Il existe plusieurs cas courant qui peuvent se présenter et pour lesquels l'expression (1.4) peut être simplifiée. Pour des surfaces inclinées fixes orientées vers le sud ou le nord, c'est à dire, avec un angle d'azimut de surface γ de 0º ou 180º (une situation très courante pour les capteurs –plans fixes), le dernier terme disparait.

Pour les surfaces verticales, $\beta = 90^o$ et l'équation devient :

$$\cos\theta = -\sin\delta\cos\varphi\cos\gamma + \cos\delta\sin\varphi\cos\gamma\cos\omega + \cos\delta\sin\gamma\sin\omega \tag{1.6}$$

Pour les surfaces horizontales, l'angle d'incidence est l'angle zénithal solaire, θ_z . Sa valeur doit être comprise entre 0 et $90 - tan\varphi\tan\delta$ quand le soleil est au-dessus de l'horizon. Pour cette situation,

$\beta = 90^o$, et l'équation (1.4) devient :

$$\cos\theta z = \cos\varphi\cos\delta\cos\omega + \sin\varphi\sin\delta \tag{1.7}$$

L'angle azimutal solaire γ_s peut avoir une valeur comprise entre 180º et -180º. Ce dernier est négatif si l'angle horaire est négatif et positif si l'angle horaire est positif. La fonction « sign » dans l'équation (1.8) est égale à +1 si ω est positif et est égale à -1 si ω est négatif :

$$\gamma_S = \text{sign}(\omega)\left|\cos^{-1}\left(\frac{\cos\theta_z\sin\phi - \sin\delta}{\sin\theta_z\cos\phi}\right)\right| \tag{1.8}$$

Exemple Calculer l'angle zénithal et l'angle azimutal solaire pour φ = 36º à 10:30 le 15 Mars.

Le 15 mars à 10:30 correspond à n = 74, δ = -2,935º et ω = -22,5. A partir de l'équation (1.6)

$$\cos\theta z = \cos\varphi\cos\delta\cos\omega + \sin\varphi\sin\delta$$

$$cos\theta_z \quad = \cos 36\ \cos -2.935\cos -22.5\ + \ \ sin\,36\sin -2.935 = 0.640$$

$$\theta_z \ = 50.21^0$$

A partir de l'équation (1.8)

$$\gamma_z \ = \ -1\ \left[cos^{-1}\left(\frac{\cos 50.21\sin 36 - \sin 2.935}{\sin 50.21\cos 36}\right)\right] = \ -29.833$$

Des relations très utiles de l'angle d'incidence relativement aux surfaces inclinées et dirigées au nord ou au sud peuvent être dérivées à partir du fait que les surfaces avec une inclinaison β dirigées vers le nord ou le sud ont la même relation angulaire relativement au rayonnement incident qu'une surface horizontale située sur une latitude artificielle de φ-β. La figure 1.8 ci-dessous illustre la relation pour l'hémisphère nord.

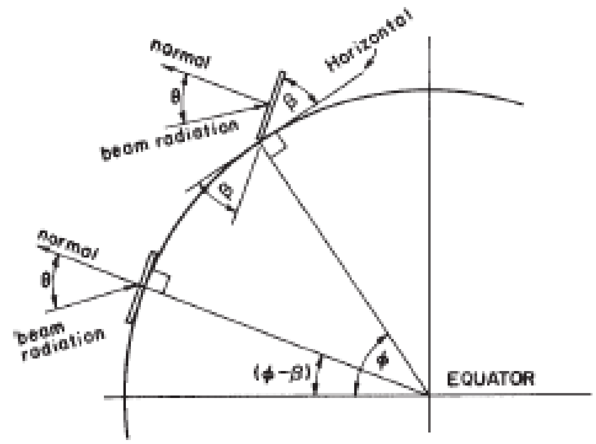

Figure 1.8 : Section de la terre montrant θ, β et φ - β pour une surface orientée au sud.

(Tiré de John A. Duffie et William A. Beckmann , voir bibliographie)

En modifiant la relation 1.4, il vient :

$$\cos\theta = \cos(\varphi-\beta)\cos\delta\cos\omega + \sin(\varphi-\beta)\sin\delta \qquad (1.9)$$

Pour l'hémisphère sud, en modifiant l'équation et remplacer (φ - β) par (φ + β), en conséquence de la convention de signe sur φ et δ :

$$\cos\theta = \cos(\varphi+\beta)\cos\delta\cos\omega + \sin(\varphi+\beta)\sin\delta \qquad (1.10)$$

A partir de l'équation 1.7 on peut calculer l'angle du lever du soleil ω_s , quand θz = 90

$$\cos\omega_s = -\frac{\sin\varphi\sin\delta}{\cos\varphi\sin\delta} = -tan\varphi\tan\delta \qquad (1.11)$$

L'angle du lever du soleil est le négatif du l'heure du coucher. Il s'ensuit que la durée de la journée en heure sera :

$$N = -\frac{2\,cos^{-1}}{15}(-tan\varphi\tan\delta) \qquad (1.12)$$

Exemple Calculer l'heure du lever du soleil, la hauteur du soleil, et l'angle azimutal solaire pour une surface inclinée à 60º et orientée à 25º à l'ouest du sud à 16: 00 de l'après-midi, en date du 15 mars à la latitude de 43º.

