

Université de Batna2 2017/2018	Faculté de Technologie Département d'Electronique
Physique des composants semi-conducteurs 3 TD n°1:	

EXO.1 : Calculer la longueur d'onde dans les cas suivants :

- 1.1) Un proton accéléré dans le vide par une d.d.p. $U=500$ V.
- 1.2) Un électron accéléré dans le vide par une d.d.p. $U=5 \cdot 10^5$ V
- 1.3) Une balle de fusil de masse $m=5$ g lancée avec une vitesse $v=200$ m/s.
- 1.4) Commenter les résultats obtenus

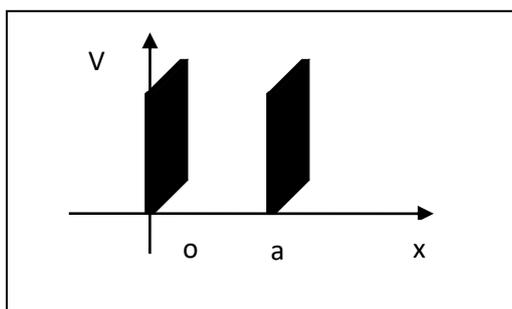
EXO.2 : Calculer l'incertitude sur la vitesse dans les cas suivants :

- 2.1) Une bille de masse $m= 2$ g se déplace selon l'axe $x'x$ et dont la position est connue avec incertitude $\Delta x=1\mu\text{m}$.
- 2.2) Un électron qui se déplace selon l'axe $x'x$ et dont la position est connue avec incertitude $\Delta x=1 \text{ \AA}$.
- 2.3) Commenter les résultats.

EXO. 3 : On considère un électron libre de se déplacer sur l'axe $x'x$.

- 3.1) Ecrire l'équation de Schrödinger pour cet électron
- 3.2) Donner la forme de la fonction d'onde.
- 3.3) Donner la relation de dispersion et représenter sa courbe.
- 3.4) Commenter le résultat obtenu

L'électron précédent est maintenant confiné à l'intérieur du domaine limité par les deux murs de potentiel infini.



- 3.5) Ecrire l'équation de Schrödinger pour l'électron dans cette nouvelle situation.
- 3.6) En déduire les fonctions d'onde et les niveaux d'énergie. Conclusion
- 3.7) A partir de la condition de normalisation, déterminer la constante d'intégration.
- 3.8) Calculer la valeur moyenne de sa position et de son impulsion

EXO. 4:

- 4.1) Calculer le commutateur $[\hat{x}, \hat{p}_x]$
- 4.2) Est-ce qu'il est possible de mesurer simultanément la position et la quantité de mouvement d'une particule

Exo.1 : Dans le modèle de Drude sur les métaux, le temps de collision des électrons est donné par :

$\tau_c = (\sigma_0 m_e) / (N_e \cdot e^2)$ où σ_0 , m_e , N_e et e sont respectivement la conductivité électronique, la masse de l'électron, la densité volumique d'électrons et la charge de l'électron.

1.1) Donner l'expression de la densité électronique dans le cas du cuivre en supposant qu'on a un électron de conduction par atome sachant que la masse volumique $\rho = 8,96 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et la masse molaire $M = 63,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

1.2) Calculer le temps de collision pour les électrons du cuivre pour lequel on a : $\sigma_0 = 6 \times 10^7 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$, $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $N_e = 8,5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$

