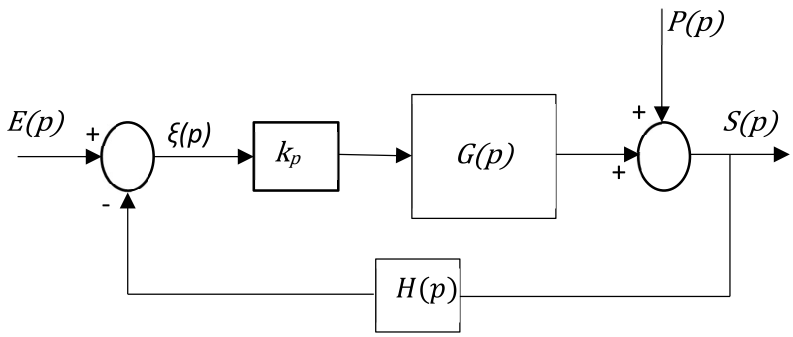
Exercice d'application

Soit le schéma fonctionnel d'un système en boucle fermée, avec k_p le gain d'un correcteur proportionnel :



Avec ;

$$G(p) = \frac{3}{1+5p} \quad , H(p) = 1{,}5$$

On prend le cas où ***p(t)*****=0 (sans perturbation) ;** ***e(t)*****=3.**

A/-Déterminer la fonction de transfert en BF *F(p)*;

B/-Déduire la constante de temps du système ;

C/- Donner l'expression de la réponse du système $S_e(p)$ ($\boldsymbol{sortie\ due}$ à $\boldsymbol{l'entr}$ée $\boldsymbol{e(t)}$) puis calculer sa valeur finale ;

D/-Calculer l'erreur statique du système ε_{es} ;

E/-Montrer que lorsque *Kp* augmente ε_{es} diminue ;

On prend le cas où p(t)=0,5 (avec perturbation).

F/-Calculer la fonction de transfert en BF; $D(p) = \frac{S_p(p)}{P(p)}$; $S_p(p)$ ($\boldsymbol{sortie\ due}$ à $\boldsymbol{la\ perturbation}$)

G/-Déduire la valeur finale de la sortie ; $s_p(\infty)$;

H/-Calculer l'erreur statique du système relative à *p(t)* ; $\varepsilon_{ps}(\infty)$;

I/-Calculer l'erreur statique globale du système $x_s(\infty)$. Commenter le résultat obtenu.

Solution.

A. Calcul de la fonction de transfert en BF. $F(p)$

cas : sans perturbation ; $p(t)=0$

Nous avons : $$F(p)=\frac{k_p G(p)}{1+H(p)\,k_p G(p)}$$

donc $$F(p)=\frac{k_p\cdot\frac{3}{1+5p}}{1+1{,}5\cdot k_p\cdot\frac{3}{1+5p}}=\boxed{\frac{3k_p}{1+4{,}5k_p+5p}}$$

B. Deduction de la constante du temp. τ

Mise sous la forme canonique $\frac{k}{1+\tau p}$

$$F(p)=\frac{\frac{3k_p}{1+4{,}5k_p}}{1+\frac{5}{1+4{,}5k_p}\cdot p}\qquad \text{donc}\qquad \boxed{\tau=\frac{5}{1+4{,}5k_p}}$$

C : Expression de la sortie $S_e(p)$, avec $E(p)=\frac{3}{p}$ (T.L)

Nous avons $S_e(p)=F(p).E(p)$ d'où $\boxed{S_e(p)=\frac{3k_p}{1+4{,}5k_p+5p}\cdot\frac{3}{p}}$

Calcul de la valeur finale

$$s_e(\infty)=\lim_{p\to 0} pS_e(p)=\lim \cancel{p}\,\frac{3k_p}{1+4{,}5k_p+5p_{\to 0}}\cdot\frac{3}{\cancel{p}}$$

$$\boxed{s_e(\infty)=\frac{9k_p}{1+4{,}5k_p}}$$

D : Calcul de l'erreur statique ε_{es} : Nous avons :

$$\varepsilon_e(p)=E(p)-M(p)=E(p)-H(p)\cdot S_e(p)=E(p)-H(p).F(p).E(p)$$
$$=E(p)\left[1-H(p).F(p)\right]$$

donc : $$\varepsilon_e(p)=3/p\left[1-1{,}5.\frac{3k_p}{1+4{,}5k_p+5p}\right]$$

l'erreur statique est :

$$\varepsilon_{es}(\infty) = \lim_{p\to 0} p\,\varepsilon_e(p) = \lim_{p\to 0} \cancel{p}.\frac{3}{\cancel{p}}\left[1 - \frac{4,5.K_p}{1+4,5K_p+5\cancel{p}_0}\right]$$

$$\varepsilon_{es}(\infty) = 3\left[\frac{1+4,5k_p-4,5k_p}{1+4,5k_p}\right] = \boxed{\frac{3}{1+4,5\,k_p}}$$

E : Il est claire que lorsque K_p augmente ε_s diminue.

• cas avec perturbation $p(t)=0,5$ $\quad P(p)=\frac{0,5}{p}$.

Puisque le systeme est lineaire on applique le principe de supperposition :

$e(t)=0$, $p(t)\neq 0$.

F : Calcul de la fonction de transfert $D(p)$

$$D(p) = \frac{\text{F.T en aval de la perturbation}}{1+H(p).k_p\,G(p)} = \frac{1}{1+\frac{4,5\,K_p}{1+5p}}$$

$$\boxed{D(p) = \frac{1+5p}{1+4,5\,k_p+5p}}$$

G : Deduction de la valeur finale $s_p(\infty)$

Calculons : $$\boxed{S_p(p) = D(p).P(p) = \frac{1+5p}{1+4,5k_p+5p}\cdot\frac{0,5}{p}}$$

$$s_p(\infty) = \lim_{p\to 0} p\,S_p(p) = \lim_{p\to 0} \cancel{p}.\frac{1+5\cancel{p}_0}{1+4,5k_p+5\cancel{p}_0}\cdot\frac{0,5}{\cancel{p}}$$

$$s_p(\infty) = \frac{0,5}{1+4,5\,k_p} \neq 0$$ (effet de la perturbation sur le système.

H : $\boxed{\varepsilon_p(p) = \cancel{E(p)}^{0} - H(p).S_p(p)}$;

$$\varepsilon_p(p) = -1{,}5 \cdot \frac{0{,}5(1+5p)}{p\cdot(1+4{,}5p+5p)} = -\frac{0{,}75(1+5p)}{p\cdot(1+4{,}5kp+5p)}$$

$$\varepsilon_{Ap}(\infty) = \lim_{p \to 0} p\,\varepsilon_p(p) = \lim \cancel{p}\left[-\frac{0{,}75(1+5p_0)}{\cancel{p}\cdot(1+4{,}5kp+5p_0)}\right]$$

$$\boxed{= -\frac{0{,}75}{1+4{,}5\,kp}}$$

I:/ calcul de l'erreur statique globale.

$$x_s(\infty) = \varepsilon_{es}(\infty) + \varepsilon_{ps}(\infty) = \frac{3}{1+4{,}5\,kp} - \frac{0{,}75}{1+4{,}5\,kp}$$

$$\boxed{x_s(\infty) = \frac{2{,}25}{1+4{,}5\,kp}}$$

<u>commentaire</u> : pour réduire l'erreur il faudra choisir Kp de tel sorte que x_s soit faible. par exemple $= 0{,}05$ ou inférieure.