

Exercice 01 (10 points)

- 1 Encadrer $\frac{x}{y}$, sachant que $x \in [1, 3]$ et $y \in [-3, -2]$.
- 2 On considère la suite v_n définie par :

$$\begin{cases} v_0 &= 1 \\ v_{n+1} &= \sqrt{1 + 2v_n} \end{cases}$$

- (a) Prouver que : $1 + \sqrt{2} = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$
- (b) Montrer que : $0 \leq v_n - 1 \leq \sqrt{2}$
- (c) Établir la monotonie de la suite v_n et déterminer sa limite.

Exercice 02 (07 points)

- 1 En utilisant la définition de la limite, montrer que $\lim_{x \rightarrow 2} 3x + 1 = 7$.
- 2 Déterminer a et b pour que f soit dérivable sur \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{si } x \geq 1 \\ ax^3 + bx + 2, & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

Exercice 03 (03 points)

En utilisant le théorème des accroissements finis à la fonction $f(t) = e^t$, montrer que :

$$\forall x \in]0, +\infty[: e^x > 1 + x$$

bonne chance