

# Correction du TD N°4

## Exo.1

### 1.1) Barrière de potentiel

**Condition d'équilibre :** Le champ créé par la distribution de charge dans la zone de charge d'espace donne naissance à une barrière de potentiel. Cette différence de potentiel crée des courants de dérive qui compensent les courants de diffusion pour chaque type de porteurs de charge :

$$\vec{j}_n = en\mu_n\vec{E} + eD_n\vec{\nabla}n \quad \text{pour les électrons} \quad (1)$$

$$\vec{j}_h = ep\mu_h\vec{E} - eD_h\vec{\nabla}p \quad \text{pour les trous} \quad (2)$$

A l'équilibre on a :

$$\vec{j}_n = \vec{j}_h = \vec{0} \Rightarrow \vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_h = \vec{0} \quad (3)$$

Si on se place à une dimension et compte tenu de la condition d'équilibre on a :

$$j_n = en\mu_n E + eD_n \frac{dn}{dx} = 0 \quad (4)$$

A partir de (4), on a :

$$en\mu_n E + eD_n \frac{dn}{dx} = 0 \quad (5)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$E dx + \frac{D_n}{\mu_n} \frac{dn}{n} = 0 \quad (6)$$

Par intégration de la région P à la région N, on aboutit à :

$$\int_{-x_p}^{x_n} E dx + \frac{D_n}{\mu_n} \int_P^N \frac{dn}{n} = 0 \quad (7)$$

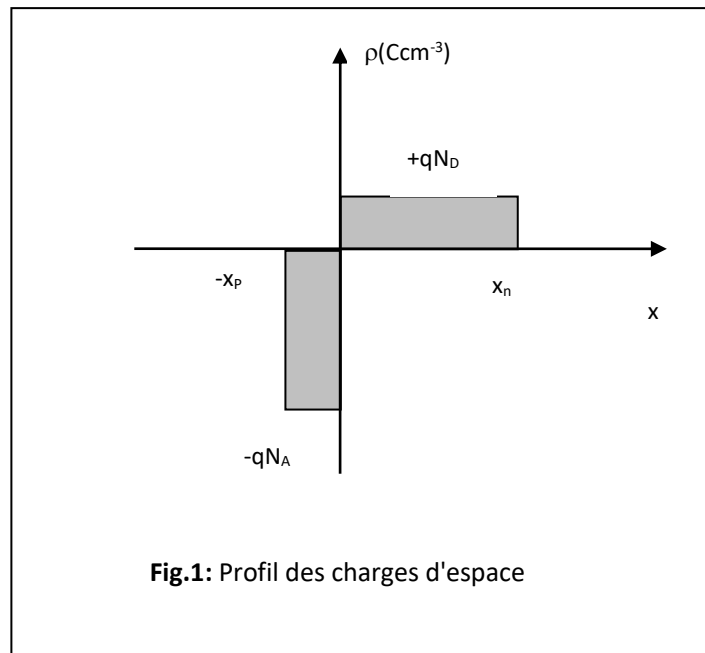
ce qui donne :

$$V_B = \frac{D_n}{\mu_n} \int_P^N \frac{dn}{n} = \frac{D_n}{\mu_n} \text{Ln} n \Big|_P^N = \frac{D_n}{\mu_n} \text{Ln} \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) = \frac{k_B T}{e} \text{Ln} \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) \quad (8)$$

puisque  $D_n/\mu_n = k_B T/e$  (relation d'Einstein).

### 1.2) Champ dans le cas d'une jonction PN abrupte

**Profil des charges :** Dans la zone de charge d'espace, les concentrations des porteurs libres sont pratiquement nulles ( $n=p=0$ ) et la densité de charge dans cette zone proviennent de l'ionisation des accepteurs et des donneurs. Loin de la zone de charge d'espace, il y a neutralité électrique. Ainsi, le profil de la densité de charge a l'allure illustrée par la Fig.1.



**Equation de Poisson :** L'équation de Poisson dans le cas général est donnée par l'expression :

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_s} = -\frac{e(N_D - n + p - N_A)}{\epsilon_0 \epsilon_s} \quad (9)$$

**Dans ZCE coté P ( $-x_p \leq x \leq 0$ ):** Dans cette région,  $n=p=N_D=0$ . En plus, si la température est suffisante pour avoir le régime d'épuisement (ionisation totale des accepteurs), l'équation de Poisson s'écrit :

$$\Delta V = \frac{eN_A}{\epsilon_0 \epsilon_s} \quad (10)$$

**Dans ZCE coté N ( $0 \leq x \leq x_n$ ):** Dans cette région,  $n=p=N_A=0$ . En plus, si la température est suffisante pour avoir le régime d'épuisement (ionisation totale des donneurs), l'équation de Poisson s'écrit :

$$\Delta V = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_s} \quad (11)$$

**Profil du champ électrique :** Les expressions du champ et du potentiel peuvent être établies par la résolution de l'équation de Poisson dans la zone de charge d'espace.

