

$$b- P(\bar{A}/\bar{C}) = 1 - P(A/\bar{C})$$

$$= 1 - \frac{P(\bar{C}/A) \cdot P(A)}{P(\bar{C})} = \frac{2}{1}$$

$$c. P(B)?$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B)$$

$$= P(A \cup B) - P(A) + P(B/A) \cdot P(A)$$

$$= \frac{3}{24} - \frac{2}{5} + \frac{3}{20} \cdot \frac{3}{4} = 0,575$$

Ex 7: Un sac contient 5 jetons vert (numérotés à 1 à 5) et 4 jetons rouge (à 1 à 4).

On y effectue 3 tirages successifs au hasard et sans remise. Calculez les probas:

- de ne tirer que 3 jetons vert.
- " " " aucun jeton vert.
- de tirer au plus 2 jetons verts.
- " " exactement 1 jeton vert.

Corrigé 1:

Soit V_i l'événement tirer un jeton vert à la $i^{\text{ème}}$ tirage.

et R_i " " " " rouge " "

a- la proba à ne tirer que 3 jetons verts:

$$\begin{aligned} P(V_1 \cap V_2 \cap V_3) &= P(V_1) \cdot P(V_2/V_1) \cdot P(V_3/(V_1 \cap V_2)) \\ &= \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = 0,1190476 \end{aligned}$$

b- la proba à ne tirer ~~pas~~ aucun jeton vert;

$$\begin{aligned} P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) &= P(R_1) \cdot P(R_2/R_1) \cdot P(R_3/(R_1 \cap R_2)) \\ &= \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = 0,04761905 \end{aligned}$$

c- la proba à tirer au plus 2 jetons verts:

$$p = 1 - P(V_1 \cap V_2 \cap V_3) = 1 - 0,1190476$$

$p = 0,8809524$

d- la proba à tirer exactement 1 jeton vert:

$$\begin{aligned} &P(V_1 \cap R_2 \cap R_3) + P(R_1 \cap V_2 \cap R_3) + P(R_1 \cap R_2 \cap V_3) \\ &= P(V_1) \cdot P(R/V_1) \cdot P(R_3/(V_1 \cap R_3)) + P(R_1) \cdot P(V_2/R_1) \cdot P(R_3/(R_1 \cap V_2)) \\ &\quad + P(R_1) \cdot P(R_2/R_1) \cdot P(V_3/(R_1 \cap R_2)) \\ &= \left(\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \right) + \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \right) + \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \right) = 0,371429 \end{aligned}$$

(22)

Ex 8:

Un concours comporte 100 sujets.
Les candidats tirent au sort (3) sujets
et choisissent alors le sujet à traiter parmi
ces 3. Un candidat se présente en
ayant préparé (60) sujets sur les 100.

Quelle est la proba pour que l'étudiant ait
révisé :

- a - aucun des trois sujets tirés.
- b - un sujet sur les 3 tirés.
- c - au moins deux sujets sur les 3 tirés.

CORRIGÉ : Soit D_i l'événement sujet préparé, au
 $i^{\text{ème}}$ tirage.

- a - La proba pour que le candidat ait révisé
aucun des 3 sujets tirés :

$$P(\bar{D}_1 \cap \bar{D}_2 \cap \bar{D}_3) = P(\bar{D}_1) \cdot P(\bar{D}_2 / \bar{D}_1) \cdot$$

$$P(\bar{D}_3 / \bar{D}_1 \cap \bar{D}_2)$$

$$= \frac{40}{100} \cdot \frac{39}{99} \cdot \frac{38}{98} = \underline{0,0611008}$$

- b - La proba pour que le candidat ait révisé 1
sujet sur les 3 tirés :

$$P(D_1 \cap \bar{D}_2 \cap \bar{D}_3) + P(\bar{D}_1 \cap D_2 \cap \bar{D}_3) + P(\bar{D}_1 \cap \bar{D}_2 \cap D_3) =$$
$$P(D_1) \cdot P(\bar{D}_2 / D_1) \cdot P(\bar{D}_3 / D_1 \cap \bar{D}_2) + P(\bar{D}_1) \cdot P(D_2 / \bar{D}_1) \cdot$$
$$P(\bar{D}_3 / \bar{D}_1 \cap D_2) +$$