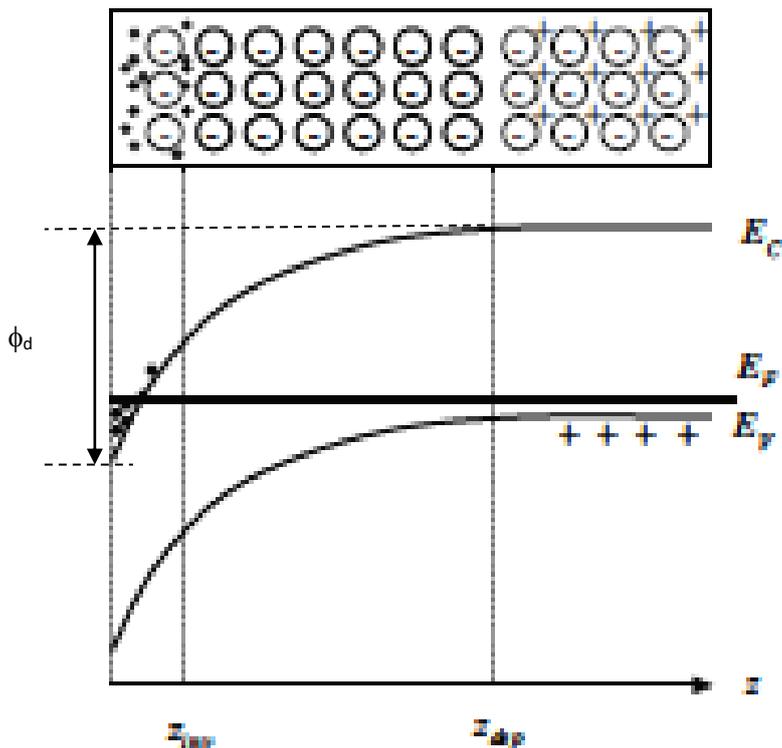
1.3) Calculer le libre parcours moyen si $V_{th} \approx 10^5 \text{ m/s}$

1.4) Quelle condition doit vérifier la longueur L d'un échantillon à base de cuivre pour avoir :

1.4.1) Un régime diffusif

1.4.2) Un régime balistique

Exo.2: Si on considère une structure SiO₂-Si avec $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_s = 12\epsilon_0$ et $E_g = 1,15 \text{ eV}$.



2.1. Calculer ϕ_d dans le régime de forte inversion

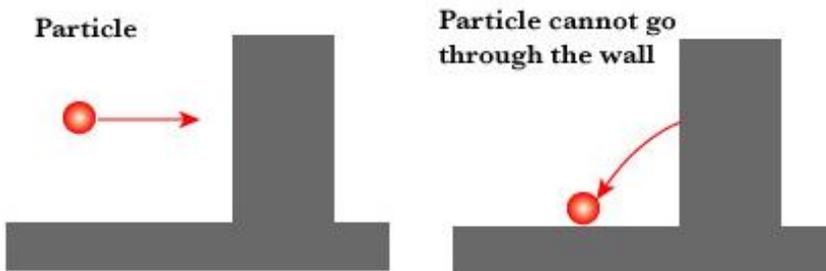
2.2. En déduire la largeur de la zone de déplétion z_d et la concentration de charge N_{dep} .

2.3. Comparer la largeur de la zone de charge d'espace à la largeur de la zone d'inversion qui est de l'ordre de 10 \AA et libre parcours moyen qui est de l'ordre de 25 \AA

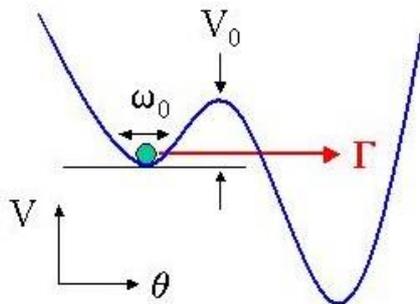
2.4. Conclusion concernant les électrons de la zone d'inversion des données ci-dessus et leur énergie.

EXO.1: Etude de l'effet Tunnel

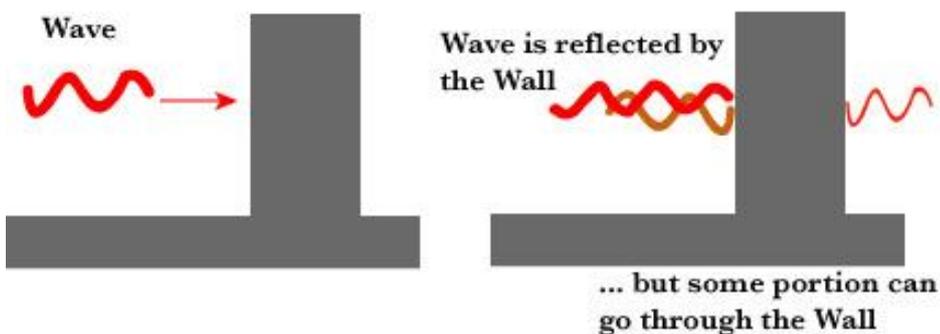
En physique classique, si l'énergie cinétique d'une particule est inférieure à l'énergie potentielle de liaison, elle ne pourra pas s'échapper.



