



Automatique  
—  
Commande des Systèmes  
Linéaires Continus

◇ M1 ◇

U.E. CSy – module P2

Christophe CALMETTES  
christophe.calmettes@univ-jfc.fr

Année 2014–2015



# Introduction

Dans le cadre du fonctionnement d'une unité de production industrielle, les performances sont jugées selon des critères :

- de qualité du produit,
- de sécurité et de sûreté de fonctionnement,
- d'économies des matières premières et d'énergie,
- de respect de l'environnement (qualité des rejets, ...),
- ...

L'**automatique** apporte des solutions pratiques pour remplir au mieux l'ensemble de ces critères (satisfaction du cahier des charges). La mise en œuvre de ces solutions consiste à **conduire** – ou **piloter** – le procédé.

La conduite des procédés recouvre des activités telles que la planification, l'ordonnancement, la surveillance, la supervision et la **commande**.

Ce cours apporte les outils nécessaires à la commande **analogique** (signaux à Temps Continu) appliquée à des procédés (ou processus) supposés **linéaires** (ou linéarisés).

Le principe général de la commande des procédés est connu sous le terme de commande en **boucle fermée** ou commande par **rétroaction** (*feedback control*).

L'articulation cours / travaux dirigés / travaux pratiques de la partie *Commande des Systèmes Linéaires Continus* des enseignements d'Automatique proposée s'inspire largement du travail et des supports d'Omer Mercier. Je l'en remercie cordialement.

## Système commandé (piloté)

Le terme **commande** désigne toute action exercée sur un système pour influencer son évolution dynamique.

Un système **commandé** ou **piloté** est constitué de deux sous-systèmes (parties) en interaction (figure 1) :

- le système commandé lui-même (partie opérative) qui effectue les tâches physiques – les signaux mis en jeu dans cette partie sont de nature physique ;
- le système de commande ou système de pilotage (partie commande) qui transmet des ordres (des commandes) au système commandé, ordres élaborés sur la base d'objectifs à atteindre (comportement du système, dynamique, ...) – les signaux mis en

jeu ici sont de nature informationnelle.

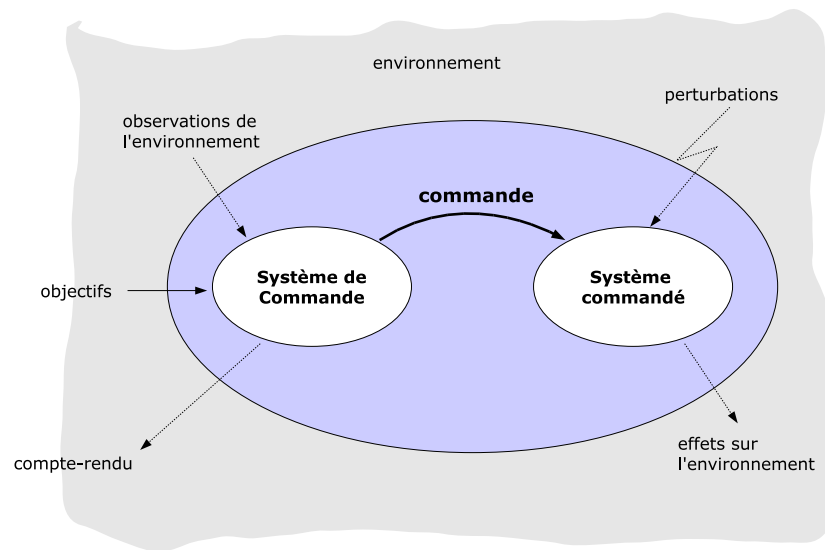


FIGURE 1 – Système commandé (pilote)

Lorsque le système de commande n'a pas d'information sur l'évolution et le comportement du système commandé, on parle de **Commande en Boucle Ouverte** (cas de la figure 1). Dans ce cas, il n'est pas possible, pour le système de commande, de savoir si l'effet des ordres qu'il a émis a permis de faire évoluer conformément aux objectifs visés et dans son environnement (perturbations, ...) le système commandé.

Pour que le système de pilotage puisse *adapter* la commande dans le cas d'une évolution non conforme, il faut commander le système en **Boucle Fermée**.

## Commande en boucle fermée – *feedback*

Le rebouclage (rétroaction, *feedback*) du système commandé sur le système de pilotage (figure 3) permet à ce dernier :

- de recevoir des observations (mesures) et donc de connaître l'état du système commandé ;
- de comparer le comportement observé avec le comportement désiré ;
- de corriger en conséquences la commande pour réduire les écarts.

## Interaction entre les deux sous-systèmes

Les liens entre le système de commande qui véhicule des signaux de nature informationnelle et le système commandé qui traite de signaux de nature physique se font grâce à des organes de commande (actionneurs) et des organes de mesure (capteurs) :

- un **capteur** transforme une grandeur physique en une information ;
- un **actionneur** transforme une information (*e.g.* un ordre) en une grandeur physique (*e.g.* un signal électrique).