Solution Le 15 mars correspond à n = 74 ; à partir de l'équation 1.3 δ = 2,935. L'angle horaire au lever du soleil est déterminé à partir de l'équation 1.11 :

$$\omega_s = cos^{-1}\,[-\tan 43 \tan(-2.935)] = 87.80^0$$

L'angle du lever du soleil est alors -87,80º. Sachant que la rotation de la terre est de 15º par heure, l'heure du lever du soleil est à 5.85 h ou 5h 51 min, quant à l'heure du coucher du soleil sera à 17h51min.

La hauteur du soleil α_s est seulement fonction du temps journalier et de la déclinaison. A 16:00 heures, ω = 60º. A partir de l'équation 1.7, en reconnaissant que $\cos\theta_z = sin(90-\theta_z) = \sin\alpha_s$

$$\sin\alpha_s = \cos\varphi\cos\delta\cos\omega + \sin\varphi\sin\delta$$

$$\sin\alpha_s = \cos 36\cos -2.935\cos 60 + sin36\, sin - 2.935 = 0.78$$

$$\alpha_s = 42.87^0 \qquad \theta_z = 90 - \alpha_s = 47.12^0$$

1.7 Ratio de la radiation directe sur une surface inclinée par rapport à une surface horizontale.

Pour des objectifs de conception en énergie solaire ou de calculs de performances, il est souvent nécessaire de calculer la radiation solaire horaire sur une surface inclinée d'un collecteur à partir de mesures ou d'estimations de la radiation solaire sur une surface horizontale. Les données les plus fréquemment disponibles sont le rayonnement global sur plusieurs heures ou journées entières sur des surfaces horizontales, tandis que le besoin est sur la radiation directe et diffuse.

Le facteur géométrique R_b , est le rapport de la radiation incidente (beam radiation) sur une surface inclinée par rapport à la radiation incidente sur une surface horizontale à tout moment, et peut être calculé à l'aide d'une utilisation appropriée de la radiation solaire.

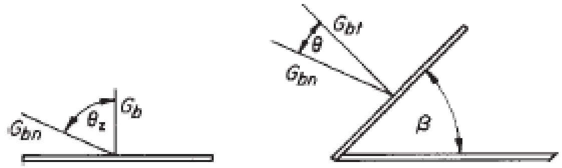

Figure 1.9 : La radiation directe sur des surfaces horizontales ou inclinées.

$$R_b = \frac{G_{b,T}}{G_b} = \frac{G_{b,n}\cos\theta}{G_{b,n}\cos\theta_z} = \frac{\cos\theta}{\cos\theta_z} \qquad (1.13)$$

Où : G_b , $G_{b,T}$ sont respectivement les radiation solaire direct sur les surfaces horizontales et inclinées, et $\cos\theta$ et $\cos\theta z$ sont tous les deux détermines à partir de l'équation (1.4).

1.8 Radiation solaire extraterrestre sur une surface horizontale

Il est plus commode d'effectuer plusieurs types de calculs de rayonnement en utilisant des niveaux de rayonnement, c'est-à-dire le rapport entre le niveau de rayonnement et le rayonnement théoriquement possible qui serait disponible s'il n'y avait pas d'atmosphère. A tout moment, le rayonnement solaire incident sur une surface horizontale à l'extérieur de l'atmosphère est égal au rayonnement solaire incident tel que donne par l'équation :

$$G_0 = G_{SC} \left(1 + 0{,}033\, COS\frac{360n}{365}\right)\cos\theta_Z \qquad (1.13)$$

Ou : Gsc est la constante solaire et n le numéro du jour de l'année. En combinant l'équation (1.7) avec l'équation (1.13) on obtient la valeur de G_0 sur une surface horizontale à tout moment entre le lever et le coucher du soleil

$$G_o = G_{sc}\left(1 + 0.033\cos\frac{360n}{365}\right)(\cos\phi\cos\delta\cos\omega + \sin\phi\sin\delta) \qquad (1.14)$$

Il est souvent nécessaire pour le calcul du rayonnement solaire quotidien d'avoir le rayonnement extraterrestre quotidien sur une surface horizontale, H_O. Ceci est obtenu en intégrant l'équation (1.14) sur la période allant du lever au coucher du soleil. Si Gsc est en W/m^2, H_O est J/jour. m^2.

$$H_o = \frac{24\times 3600 G_{sc}}{\pi}\left(1 + 0.033\cos\frac{360n}{365}\right) \times \left(\cos\phi\cos\delta\sin\omega_s + \frac{\pi\omega_s}{180}\sin\phi\sin\delta\right) \qquad (1.15)$$

Où ω_s est l'angle du lever du soleil.

Il est également intéressant de calculer le rayonnement extraterrestre sur une surface horizontale pendant une heure. En intégrant l'équation (1.14) pour une période comprise entre les angles horaires ω_1 et ω_2 qui définissent une heure (Où ω_2 est le plus grand),

$$I_o = \frac{12 \times 3600}{\pi} G_{sc} \left(1 + 0.033 \cos \frac{360n}{365}\right) \times \left[\cos\phi \cos\delta (\sin\omega_2 - \sin\omega_1) + \frac{\pi(\omega_2 - \omega_1)}{180} \sin\phi \sin\delta\right] \qquad (1.16)$$

Les limites ω_1 et ω_2 peuvent définir autre qu'une heure.