Il n'en est pas de même dans le monde de la mécanique quantique où une particule, même avec une énergie cinétique insuffisante, peut s'échapper d'un système comme s'il existait un tunnel à travers la colline d'énergie potentielle faisant obstacle. C'est une conséquence directe de la nature probabiliste de l'onde associée à l'évolution d'une particule quantique.

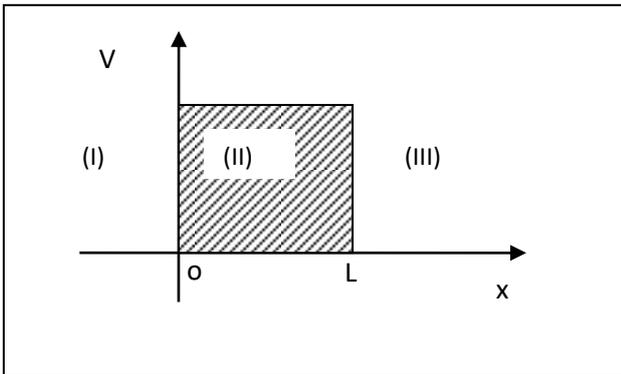


La fonction d'onde de la particule ne s'annulant pas en dehors de la zone où elle est classiquement piégée, il existe une probabilité non nulle de la trouver hors de cette zone.



Considérons le profil de potentiel suivant :

$$\begin{cases} V = 0 & x < 0 \text{ ou } x > L \quad (\text{I et III}) \\ V = V_0 & 0 \leq x \leq L \quad (\text{II}) \end{cases}$$



Nous allons considérer une particule de masse m située initialement en $x < 0$ dont l'énergie cinétique E est inférieure à V_0 .

- 1.1. Ecrire l'équation de Schrödinger dans les régions I et II puis III
- 1.2. Trouver la forme des solutions dans les différentes régions
- 1.3. Ecrire les conditions de continuité aux interfaces $x=0$ et $x=L$
- 1.4. A partir du système d'équations obtenu, le coefficient de transmission de (I) vers (III) est donné par l'expression suivante :

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2 S \hbar^2 \left[\frac{\sqrt{2mL^2(V_0 - E)}}{\hbar} \right]}{4E(V_0 - E)}}$$

- 1.5. D'après l'expression trouvée pour le coefficient de transmission, montrer, sans faire de calcul, comment varie le coefficient de transmission en fonction de l'épaisseur de la barrière.

Exo2: Le profil de la barrière située à l'interface d'une structure métal-semi-conducteur peut être approché par une barrière triangulaire.

Le coefficient de transmission vaut dans ce cas:

$$T(E) = \exp \left[\frac{-4\sqrt{2m^*}}{3 e E_b \hbar} (V_0 - E)^{\frac{3}{2}} \right]$$

avec:

V_0 : hauteur de la barrière;

E_b : le champ électrique responsable de la formation de la barrière;

E : énergie d'un électron traversant la barrière

m^* : masse effective de l'électron;

- 2.1. Calculer la valeur du coefficient de transmission, qui traduit la probabilité de l'effet Tunnel, à $E=0$ pour $V_0=0.5$ eV et $V_0=0.2$ eV pour $E_b=10^6$ V/cm et $m^*=0.1m$ (m = de l'électron au repos).

- 2.2. Commenter les résultats obtenus.

Université de Batna2 2018/2019	Faculté de Technologie Département d'Electronique
Physique des composants semi-conducteurs 3 TD n°4:	

EXO.1: L'Hamiltonien de l'électron de l'atome d'hydrogène dans son mouvement autour du noyau s'écrit:

$$H = - \underbrace{\frac{\hbar^2}{2m} \Delta}_{\text{énergie cinétique}} + \underbrace{V(r)}_{\text{énergie potentielle}}$$

Le 1er terme représente l'opérateur énergie cinétique et le 2ème terme représente l'opérateur énergie potentielle dans le champ coulombien du noyau.