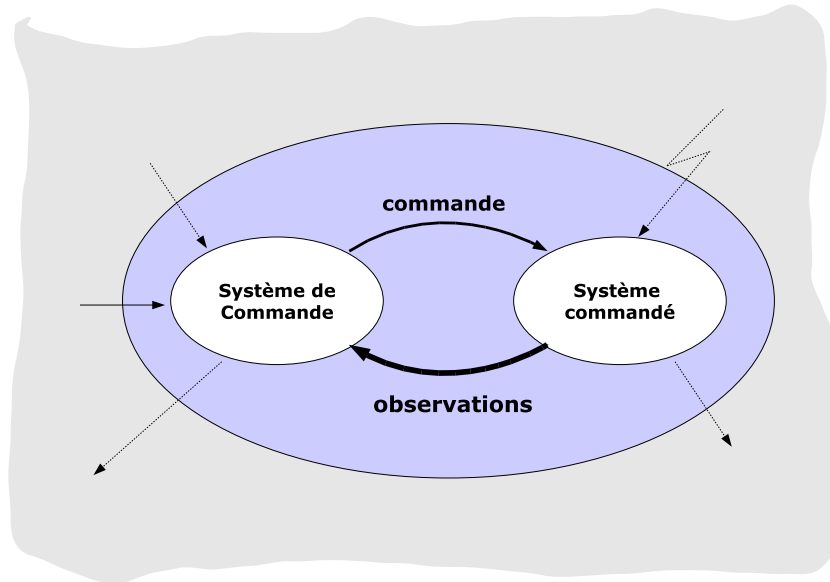


FIGURE 2 – Système commandé en boucle fermée

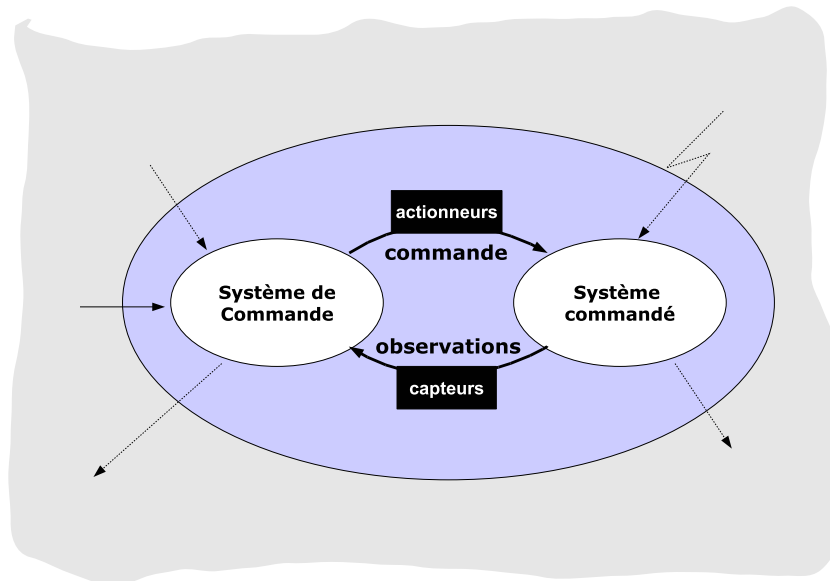


FIGURE 3 – Organes de mesure et de commande

On s'intéresse souvent au transfert entre les entrées et les sorties d'un système ; notons que :

- la commande est considérée comme une **sortie** par le système de commande et comme une **entrée** du système commandé ;
- l'observation (mesures) est considérée comme une **entrée** du système de commande et comme une **sortie** du système commandé.

## Illustrations

### Système mécanique – commande (régulation) automatique de la vitesse sur une voiture

La commande automatique de la vitesse d'un véhicule peut être schématiquement représentée par la figure 4.

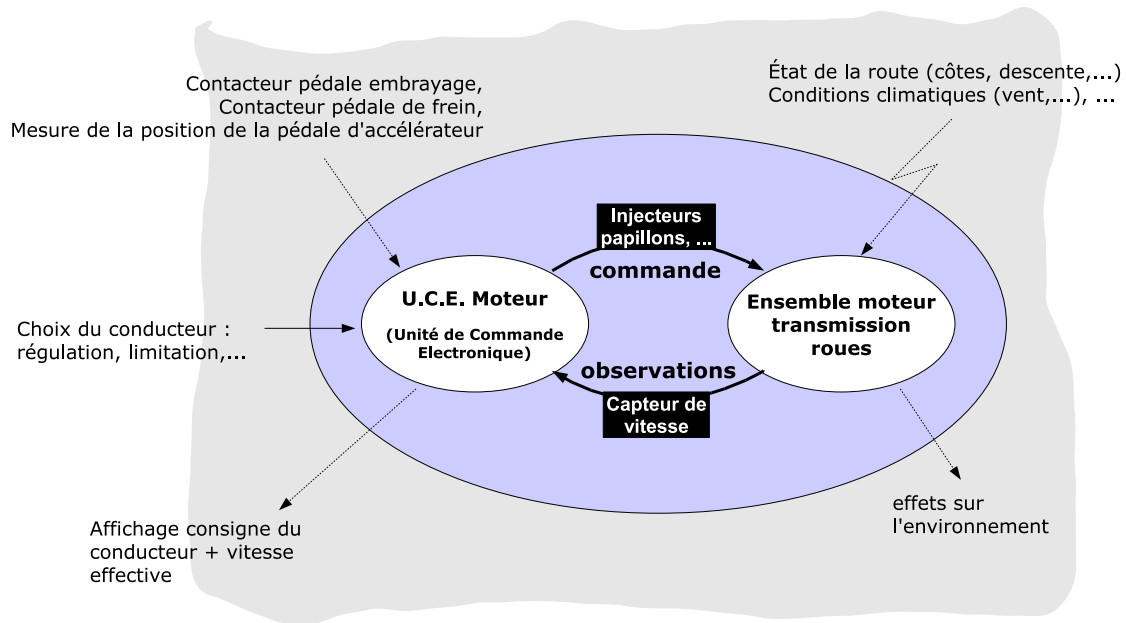


FIGURE 4 – Principe de la commande de la vitesse d'une voiture

Le pilotage est effectué par un système électronique : l'Unité de Commande Electronique (U.C.E.). Ce sous-système comprend plusieurs entrées / sorties :

- le dispositif du choix *régulation/limitation* de vitesse est une entrée. Le terme **ré-gulation** indique que le système est piloté de telle sorte que la variable commandée (ici la vitesse de la voiture) tende vers une valeur de **consigne** (*e.g.* 90 km/h) quel que soit l'environnement (perturbations, ...);
- le système de commande dispose, grâce à un capteur relié à une de ses entrées, de l'information de vitesse;
- des capteurs sur les pédales (contacteurs, mesure de la position) sont également vus comme des entrées du sous-système de commande. Si une action du conducteur sur une des trois pédales est détectée par un des capteurs, le système inhibe la régulation ou la limitation à des fins de sécurité;
- en sortie, le système de pilotage émet des informations de commande (fonction du choix du conducteur et des informations qu'il reçoit des capteurs) aux actionneurs : ouverture des papillons, débit des injecteurs,...
- ...

## Système physiologique – régulation de la glycémie

La glycémie est le taux de glucose circulant dans le sang. Chez un individu en début de jeûne (absorption intestinale terminée), la glycémie est normalement voisine de 0,9g/l. Sa régulation peut-être représentée par le schéma de principe de la figure 5.

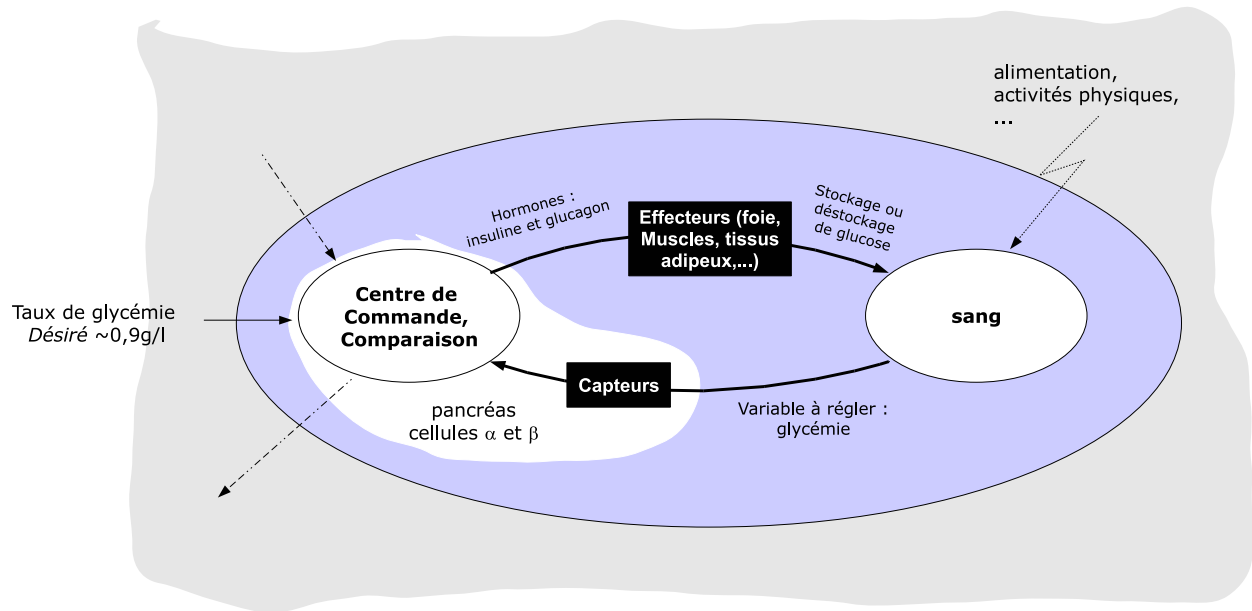


FIGURE 5 – Principe de la régulation de la glycémie

La boucle de régulation de la glycémie permet de corriger une hyperglycémie ou une hypoglycémie qui sont des états pathologiques qui peuvent se révéler très dangereux pour la survie de l'individu s'ils se prolongent trop longtemps; elle réagit à des perturbations de deux types : lorsqu'une hyperglycémie ou une hypoglycémie est détectée chez un individu *sain*, le taux de glycémie est **corrige** par le *centre de commande*. La glycémie est une **variable régulée** par voie hormonale :