**Dans ZCE coté P ( $-x_p \leq x \leq 0$ ):** Dans cette région, l'équation de Poisson est donnée par l'expression (10). Comme on a (à une dimension) :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{eN_A}{\epsilon_0 \epsilon_s} \quad (12)$$

$$E = -\frac{dV}{dx} \quad (13)$$

On déduit alors :

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{eN_A}{\epsilon_0\epsilon_s} \quad (14)$$

Par intégration, on déduit :

$$E = -\frac{dV}{dx} = -\frac{eN_A}{\epsilon_0\epsilon_s}x + C \quad (15)$$

Or à  $x=-x_p$ ,  $E=0$ , on obtient alors :

$$E = -\frac{dV}{dx} = -\frac{eN_A}{\epsilon_0\epsilon_s}(x + x_p) \quad (16)$$

**Dans ZCE coté N ( $0 \leq x \leq x_n$ ) :** Dans cette région, l'équation de Poisson est donnée par l'expression (11). Comme on a (à une dimension) :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{eN_D}{\epsilon_0\epsilon_s} \quad (17)$$

$$E = -\frac{dV}{dx} \quad (18)$$

On déduit alors :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{eN_D}{\epsilon_0\epsilon_s} \quad (19)$$

Par intégration, on déduit :

$$E = -\frac{dV}{dx} = \frac{eN_D}{\epsilon_0\epsilon_s}x + C \quad (20)$$

Or à  $x=x_n$ ,  $E=0$ , on obtient alors :

$$E = -\frac{dV}{dx} = \frac{eN_D}{\epsilon_0\epsilon_s}(x - x_n) \quad (21)$$

### 13) Profil du Potentiel

**Dans ZCE coté P ( $-x_p \leq x \leq 0$ ) :** Dans cette région, d'après (16), on a :

$$E = -\frac{dV}{dx} = -\frac{eN_A}{\epsilon_0\epsilon_s}(x + x_p) \quad (22)$$

Par intégration, on a :

$$V = \frac{eN_A}{2\epsilon_0\epsilon_s}(x+x_p)^2 + V_P \quad (23)$$

**Dans ZCE coté N ( $0 \leq x \leq x_n$ ) :** Dans cette région, d'après (21), on a :

$$E = -\frac{dV}{dx} = \frac{eN_D}{\epsilon_0\epsilon_s}(x - x_n) \quad (24)$$

Par intégration, on a :

$$V = -\frac{eN_D}{2\epsilon_0\epsilon_s}(x-x_n)^2 + V_n \quad (25)$$

#### 1.4) Les expression de $x_n$ et $x_p$

Tirons profit, dans une première étape, de **la continuité de la composante normale du vecteur déplacement (  $\vec{D} = \epsilon_0\epsilon_s\vec{E}$  ) au point  $x=0$** . Dans le présent cas, cette condition nous donne d'après (22) et (24):

$$N_A x_P = N_D x_n \quad (26)$$

L'expression (26) traduit l'égalité des charges développées des deux cotés du plan de la jonction. Elle montre aussi que la charge d'espace s'étend davantage dans la région à faible dopage.

Dans la seconde étape, on va utiliser **la continuité du potentiel au point  $x=0$** . Cette condition nous donne :

$$-\frac{eN_D}{2\epsilon_0\epsilon_s}x_n^2 + V_n = \frac{eN_A}{2\epsilon_0\epsilon_s}x_P^2 + V_P \quad (27)$$

$$V_B = V_n - V_P = \frac{eN_D}{2\epsilon_0\epsilon_s}x_n^2 + \frac{eN_A}{2\epsilon_0\epsilon_s}x_P^2 \quad (28)$$

Cette expression peut encore s'écrire, compte tenu de (26), sous la forme :

$$V_B = \frac{eN_D}{2\epsilon_0\epsilon_s}x_n^2\left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right) = \frac{eN_A}{2\epsilon_0\epsilon_s}x_P^2\left(1 + \frac{N_A}{N_D}\right) \quad (29)$$

Ce qui donne pour  $x_n$  et  $x_p$  les expressions suivantes :

$$x_n^2 = \frac{2\epsilon_0\epsilon_s}{eN_D} \frac{1}{\left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right)} V_B \quad \text{soit} \quad x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_s}{eN_D} \frac{N_A}{(N_D + N_A)} V_B} \quad (30)$$

$$x_P^2 = \frac{2\epsilon_0\epsilon_s}{eN_A} \frac{1}{\left(1 + \frac{N_A}{N_D}\right)} V_B \quad \text{soit} \quad x_P = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_s}{eN_A} \frac{N_D}{(N_D + N_A)} V_B} \quad (31)$$