L'équation aux valeurs propres s'écrit:

$$H\phi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = E_{nl}\phi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$$

Les fonctions d'onde $\phi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$ sont appelées orbitales atomiques par analogie avec la notion classique d'orbite. A cause de la symétrie sphérique du potentiel du noyau, ces orbitales atomiques peuvent se mettre sous la forme d'un produit d'une fonction de la distance appelée fonction radiale $R_{nl}(r)$ par une fonction angulaire appelée harmonique sphérique $y_{lm}(\theta, \varphi)$ où n , l et m sont les nombres quantiques principal, azimutal et magnétique.

Considérons maintenant la molécule d'hydrogène constituée de deux noyaux autour desquels gravitent deux électrons. L'Hamiltonien de l'un des deux électrons s'écrit:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(r - R_1) + V(r - R_2)$$

où r , R_1 et R_2 représentent respectivement les positions de l'électron et les deux noyaux.

L'équation aux valeurs propres s'écrit:

$$H\psi(r) = E\psi(r)$$

Les fonctions d'onde $\psi(r)$ sont appelées orbitales moléculaires.

Quand les deux atomes sont suffisamment éloignés, les états électroniques sont représentés par les orbitales atomiques. Lorsque les deux atomes se rapprochent, les états atomiques se couplent pour donner naissance aux états moléculaires qui deviennent les nouveaux états propres du système. On peut alors écrire les orbitales moléculaires sous la forme de combinaisons linéaires d'orbitales atomiques comme suit:

$$\psi(r) = C_1\phi(r - R_1) + C_2\phi(r - R_2)$$

Pour simplifier la notation, on va utiliser le formalisme de Dirac et en appelant $|1S\rangle$ l'état de valence de l'atome d'hydrogène. Ainsi, l'équation précédente prend la forme:

$$|\psi\rangle = C_1|1S\rangle_1 + C_2|1S\rangle_2$$

1.1. En portant cette expression de ψ dans l'équation aux valeurs propres et en multipliant à gauche successivement par $\langle 1S|$ et $\langle 2|1S|$, montrer que l'équation aux valeurs propres nous donne, dans le cas où on néglige l'intégrale de recouvrement $\langle 1s|1s\rangle_2$ le système suivant:

$$\begin{aligned} (E_{1s} - E)C_1 - V_2 C_2 &= 0 \\ -V_2 C_1 + (E_{1s} - E)C_2 &= 0 \end{aligned}$$

avec: $E_{1s} = \langle 1s|H|1s\rangle_1 = \langle 2|1s|H|1s\rangle_2$, $V_2 = -\langle 1s|H|1s\rangle_2 = -\langle 1s|H|1s\rangle_1$

1.2. Déterminer les valeurs propres (les énergies) possibles dans ce cas.

1.3. En se basant sur les valeurs obtenues et la condition de normalisation, déterminer les fonctions propres.

1.4. Dresser le diagramme d'énergie

1.5. Donner la signification physique pour les coefficients C_1 et C_2 .

1.6. Quelles sont les valeurs propres qui correspondent à la combinaison symétrique des coefficients C_1 et C_2 (même signe) et à la combinaison antisymétrique (signe différent).

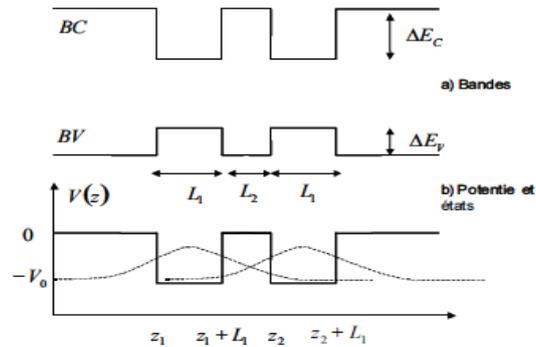
EXO.2: Dans cet exercice, nous allons nous inspirer de l'exercice précédent pour développer les fonctions d'onde du système de puits couplés sur la base des fonctions d'onde des puits découplés. Pour chacun des électrons (dans la mesure où on se limite à la 1ère sous bande, donc on néglige les couplages avec les états de plus grande énergie), la fonction d'onde s'écrit donc sous la forme d'une combinaison linéaire des fonctions d'onde $\xi_1(z)$ et $\xi_2(z)$ comme suit:

$$\xi^i = a\xi_1(z) + b\xi_2(z) \quad (i = 1,2)$$

avec L'Hamiltonien des électrons qui s'écrit:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d^2}{dz^2} + V^{(1)}(z) + V^{(2)}(z)$$

$$V^j(z) = 0 \text{ pour } z < z_j \text{ et } z > z_j + L_j \\ = -V_0 \text{ pour } z_j < z < z_j + L_j \quad (j=1,2)$$