- l'insuline a une action hypoglycémisante (stockage de glucose);
- le glucagon une action hyperglycémisante (distribution de glucose).

La boucle de régulation de la glycémie peut-être définie par les dispositifs (organes,...) et les liens (hormones, ...) suivants :

- la perturbation extérieure est due soit à l'état nutritionnel de l'individu, soit à son activité physique ; elle peut conduire à une diminution ou à une augmentation de la glycémie ;
- la variable régulée (commandée) est la glycémie ;
- le capteur est représenté par les cellules  $\alpha$  et  $\beta$  du pancréas ;
- le point de consigne (référence du taux de glycémie) est lié à des caractéristiques génétiques et physiologiques de l'organisme ;
- le point de comparaison entre le taux de glycémie et la valeur de consigne se situe dans les cellules  $\alpha$  et  $\beta$  ;

- le signal d'erreur (différence entre taux de glycémie mesuré et *désiré*) est de nature différente selon si le taux de glycémie est trop faible ou trop élevé. Pour un taux trop faible, le signal d'erreur se manifeste par une augmentation de la sécrétion de glucagon ; dans le cas d'un taux trop élevé, le signal d'erreur est une élévation de la sécrétion d'insuline ;
- les effecteurs principaux sur lesquels le signal d'erreur agit sont le foie, les muscles et le tissu adipeux dans le cas de la sécrétion d'insuline et le foie dans le cas de sécrétion de glucagon.



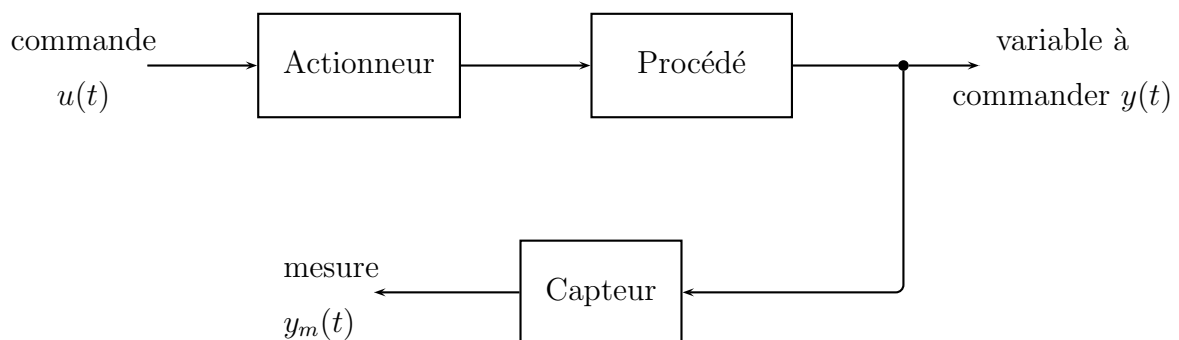
# Chapitre 1

## Asservissement – Boucle Fermée

### 1.1 Pourquoi asservir un système ? Comment asservir un système

#### ▷ Éléments constitutifs du *système opérant*

Pour un système SISO, le *système opérant* est constitué d'une cascade de sous-systèmes parmi lesquels on trouve, le système à commander, le capteur et l'actionneur.



- La variable à commander, notée  $y(t)$ , correspond à la sortie de l'asservissement ; c'est la grandeur à régler. Elle donne son nom à l'asservissement ou à la régulation : asservissement/régulation de niveau, de température, de position, ...
- Cette grandeur à régler peut être connue grâce au capteur (organe de mesure). Sur la représentation schématique des éléments constitutifs du *système opérant*, le capteur représente plus exactement l'ensemble capteur → convertisseur → transmetteur ; la variable de sortie sera transformée en une mesure exploitable par le système de commande, de régulation et correspondra à une tension continue (*e.g.* un signal compris entre  $-10$  et  $+10$  volts), un courant continu (*e.g.* un signal compris entre  $0$  et  $20$  mA), ...
- Le signal de commande  $u(t)$  est la grandeur réglante ; c'est elle qui est déterminée par le système de commande pour commander, contrôler, réguler la variable à commander  $y(t)$ . Cette grandeur agit sur l'actionneur ;
- Les perturbations sont les autres grandeurs agissant sur le processus ; ce sont des variables aléatoires ;
- L'actionneur (organe de commande) permet de transformer la grandeur réglante

– informations provenant du système de commande (*e.g.* un signal compris entre 0 et +10 volts) – en une grandeur compatible avec le système à commander. Sur la représentation schématique, on suppose que l'actionneur comprend également la partie puissance-amplification (*e.g.* transformation d'un signal de faible tension – quelques volts – en une tension compatible avec la résistance d'un radiateur électrique).

Ex.

Enceinte dont on souhaite réguler la température par le contrôle d'un débit de vapeur.

Le système représenté sur le schéma fonctionnel de la figure 1.1 décrit le fonctionnement d'une enceinte à chauffage indirect. Il est constitué d'une vanne que l'on va commander (application d'une tension sur un servomoteur permettant d'ouvrir ou de fermer la vanne), d'un échangeur eau-vapeur, d'une enceinte dont on veut commander la température en agissant sur la vanne et d'une pompe à débit constant. De l'ouverture de la vanne va découler le débit de vapeur, la température de l'eau dans l'échangeur le débit de vapeur et la température de l'enceinte.

La représentation par schéma-bloc du dispositif est donné sur la figure 1.2.

