b) Quelle est la probabilité pour que le système fonctionne sans pannes jusqu'à 5000 heures

Solution7

i) Déterminons les taux de pannes de chaque sous système

- $MTBF_A = 1/\lambda_A$

$\Rightarrow \lambda_A = 1/MTBF_A = 1/4500 = 2.22 \times 10^{-4}$ défaillance par heure

- $MTBF_B = 1/\lambda_B$

$\Rightarrow \lambda_B = 1/MTBF_B = 1/3200 = 3.12 \times 10^{-4}$ défaillance par heure

- $MTBF_C = 1/\lambda_C$

$\Rightarrow \lambda_C = 1/MTBF_C = 1/6000 = 1.66 \times 10^{-4}$ défaillance par heure

- $MTBF_D = 1/\lambda_D$

$\Rightarrow \lambda_D = 1/MTBF_D = 1/10500 = 9.52 \times 10^{-5}$ défaillance par heure

ii) Le taux de défaillance global est:

$\lambda_S = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D = 7.95 \times 10^{-4}$ défaillance par heure

iii) la probabilité pour que le système fonctionne sans pannes jusqu'à 5000 heures

La fiabilité (5000 heures)

$R_S(5000 \text{ heures}) = e^{-7.95 \times 10^{-4} \times 5000} = 0.0187 = \text{environ } 2\%$.