En portant les expressions de ξ^i dans l'équation aux valeurs propres:

$$H \xi^{(i)}(z) = E \xi^{(i)}(z)$$

et en multipliant successivement à gauche par $\xi_j^*(z)$ puis en intégrant dans tout l'espace, on obtient l'équation séculaire suivante:

$$(E_1 + s - E)a_i + [(E_i - E)r + t]b_i = 0$$

$$[(E_i - E)r + t]a_i + (E_1 + s - E)b_i = 0$$

avec:

$$E_j = \left\langle \xi_j(z) \left| -\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d^2}{dz^2} + V^j(z) \right| \xi_j(z) \right\rangle \quad (j = 1,2)$$

représente l'énergie des électrons dans chacun des puits en l'absence de couplage

$$r = \langle \xi_1(z) | \xi_2(z) \rangle = \langle \xi_2(z) | \xi_1(z) \rangle \text{ représente les } \mathbf{intégrales de recouvrement} \text{ des fonctions d'onde}$$

$$s = \langle \xi_1(z) | V^{(2)}(z) | \xi_1(z) \rangle = \langle \xi_2(z) | V^{(1)}(z) | \xi_2(z) \rangle \text{ représente les } \mathbf{intégrales de dérive}, \text{ qui traduisent la dérive des niveaux d'énergie de chacun des puits résultant de la présence de l'autre puits}$$

$$t = \langle \xi_1(z) | V^{(1)}(z) | \xi_2(z) \rangle = \langle \xi_2(z) | V^{(2)}(z) | \xi_1(z) \rangle \text{ représente les } \mathbf{intégrales de couplage} \text{ qui traduisent l'interaction entre les niveaux associés à chacun des puits. Ce couplage lève la dégénérescence des niveaux.}$$

- 2.1. Pour quelle condition ce système a des solutions non nulles
- 2.2. En déduire les valeurs propres possibles dans le cas où on néglige l'intégrale de recouvrement.
- 2.3. Dresser le diagramme d'énergie
- 2.4. Donner la signification physique pour les coefficients a_i et b_i .
- 2.5. Quelles sont les valeurs propres qui correspondent à la combinaison symétrique des coefficients a_i et b_i (même signe) et à la combinaison antisymétrique (signe différent).

Exo 3: Quand on cherche à résoudre l'équation de Schrödinger pour un système donné, on se trouve face à une équation difficile à résoudre analytiquement, ce qui nous conduit à l'aborder numériquement.

Lorsqu'on cherche une solution analytique, on tombe souvent sur des solutions sous forme de fonctions difficiles à exploiter pour étudier les propriétés des électrons.

Il existe une méthode, appelée méthode variationnelle, qui nous permet de choisir des fonctions de forme relativement simple avec des paramètres à déterminer à partir de la minimisation de l'énergie.

Nous allons prendre ici un exemple pour étudier les propriétés des électrons de la première sous-bande d'énergie de la couche d'inversion d'une structure MIS.

Prenons une fonction sous la forme:

$$\xi_0(z) = \left(\frac{b^3}{2}\right)^{1/2} z e^{-bz/2}$$

3.1. Déterminer, en fonction du paramètre b , la pénétration moyenne z_m de la couche d'inversion des électrons dans le semi-conducteur sachant que:

$$\int_0^{\infty} z^n e^{-\alpha z} dz = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$$

3.2. Calculer les valeurs propres de l'énergie cinétique $\langle T \rangle$ et de l'énergie potentielle $\langle V \rangle$.

3.3. En déduire l'expression de l'énergie totale E .

3.4. En minimisant l'énergie totale du système, déterminer l'expression du paramètre b en fonction des paramètres de la structure MIS.

3.5. En déduire de ce qui précède l'expression de l'extension moyenne z_m des électrons dans le semi-conducteur.

3.6. Calculer la valeur de l'extension moyenne z_m pour le silicium avec : $N_{dep} = 10^{11} \text{cm}^{-2}$ et $n_s = 10^{12} \text{cm}^{-2}$.