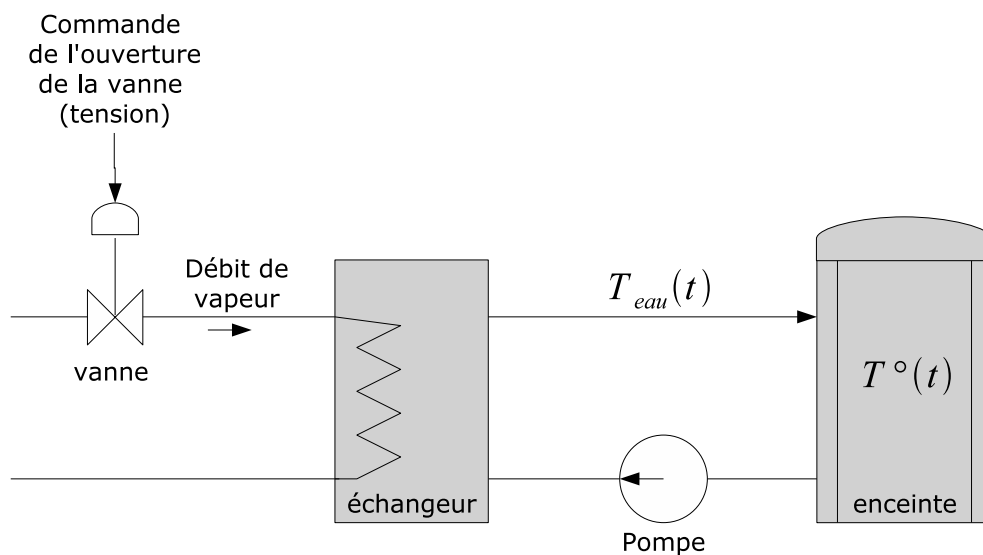


FIGURE 1.1 – Enceinte à chauffage indirect

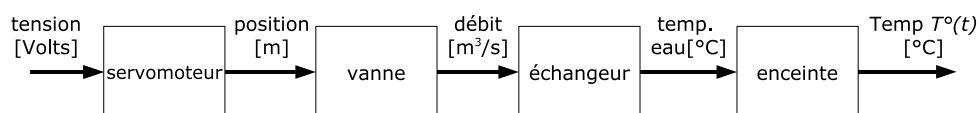


FIGURE 1.2 – Schéma-bloc du système *enceinte thermique*

### ▷ Principe, représentation et notations

Asservir un système, c'est construire une partie commande du procédé en utilisant l'information de sortie mesurée par un capteur<sup>1</sup>. On parle d'asservissement, de rebouclage, de boucle fermée,...

Le signal de consigne est le signal de référence pour la sortie.

Le schéma de principe de l'asservissement est représenté sur la figure 1.3.

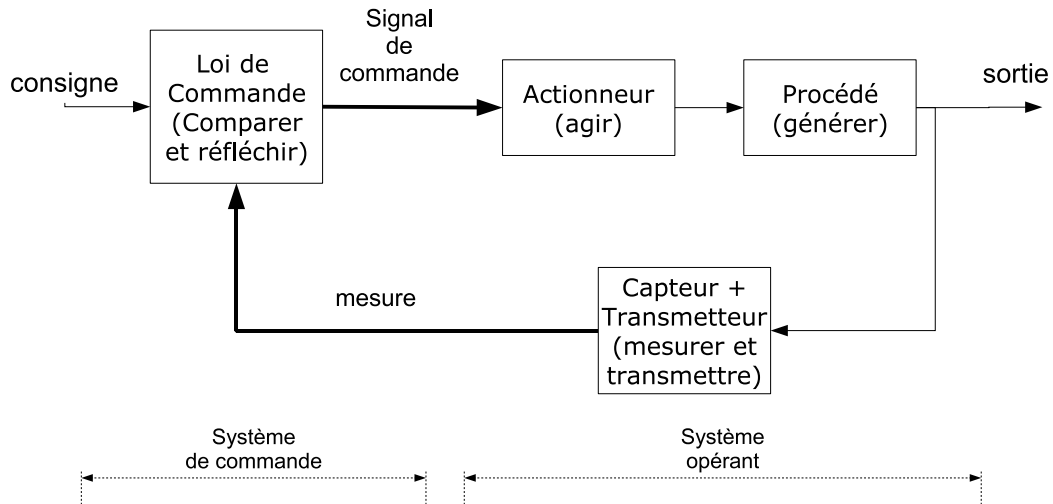


FIGURE 1.3 – Principe de l'asservissement

La partie commande est *construite* autour du comparateur qui effectue la différence entre le signal de consigne (*ce que l'on veut*) et le signal de sortie (*ce que l'on a*). Une des représentations de la partie commande est donnée sur la figure 1.4 ; apparaît, en aval du comparateur, un bloc correction schématisant la loi de commande. C'est ce type de correction qui sera étudiée dans ce cours ; de façon plus générale, on peut insérer des blocs correctifs en amont du comparateur sur ses entrées + et/ou -.

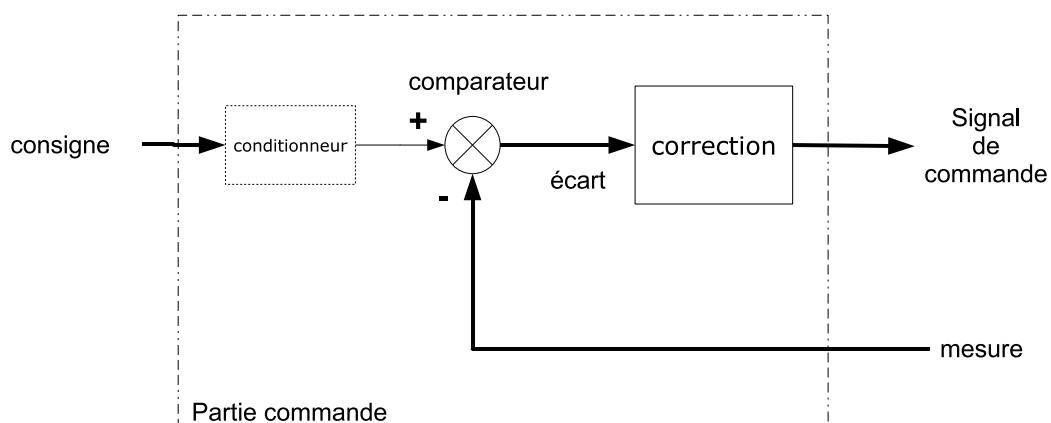


FIGURE 1.4 – Représentation de la partie commande de l'asservissement

La notion de conditionneur est expliquée un peu plus loin.

1. Le rebouclage effectué ici est un *retour de sortie* ; il existe d'autres techniques d'asservissement, comme le retour d'état, qui ne seront pas abordées dans ce cours.

### ▷ Asservissement analogique

Sur ce schéma-bloc 1.5, on retrouve les signaux décrits en début de chapitre : le signal de **commande**  $u(t)$ , le signal de **sortie**  $y(t)$  et la **mesure**  $y_m(t)$ .

