

SOLUTION TD N° 5 de Physique

(REM, RP)

Exercice 1:

$$\text{On a: } \lambda_{\text{eau}} = 0,6 \mu\text{m} = 6 \times 10^{-7} \text{ m} = 6000 \text{ \AA} ; n_{\text{eau}} = \frac{4}{3}$$

1) Vitesse, fréquence, énergie et quantité de mouvement dans l'eau

$$v_{\text{eau}} = \frac{c}{n_{\text{eau}}} = \frac{c}{4/3} = 0,75 c = 0,75 \times 3 \times 10^8 = 2,25 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

$$\nu_{\text{eau}} = \frac{v_{\text{eau}}}{\lambda_{\text{eau}}} = \frac{2,25 \times 10^8}{6 \times 10^{-7}} = 3,75 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

$$E_{\text{eau}} = \frac{12400}{n_{\text{eau}} \cdot \lambda_{\text{eau}}(\text{Å})} = \frac{12400}{\frac{4}{3} \times 6000} = 1,55 \text{ eV} = 1,55 \times 10^{-3} \text{ KeV}$$

$$p_{\text{eau}} = n_{\text{eau}} \cdot \frac{E_{\text{eau}}}{c} = \frac{4}{3} \times \frac{1,55 \times 10^{-3}}{1} = 2,06 \times 10^{-3} \text{ KeV/c}$$

Remarque 1:

Dans le calcul précédent on a mis (1) à la place de (c) pour obtenir le résultat en KeV/c.

Si l'on veut (p) en (Kg·m/s) on doit mettre l'énergie en (joules) et (c) en (m/s).

2) Vitesse, fréquence, énergie et quantité de mouvement dans le vide:

$$\text{on a: } \lambda_{\text{vide}} = n_{\text{eau}} \cdot \lambda_{\text{eau}} = \frac{4}{3} \cdot 6000 = 8000 \text{ \AA} = 8 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$v_{\text{vide}} = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

$$\nu_{\text{vide}} = \frac{v_{\text{vide}}}{\lambda_{\text{vide}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{8 \times 10^{-7}} = 3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E_{\text{vide}} = \frac{12400}{n_{\text{vide}} \cdot \lambda_{\text{vide}} (\text{Å})} = \frac{12400}{1 \times 8000} = 1,55 \text{ eV} = 1,55 \times 10^{-3} \text{ KeV} ; n_{\text{vide}} =$$

$$p_{\text{vide}} = n_{\text{vide}} \cdot \frac{E_{\text{vide}}}{c} = 1 \times \frac{1,55 \times 10^{-3}}{1} = 1,55 \times 10^{-3} \text{ KeV/c}$$

Remarque 2:

La fréquence et l'énergie ont les mêmes valeurs dans l'eau et dans le vide. Elles ne dépendent pas du milieu.

$$E = E_{\text{eau}} = E_{\text{vide}} = 1,55 \text{ eV}$$

$$\nu = \nu_{\text{eau}} = \nu_{\text{vide}} = 3,75 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

Exercice 2:

$$\text{On a: } \lambda_1 = 24 \text{ nm} = 240 \text{ \AA} = 2,4 \times 10^{-8} \text{ m} ; n_1 = 1,2 ; n_{\text{vide}} = 1$$

$$\lambda_2 = 10 \mu\text{m} = 10^{-5} \text{ m} = 10^5 \text{ \AA}, n_{\text{eau}} = n = \frac{4}{3}$$