$$\begin{aligned}
 & + P(\bar{D}_1) \cdot P(\bar{D}_2 / \bar{D}_1) \cdot P(D_3 / (\bar{D}_1 \cap \bar{D}_2)) \\
 & = \left(\frac{60}{100} \cdot \frac{40}{99} \cdot \frac{39}{98} \right) + \left(\frac{40}{100} \cdot \frac{60}{99} \cdot \frac{39}{98} \right) + \left(\frac{40}{100} \cdot \frac{39}{99} \cdot \frac{60}{98} \right) \\
 & = 0,2894249
 \end{aligned}$$

c- La proba pour que le candidat ait réussi au moins 2 sujets sur les 3 tirés:

$$\begin{aligned}
 & 1 - \left[P(\bar{D}_1 \cap \bar{D}_2 \cap \bar{D}_3) + P(D_1 \cap \bar{D}_2 \cap \bar{D}_3) + P(\bar{D}_1 \cap D_2 \cap \bar{D}_3) \right. \\
 & \quad \left. + P(\bar{D}_1 \cap \bar{D}_2 \cap D_3) \right] \\
 & = 1 - \left(\overset{9a/}{0,0611008} + \overset{9b/}{0,2894249} \right) = 0,6494743
 \end{aligned}$$

Ex 9.

Une maladie affecte une personne sur 1000.
 Un test à dépistage permet de détecter la maladie avec une fiabilité de 99% (càd. test positif parmi les malades); mais il y a 0,2% de chances que le test donne un faux positif (càd. une personne est déclarée malade sans l'être).

a/ une personne est déclarée malade. Quelle est la proba. qu'elle soit réellement malade?

b/ une personne est testée négativement. Quelle est la proba. qu'elle soit réellement malade?

corrigé 9. Soit: $M \rightarrow$ Événement Personne malade.
 $T \rightarrow$ " " testée positivement

$$P(M) = 0,001 \quad (1/1000)$$

$$P(T/M) = 0,99 \quad (99\%)$$

$$P(T/\bar{M}) = 0,002 \quad (2\%)$$

a/ Une personne testée positivement; quelle est la proba qu'elle soit réellement malade?

$$P(M/T) = \frac{P(T/M) \cdot P(M)}{P(T)} = ?$$

$$P(T) = P(T/M) \cdot P(M) + P(T/\bar{M}) \cdot P(\bar{M})$$

$$= 0,99 \cdot 0,001 + 0,002 \cdot (1 - 0,001)$$

$$= 0,000099 + 0,001998$$

$$= 0,002097$$

$$\Rightarrow P(M/T) = \frac{0,002 \cdot 0,001}{0,002097} = 0,000953743$$

b/ une personne testée négativement. Quelle est la proba qu'elle soit réel. m. malade?

$$P(\bar{M}/\bar{T}) = \frac{P(\bar{T}/\bar{M}) \cdot P(\bar{M})}{P(\bar{T})} = \frac{(1 - 0,99) \cdot 0,001}{0,002097}$$

$$= 0,004768717$$

25

Exo 1:

Un labo. d'analyse reçoit un lot de tubes.

Ces tubes sont fournis par 3 sociétés $\neq$:

A, B et C dans les proportions suivantes :

50% , 30% et 20% ; où :

$\left. \begin{array}{l} 2\% \text{ des tubes de A} \\ 3\% \text{ " " " B} \\ 4\% \text{ " " " C} \end{array} \right\} \text{ présentent des défauts.}$

On choisit au hasard 1 tube ds le lot reçu.

a/ Quelle est la proba qu'il soit défectueux?

b/ Sachant que le tube choisi est défectueux, quelle est la proba qu'il provienne de A?

CORRIGÉ:

A: événement "tube provient de A"

B: " " " " " B"

C: " " " " " C"

$$P(A) = 0,5, \quad P(B) = 0,3, \quad P(C) = 0,2.$$

D: événement "tube défectueux"

$$P(D/A) = 0,002, \quad P(D/B) = 0,003, \quad P(D/C) = 0,004$$

(26)

a) quelle est la proba qu'il soit défectueux?

$$P(D) = P(D/A) \cdot P(A) + P(D/B) \cdot P(B) + P(D/C) \cdot P(C) \\ = 0,0027.$$

b) Sachant que le tube choisi est défectueux, quelle est la proba qu'il provienne de A?

$$P(A/D) = \frac{P(D/A) \cdot P(A)}{P(D)} = \frac{0,002 \times 0,5}{0,0027} \\ = 0,370370\%.$$

27