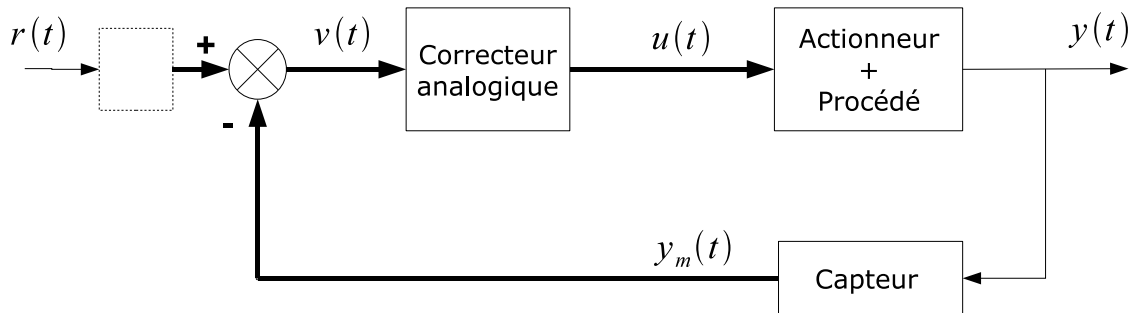


FIGURE 1.5 – Représentation par schéma-bloc d'un asservissement analogique

Le signal de **consigne**, noté  $r(t)$ , représente la référence, c'est à dire *ce que l'on veut* sur la sortie. L'objectif de l'automaticien sera d'élaborer une **loi de commande** (correction, ...) visant à faire correspondre au mieux, en respectant des spécifications désirées, *ce que l'on a* en sortie (sortie  $y(t)$ ) avec *ce que l'on veut* (consigne  $r(t)$ ).

Nous appellerons **erreur de l'asservissement** la différence entre la consigne  $r(t)$  et la sortie  $y(t)$ . Nous utiliserons la notation  $\varepsilon(t) = r(t) - y(t)$ . Cette notion est présentée dans le paragraphe 1.3.3 page 19. L'erreur de l'asservissement est liée au signal de sortie du comparateur noté  $v(t)$  appelé **écart** ou **signal d'erreur**. Notons que le signal d'erreur  $v(t)$  que l'on mesure à la sortie du comparateur sera de même nature que la mesure  $y_m(t)$ , généralement une tension ou un courant. L'erreur, elle, est de même nature que la consigne et la sortie. Le conditionneur, qui n'a généralement pas de réalité physique, permet de représenter la transformation du signal de consigne  $r(t)$ , de même nature que la sortie  $y(t)$ , en un signal électrique comparable avec la mesure  $y_m(t)$ .

Ex. | Considérons l'asservissement de la température de l'enceinte représentée sur la figure 1.1.

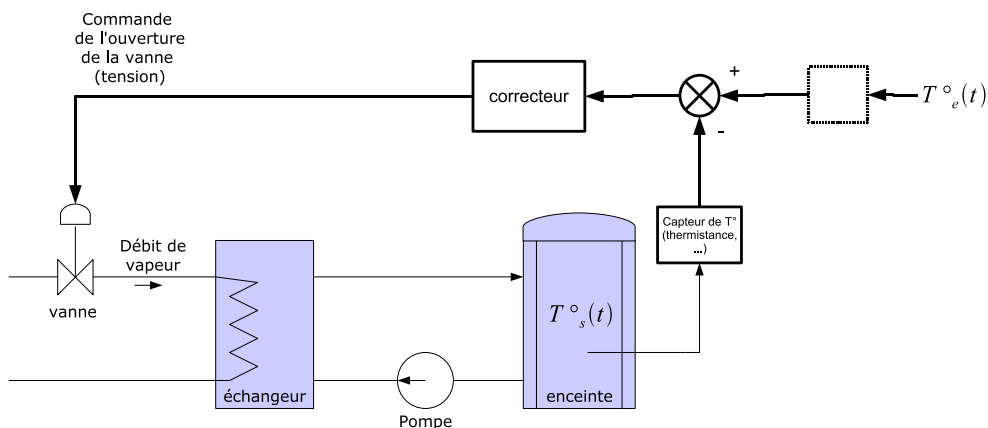


FIGURE 1.6 – Asservissement de l'enceinte à chauffage indirect



### ▷ Fonction d'un système asservi

- **asservissement / poursuite** : capacité pour le signal de sortie (signal à commander) de poursuivre un signal dit de consigne qui varie ;

Ex. | machine outil devant usiner une pièce selon un profil donné, missile qui poursuit une cible,...

- **régulation** : dans ce cas, la consigne est fixée et le système de commande doit compenser l'effet des perturbations ; réguler, c'est maintenir la grandeur réglée la plus proche possible de la valeur de consigne en agissant sur la grandeur réglante.

Ex. | réguler la température d'un four, le niveau d'eau d'un barrage,...

## 1.2 Schéma-blocs et fonction de transfert en boucle fermée

Sur les figures 1.8 à 1.13 sont reportés des schémas-blocs d'asservissements fréquemment rencontrés.

$G(p)$  représente généralement le modèle fonction de transfert du procédé (actionneur compris) ;  $H(p)$  est le modèle de l'organe de mesure (capteur).

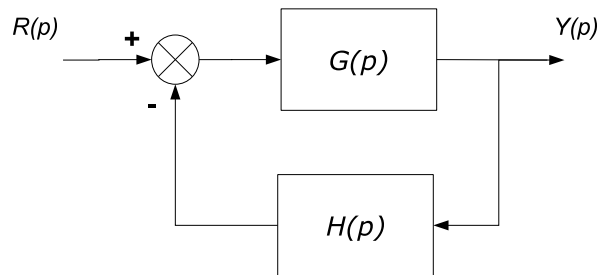


FIGURE 1.8 – boucle fermée n°1

Parfois il est nécessaire de *conditionner* le signal de consigne pour l'adapter à la mesure afin de pouvoir les comparer :  $L(p)$  est le transfert qui décrit cette opération (figure 1.9).

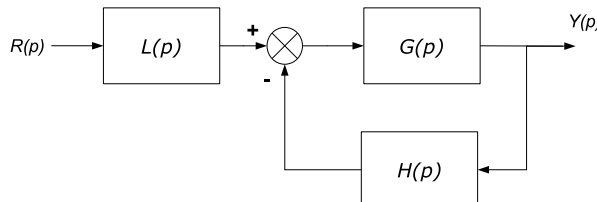


FIGURE 1.9 – boucle fermée n°2

Sur les figures 1.11, 1.12 et 1.13, la fonction de transfert  $D(p)$  correspond au modèle mathématique du correcteur analogique.

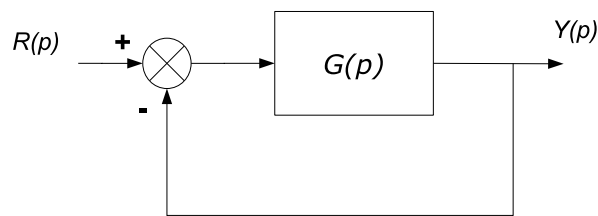


FIGURE 1.10 – boucle fermée n°3 (asservissement à retour unitaire)

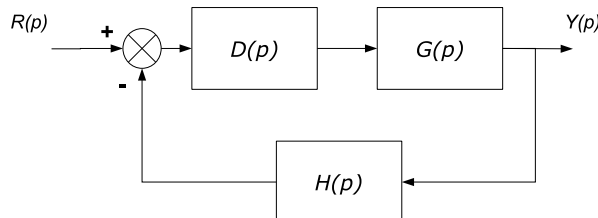


FIGURE 1.11 – boucle fermée n°4

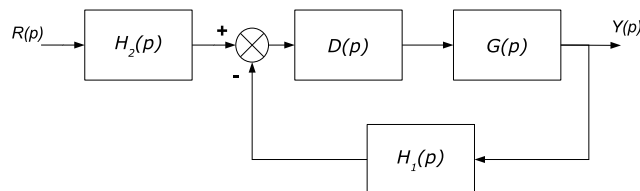


FIGURE 1.12 – boucle fermée n°5

La prise en compte d'une perturbation sur le système bouclé peut être modélisée comme sur la figure 1.13 où  $w(p)$  est la transformée de Laplace du signal de perturbation.