#### 1.5) La largeur de la zone de charge d'espace

La largeur de la zone de charge d'espace est donnée par :

$$W = x_n + x_P \quad (34)$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_s}{e} \left( \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) V_B} \quad (35)$$

### 1.6) Donner l'expression de la capacité de la ZCE.

La capacité par unité de surface est donnée par:

$$C_{ZCE} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_s}{W} = \sqrt{\frac{e \epsilon_0 \epsilon_s (N_A N_D)}{2 (N_A + N_D) V_B}} \quad (36)$$

### 1.7) Valeur du champ maximal

$$E_{\max} = \frac{e N_D}{\epsilon_0 \epsilon_s} (x - x_n) \Big|_{x=0} = \frac{e N_D}{\epsilon_0 \epsilon_s} x_n = \frac{e N_D}{\epsilon_0 \epsilon_s} \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_s}{e N_D} \frac{N_A}{(N_D + N_A)} V_B} = \sqrt{\frac{2 e}{\epsilon_0 \epsilon_s} \frac{N_D N_A}{(N_D + N_A)} V_B} \quad (37)$$

### 1.8. Application numérique:

#### 1.8.1. La valeur du potentiel de diffusion;

$$V_D = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = \frac{1.3810^{-23} \cdot 300}{1.610^{-19}} \ln \left( \frac{10^{24} \cdot 10^{22}}{(1.10^{16})^2} \right) = 0.83 \text{ V}$$

#### 1.8.2. La largeur de la ZCE;

$$W = \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_s}{e} \left( \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) V_B} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.8510^{-12} \cdot 12}{1.610^{-19}} \frac{(10^{24} + 10^{22})}{(10^{24} \cdot 10^{22})} \cdot 0.83} = 9.6310^{-8} \text{ m} = 0.096 \mu\text{m}$$

#### 1.8.3. La valeur du champ maximal

$$E_{\max} = \sqrt{\frac{2 e}{\epsilon_0 \epsilon_s} \frac{N_D N_A}{(N_D + N_A)} V_B} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.610^{-19}}{8.8510^{-12} \cdot 12} \frac{(10^{24} \cdot 10^{22})}{(10^{24} + 10^{22})} \cdot 0.83} = 4.9710^6 \text{ V/m} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$$

## 2<sup>ème</sup> Partie : Etude hors équilibre-Polarisation directe sous une tension de 0.5 V

### 2.1 La nouvelle valeur de la barrière de potentiel :

$$V'_B = V_B - V_a = 0.83 - 0.5 = 0.33 \text{ V}$$

### 2.2 La nouvelle valeur de la largeur de la ZCE.

$$W = \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_s}{e} \left( \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) (V_B - V_a)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.8510^{-12} \cdot 12}{1.610^{-19}} \frac{(10^{24} + 10^{22})}{(10^{24} \cdot 10^{22})} \cdot (0.33)} = 0.06 \mu\text{m}$$

### 2.3. La valeur du courant de recombinaison :

$$J_R = \frac{q n_i}{2 \tau} W \left[ \exp \left( \frac{q V_a}{2 k_B T} \right) - 1 \right] = \frac{1.610^{-19} \cdot 10^{16}}{2 \cdot 5.0510^{-7}} \cdot 610^{-8} \left[ \exp \left( \frac{1.610^{-19} \cdot 0.5}{2 \cdot 1.3810^{-23} \cdot 300} \right) - 1 \right] = 1.5 \text{ A/m}^2 = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ A/cm}^2$$

### 2.4. La valeur du courant de diffusion.

Nous utilisons d'abord l'expression  $\frac{J}{D} = \frac{e}{kT}$  pour calculer les constantes de diffusion et l'expression  $L = \sqrt{D \tau}$  pour calculer les longueurs de diffusion.

$$J_D = e n_i^2 \left( \frac{D_{np}}{L_{np} N_A} + \frac{D_{pn}}{L_{pn} N_D} \right) \left[ \exp \left( \frac{e V_F}{2 k_B T} \right) - 1 \right]$$

$$J_D = q n_i^2 \left( \frac{D_n P}{L_n P N_A} + \frac{D P_n}{L P_n N_D} \right) \left[ \exp\left( \frac{q V_a}{k_B T} \right) - 1 \right]$$

$$= 1.6 \cdot 10^{-19} (10^{16})^2 \left( \frac{4 \cdot 10^{-3}}{6.32 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{24}} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4.5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{22}} \right) \left[ \exp\left( \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.5}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \right) - 1 \right]$$