1) vitesses de déplacement des deux ondes dans l'eau:

$$v_{\text{eau}} = \frac{c}{n_{\text{eau}}} = \frac{c}{4/3} = 0,75 \cdot c$$

1) Les quantités de mouvement dans le vide:

$$\text{On a: } P = n \cdot \frac{E}{c} \text{ et } E = \frac{h \cdot c}{n \cdot \lambda} \quad ; \quad n=1 \text{ vide}$$

$$P_1 = \frac{E_1}{c} = \frac{h \cdot c}{n_1 \cdot \lambda_1 \cdot c} = \frac{12400}{1,2 \times 240 \times 1} = 43,055 \text{ eV/c}$$

$$h \cdot c = 12400 \text{ eV} \cdot \text{\AA}$$

$$\text{dans le syst\`eme MKSA } h \cdot c = 6,62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 = 1,98 \times 10^{-26} \text{ J} \cdot \text{m}$$

$$P_2 = \frac{E_2}{c} = \frac{h \cdot c}{n_{\text{vide}} \cdot \lambda_2 \cdot c} = \frac{12400}{1 \times 10^5 \times 1} = 0,124 \text{ eV/c}$$

Exercice 3:

$$\text{On a: } \lambda_a = \frac{17536,24 \text{ \AA}}{m_0 c^2}$$

2) Quantité de mouvement de l'électron:

$$P = \frac{h}{\lambda_a} = \frac{h}{\frac{17536,24}{m_0 c^2}} = \frac{h \cdot m_0 c^2}{17536,24} = \frac{h \cdot c}{17536,24} m_0 c$$

$$P = \frac{12400}{17536,24} m_0 c = \frac{m_0 c}{\sqrt{2}}$$

3) Vitesse de l'électron:

On suppose que l'électron est relativiste. Donc:

$$P = \gamma m_0 v = \frac{m_0 c}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} m_0 v = \frac{m_0 c}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{3}} > 0,1c \Rightarrow \text{l'électron est relativiste}$$

### Remarque :

On aurait pu supposer que l'électron était classique

$$\text{donc : } P = m v = \frac{m_0 c}{\sqrt{2}} \quad ; \quad m = m_0 \Rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{2}} > 0,1c$$

Ce qui est contradictoire avec notre supposition.

### 3) Energie cinétique de l'électron :

Puisque l'électron est relativiste, on doit utiliser la mécanique relativiste :

$$E_c = (\gamma - 1) m_0 c^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0 c^2 = 0,224 m_0 c^2$$

### 4) Vitesse de l'électron :

$$\text{On a : } E_{\text{photon}} = 511 \text{ KeV}$$

$$\text{On sait que pour un électron : } m_0 c^2 = 511 \text{ KeV}$$

Donc on peut écrire (dans ce cas uniquement) :

$$E_{\text{photon}} = m_0 c^2 \Rightarrow \frac{h \cdot c}{n \cdot \lambda_{\text{photon}}} = m_0 c^2$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{photon}} = \frac{h}{n \cdot m_0 \cdot c} = \lambda_{\text{électron}}$$

$$\text{On a } P_{\text{électron}} = \frac{h}{\lambda_{\text{électron}}} = \frac{h}{\frac{h}{n \cdot m_0 \cdot c}} = n \cdot m_0 \cdot c$$

On suppose que l'électron est relativiste :

$$P = \gamma m_0 v = n \cdot m_0 c \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} m_0 v = n \cdot m_0 \cdot c$$

$$\Rightarrow v = \frac{n \cdot c}{\sqrt{1+n^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} c \quad ; \quad n = \sqrt{3}$$

5) A) Faux, B) Faux, C) Faux, D) Vrai, E) Vrai.

### Exercice 4:

On a:  $P_{ph} = P_e = 0,153 \text{ MeV}/c = 0,153 \times 10^6 \text{ eV}/c$

1) Longueur d'onde et énergie du photon:

$$\lambda_{ph} = \frac{h}{n \cdot P_{ph}} = \frac{h \cdot c}{n \cdot P_e \cdot c} = \frac{12400}{1,5 \times 0,153 \times 10^6} = 0,054 \text{ \AA}$$

$$E = P_e \cdot c = 0,153 \times 1 = 0,153 \text{ MeV} = 153 \text{ KeV}$$

2) Nature et énergie cinétique de l'électron:

On a:  $E^2 = P_e^2 c^2 + (m_0 c^2)^2 \quad ; \quad E = \gamma m_0 c^2$

$$\Rightarrow P_e = \frac{m_0 c^2}{c} \sqrt{\gamma^2 - 1} \Rightarrow \gamma = \sqrt{\left(\frac{P_e c}{m_0 c^2}\right)^2 + 1} \quad ; \quad m_0 c^2 = 0,511 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \gamma = \sqrt{\left(\frac{0,153}{0,511}\right)^2 + 1} = 1,04386 > 1,005 \Rightarrow \text{l'électron est relativiste.}$$

$$E_c = (\gamma - 1) m_0 c^2 = 28,41 \text{ MeV}$$

3) Expression de la vitesse et nature de la particule:

$$P = \gamma m_0 v = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow P^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2 v^2$$

$$\Rightarrow v = \frac{P \cdot c}{\sqrt{P^2 + m_0^2 c^2}}$$

$$v = \frac{153}{\sqrt{153^2 + (511 \times 207)^2}} \cdot c = 0,00144 c \quad ; \quad m_0 = 207 m_0 \text{ électrons}$$

$v < 0,1c \Rightarrow$  la particule est classique.

4) La tension  $U$ : Si le muon est relativiste donc

$$\text{on a : } E_c = (\gamma - 1) m_0 c^2 \quad ; \quad \gamma \gg 1,005$$

$$\Rightarrow E_c = eU \gg 0,005 m_0 c^2$$

$$\Rightarrow U \gg \frac{0,005 m_0 c^2}{e} = 0,005 \times 207 \times 0,511 \frac{\text{MeV}}{e}$$

$$U \gg 0,528 \text{ MV} \quad ; \quad 1 \text{ MeV} = e \times \text{MV}$$

Exercice 5:

1) Expression de la longueur d'onde

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad ; \quad p = \frac{1}{c} \sqrt{E_c(E_c + 2E_0)}$$

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{\sqrt{E_c(E_c + 2E_0)}} = \frac{12400 \text{ eV} \cdot \text{Å}}{\sqrt{E_c(\text{eV}) (E_c(\text{eV}) + 2E_0(\text{eV}))}}$$

$$\lambda = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{\sqrt{E_c(\text{eV}) (E_c(\text{eV}) + 2E_0(\text{eV}))}} \Rightarrow \text{aucune réponse.}$$

2) v, γ et E:

$$\text{On a: } p = \frac{m_0 c}{2} = \gamma m_0 v = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} m_0 v$$

$$\Rightarrow \frac{c^2}{4} = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \cdot v^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot c$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2}}$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1,118$$

$$E = \gamma m_0 c^2 = \frac{\sqrt{5}}{2} m_0 c^2$$

3) Masse au repos de la particule:

$$\text{On a: } v_p = 3v_1, \quad \lambda_p = 1,813 \cdot 10^{-4} \lambda_e = a \cdot \lambda_e; \quad a = 1,813 \cdot 10^4$$

$$\text{et on a: } p_e = \gamma_1 m_{0e} v_1, \quad p_p = \gamma_p m_{0p} v_p; \quad m_{0e} = 0,511 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$p_e = \frac{h}{\lambda_e}, \quad p_p = \frac{h}{\lambda_p} = \frac{h}{a \cdot \lambda_e} = \frac{1}{a} \cdot p_e$$

$$\Rightarrow p_p = \frac{p_e}{a} \Rightarrow \gamma_p m_{0p} v_p = \frac{\gamma_1 m_{0e} v_1}{a}$$

$$\Rightarrow a \gamma_p m_{0p} v_p = \gamma_1 m_{0e} v_1 \Rightarrow a \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}} m_{0p} v_p = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} m_{0e} v_1$$

$$\Rightarrow \frac{a \times 3v_1}{\sqrt{1 - \frac{(3v_1)^2}{c^2}}} m_{0p} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} m_{0e} \cdot v_1$$

$$\Rightarrow m_{0p} = \frac{1}{3a} m_{0e} \sqrt{\frac{c^2 - 9v_1^2}{c^2 - v_1^2}} = 939,51 \sqrt{\frac{c^2 - 9v_1^2}{c^2 - v_1^2}} \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