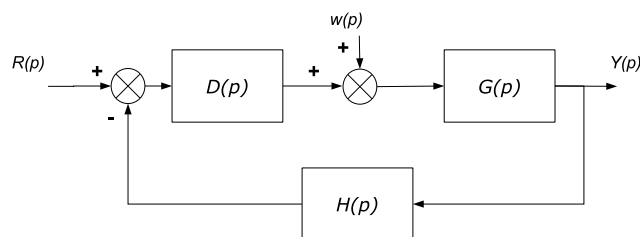


FIGURE 1.13 – boucle fermée n°6

Montrer que les fonctions de transfert  $F(p) = \frac{Y(p)}{R(p)}$  en boucle fermée s'écrivent :

1.  $F(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)H(p)}$  ;
2.  $F(p) = L(p) \times \frac{G(p)}{1 + G(p)H(p)}$  ;
3.  $F(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)}$  ;
4.  $F(p) = \frac{D(p)G(p)}{1 + D(p)G(p)H(p)}$  ;

$$5. F(p) = H_2(p) \frac{D(p)G(p)}{1 + D(p)G(p)H_1(p)}.$$

Dans le cas n°6, le transfert consigne-sortie  $\frac{Y(p)}{R(p)}$  ne peut s'écrire directement : on écrit l'expression de la sortie  $Y(p)$  en fonction des entrées consigne  $R(p)$  et perturbation  $\omega(p)$ .

Montrer que  $Y(p)$  s'écrit :

$$Y(p) = \frac{D(p)G(p)}{1 + D(p)G(p)H(p)} R(p) + \frac{G(p)}{1 + D(p)G(p)H(p)} \omega(p)$$

## 1.3 Performances d'un système asservi

### 1.3.1 L'allure de la réponse d'un système asservi

La figure 1.14 est un exemple de la réponse « indicielle » d'un système asservi ; cette réponse est, dans le cas de l'exemple de la figure, oscillatoire amortie.

N.B. | La sortie d'un système soumis à une entrée de type échelon est appelée réponse indicielle ; elle permet d'obtenir des caractéristiques temporelles intéressantes pour l'évaluation des performances dynamiques.

Dans le cas de la réponse représentée sur la figure 1.14, le comportement est oscillatoire amorti ; on peut observer d'autres comportements : apériodique et/ou non amorti.

Sur la réponse indicielle, on peut relever trois caractéristiques :

- premier dépassement ;
- temps de réponse ;
- temps de montée.

Ces caractéristiques seront détaillées ultérieurement.

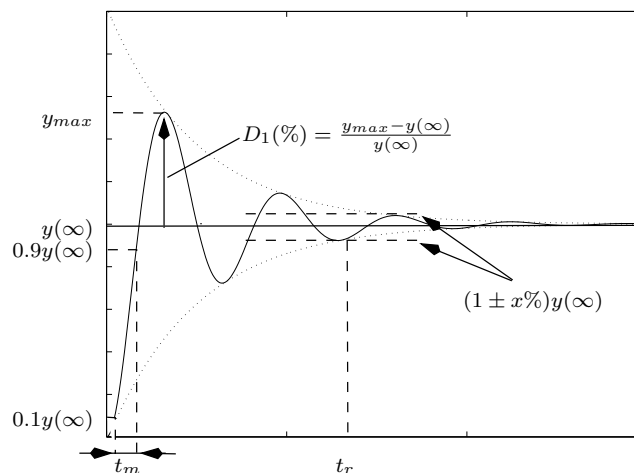


FIGURE 1.14 – Caractéristiques de la réponse indicielle

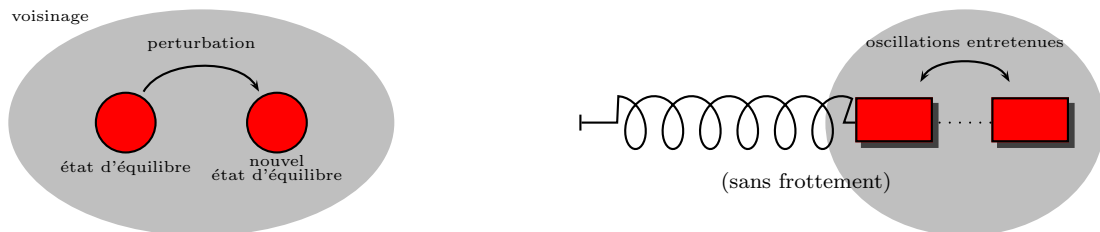


## 1.3.2 La stabilité

### ▷ Stabilité d'un régime permanent (cas d'un état d'équilibre)

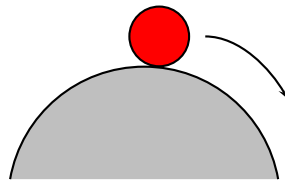
Ce type de stabilité est relatif au comportement du système lorsqu'on l'écarte de sa position d'équilibre.

#### → Stabilité simple



A partir d'un état d'équilibre, le régime libre du système consécutif à une perturbation ne s'éloigne pas infiniment de celui-ci (l'état du système reste dans le *voisinage* de l'état d'équilibre initial).

Si, suite à une perturbation, on ne peut trouver un voisinage qui ne puisse circonscrire l'évolution du système, l'état d'équilibre est **instable**.



#### → Stabilité asymptotique

Un état d'équilibre est **asymptotiquement stable** si l'évolution de l'état du système suite à une perturbation converge vers ce premier.



### ▷ Stabilité Entrée Bornée / Sortie Bornée

Un système est EBSB-stable (BIBO<sup>2</sup>-stable) si à toute entrée bornée correspond une sortie bornée.

---

2. Bounded Input - Bounded Output

### ▷ Degré de stabilité – premier dépassement

Le premier dépassement, généralement noté  $D_1$ , est caractéristique du degré de stabilité de l'asservissement. Il s'exprime en pourcentage. Sa valeur se calcule par la formule générale  $D_1(\%) = \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty)}$  apparaissant dans la figure 1.14.

Quelques illustrations de dépassement sont données sur la figure 1.15.