$$= 2.7 \cdot 10^{-6} \text{ A/m}^2 (24579293) = 0.066 \text{ A/cm}^2$$

### 3ème partie : Etude hors équilibre-Polarisation inverse sous une tension de -10

#### 3.1. La nouvelle valeur de la barrière de potentiel.

$$V''_B = V_B + |V_a| = 0.83 + 10 = 10.83 \text{ V}$$

#### 3.2. La nouvelle valeur de la largeur de la ZCE.

$$W = \sqrt{\frac{2 \varepsilon_0 \varepsilon_s}{e} \left( \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) (V_B + |V_a|)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 12}{1.6 \cdot 10^{-19}} \frac{(10^{24} + 10^{22})}{(10^{24} \cdot 5 \cdot 10^{22})}} (10.83) = 0.22 \mu\text{m}$$

#### 3.3. La valeur du courant de diffusion des minoritaires.

$$J_{\text{dif. min.}} = -q n_i^2 \left( \frac{D_n P}{L_n P N_A} + \frac{D P_n}{L P_n N_D} \right) = 2.7 \cdot 10^{-10} \text{ A/cm}^2$$

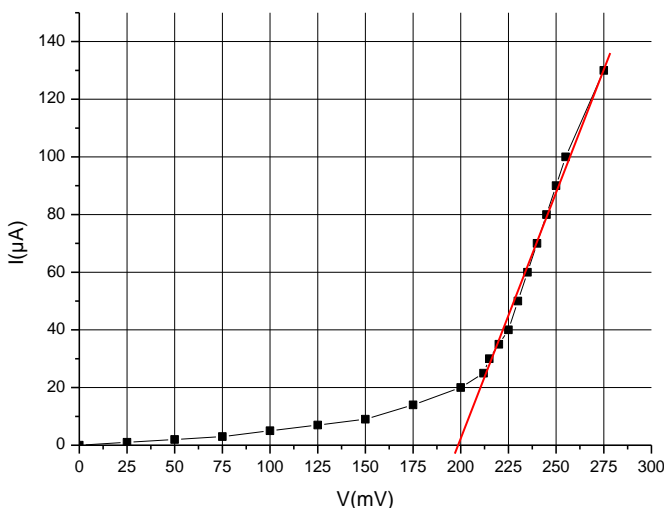
#### 3.4. La valeur du courant de génération thermique.

$$J_{\text{Géné}} = -q W \frac{n_i}{2\tau} = 9.5 \cdot 10^{-9} \text{ A/cm}^2$$

## Exo.2

### 2.1. Tension seuil.

$V_{\text{seuil}} \approx 200 \text{ mV}$



### 2.2. Matériau de base

Le matériau de base est, d'après la valeur de la tension seuil, le germanium

### 2.3. Résistance interne de la diode

$$R_D = \Delta V / \Delta I = (275 - 225) \cdot 10^{-3} / (130 - 40) \cdot 10^{-6} = 555.55 \Omega$$

## 2.4. Tension appliquée aux bornes de la diode

### 2.4.1. Graphiquement

A partir du graphe, la tension correspondant au courant  $I=40 \mu\text{A}$  est  $V=225 \text{ mV}$

### 2.4.2. Par le calcul

$$U_D = U_{\text{seuil}} + R_D * I$$

$$U_D = 0.2 + 555 * 40 * 10^{-6} = 222.22 \text{ mV}$$

## 2.5. Résistance limitatrice

$$U = U_{\text{seuil}} + R_D * I + R * I$$

$$R = (U - U_{\text{seuil}} - R_D * I) / I = (5 - 0.2 - 555.55 * 20 * 10^{-6}) / (20 * 10^{-6}) = 239\,444.45 \Omega \approx 240\,000 \Omega = 240 \text{ k}\Omega$$

## Exo.3

### 3.1. Résistance interne de la diode

$$R_D = R_p + R_n$$

$$R_p = [1 / (e p \mu_p)] [L_p] / s = [1 / (1.6 * 10^{-19} * 10^{24} * 0.077)] [200 * 10^{-6}] / (1 * 10^{-6}) = 0.016 \Omega$$

$$R_n = [1 / (e n \mu_n)] [L_n] / s = [1 / (1.6 * 10^{-19} * 10^{22} * 0.1540)] [5 * 10^{-6}] / (1 * 10^{-6}) = 0.020 \Omega$$

$$R_D = 0.016 + 0.020 = 0.036 \Omega$$

### 3.2. Capacité de transition

$$C = (\epsilon_0 * \epsilon_{si} * s) / W = (8.85 * 10^{-12} * 12 * 1 * 10^{-6}) / (0.096 * 10^{-6}) = 1.1 \text{ nF}$$