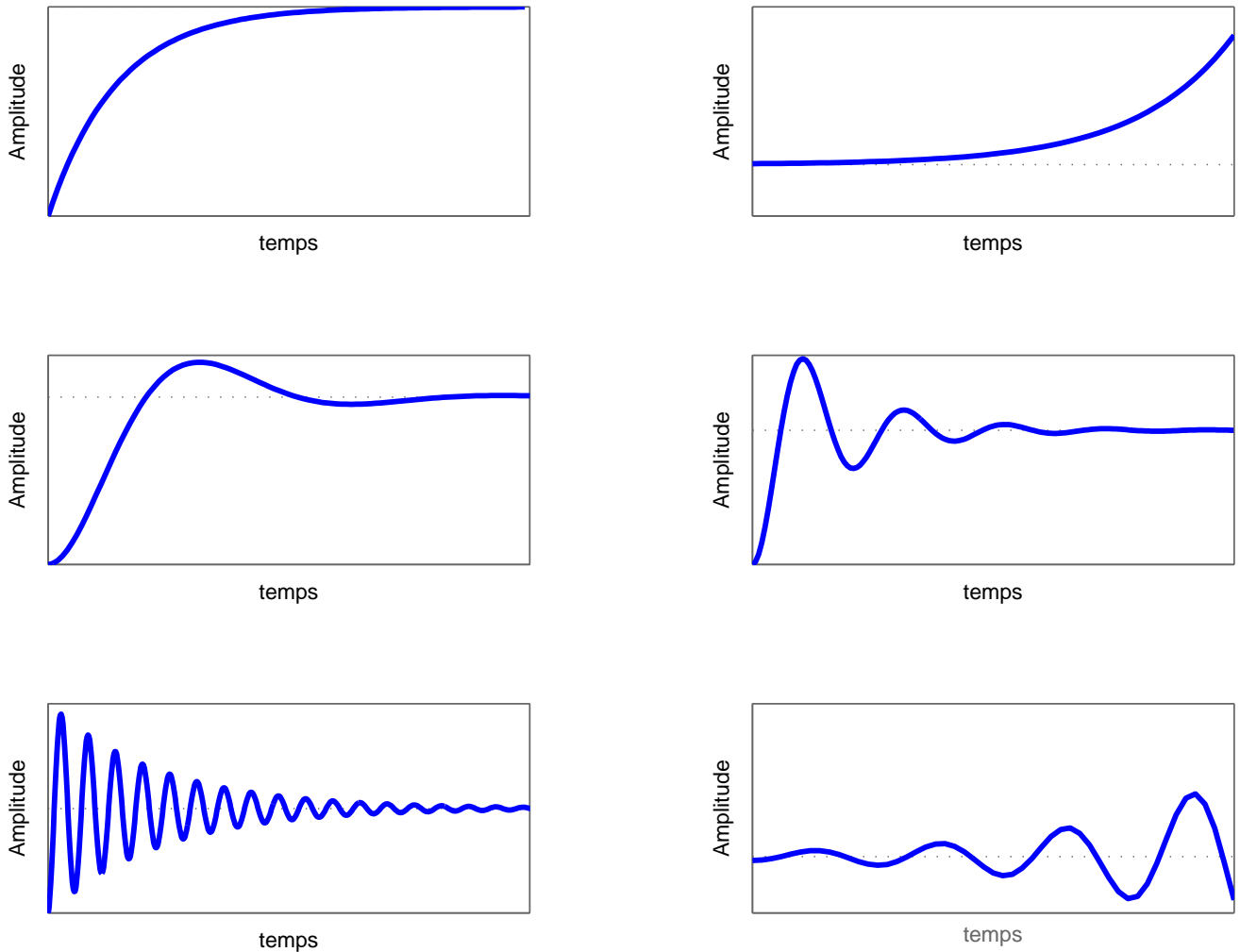


FIGURE 1.15 – Stabilité et degré de stabilité

Naturellement, plus un système (ou plus exactement sa réponse « indicielle ») *dépassera*, plus son degré de stabilité sera faible.

### 1.3.3 La précision

La précision est donnée par le calcul de l'erreur entre la consigne  $r(t)$  (ce que l'on désire avoir) et la sortie  $y(t)$  (ce que l'on a)

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t)$$

L'erreur statique ou précision statique est relevée en régime permanent ; elle se note :

$$\varepsilon = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$$

La mesure de l'erreur est illustrée sur la figure 1.16 pour l'**erreur de position** (consigne  $r(t)$  de type échelon de position) et sur la figure 1.17 pour l'**erreur de vitesse** encore appelée **erreur de traînage** (consigne  $r(t)$  de type rampe).

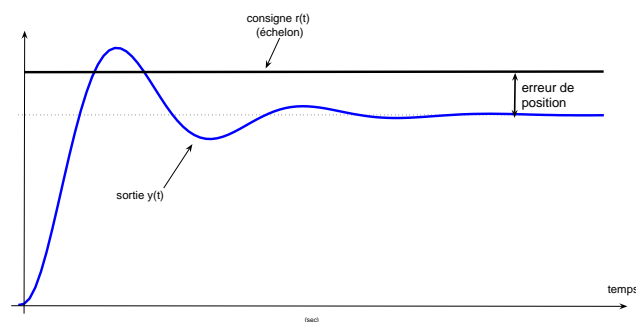


FIGURE 1.16 – Illustration de l'erreur de position

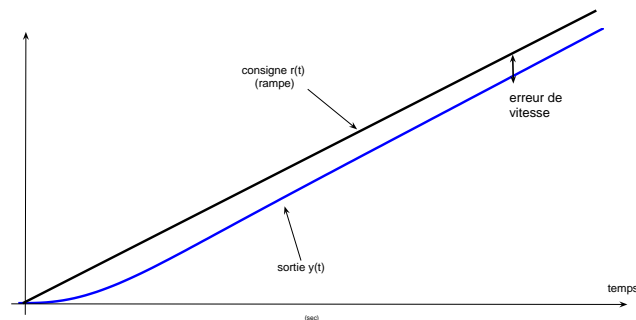


FIGURE 1.17 – Illustration de l'erreur de vitesse ou de traînage

### 1.3.4 La rapidité – temps de réponse

La rapidité d'un asservissement peut-être évaluée par la mesure du temps de réponse. Cette grandeur est lue sur la réponse « indicielle » dont un exemple est donné sur la figure 1.14. Le temps de réponse – noté généralement  $t_r$  – désigne l'instant à partir duquel on considère que le système quitte le régime transitoire. On le mesure à partir de l'instant où la réponse du système  $y(t)$  reste comprise dans un canal de  $\pm x\%$  autour de la valeur finale notée  $y(\infty)$ . On parle généralement de temps de réponse à 5% :  $x = 5$ .

Quelques illustrations de temps de réponse sont données sur la figure 1.18.

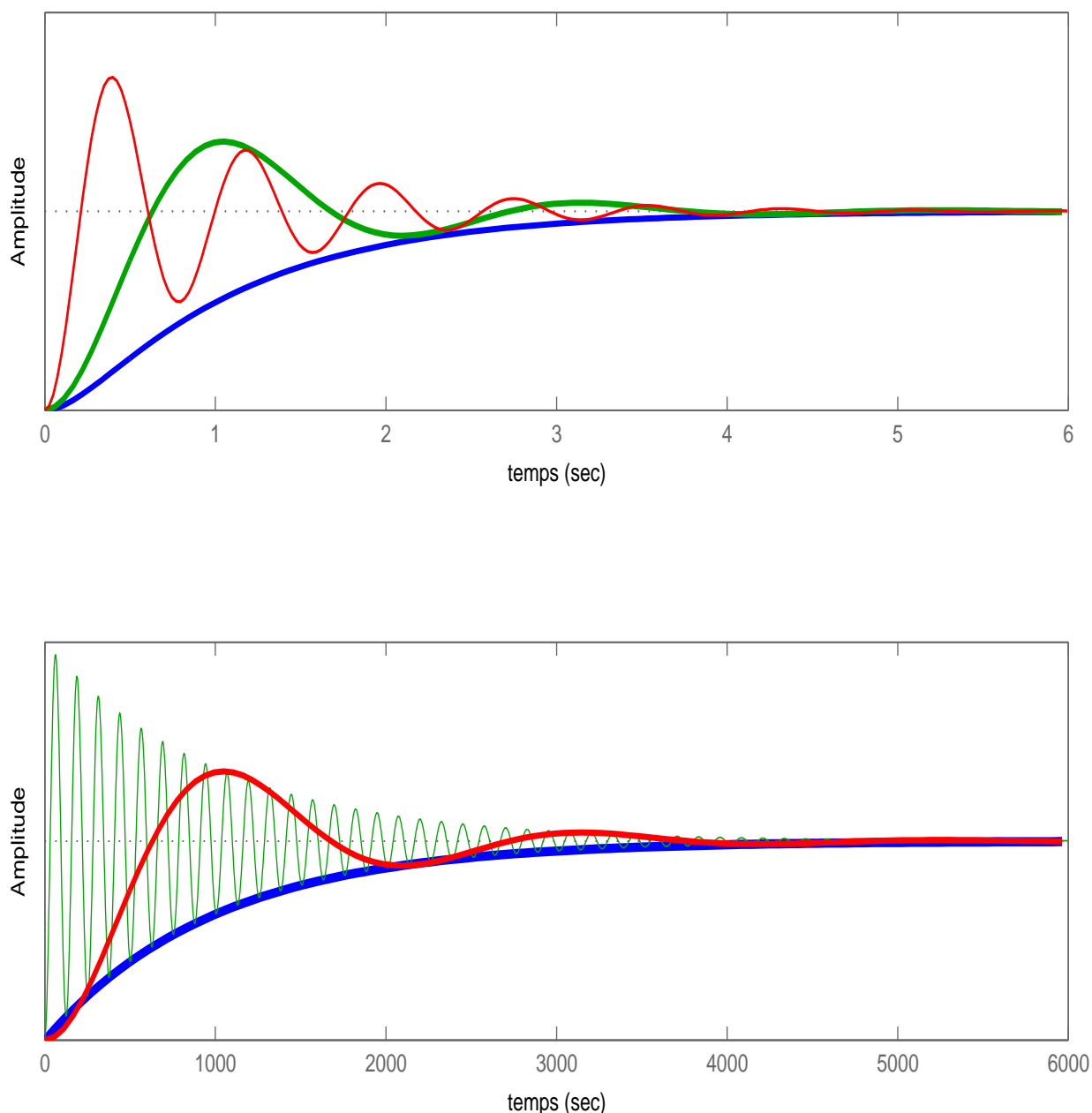


FIGURE 1.18 – La rapidité

### 1.3.5 La raideur – temps de montée

La raideur (nervosité, *pêche*, ...) d'un asservissement peut-être évaluée par la mesure du temps de montée. Cette grandeur est lue sur la réponse « indicielle » dont un exemple est donné sur la figure 1.14. C'est le temps généralement noté  $t_m$  que met la réponse système pour évoluer de 10% à 90% de sa valeur finale  $y(\infty)$ . Il donne une idée de la « nervosité » du système.

Quelques illustrations de temps de montée sont données sur la figure 1.19.

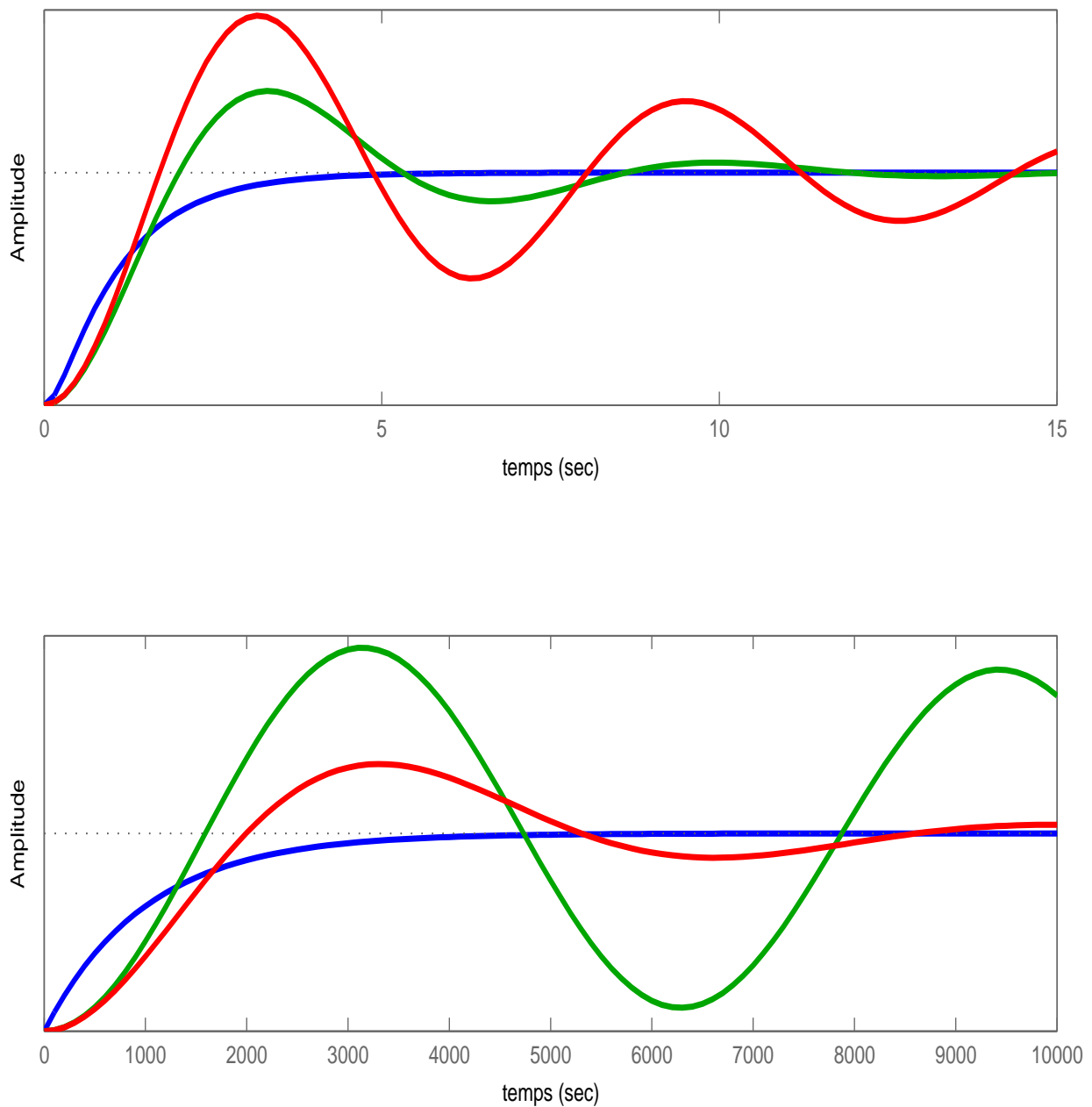


FIGURE 1.19 – Illustration de la raideur

